I, Kapitel 2. Die Bedeutung der zwei- und dreistelligen Totalformen.

Die dargestellten logischen Formen, gleich welcher Stelligkeit, sind Strukturen der relativen Modalisierung; die Menge dieser Formen ist infinit und zugleich wohlbestimmt. Diese Formen bilden also – wie etwa die natürlichen Zahlen – keine aktuale Gesamtheit, ihre Unendlichkeit ist vielmehr operativer Art: jede bedingungslogische Form, gleich welcher Komplexität und welcher Stelligkeit, lässt sich systematisch konstruieren und logisch mit jeder beliebigen anderen logischen Form vergleichen. *Dem Inhalt nach* sind diese Formen Zusammenhänge zwischen Sachverhalts-/Ereignisklassen, denn es geht um die Gesetzmäßigkeiten des gemeinsamen Vorliegens und Nicht-Vorliegens von Sachverhalten/Ereignissen bestimmter Art; ich spreche daher von ***ereignislogischen*** Formen. *Der Form nach* handelt es sich um ***bedingungslogische*** Zusammenhänge, denn es handelt sich um Beziehungen, bei denen das Vorliegen von Ereignissen bestimmter Art das Vorliegen von Ereignissen anderer Art bedingt oder nicht bedingt. Werden alle hypothetischmöglichen Vorkommenskombinationen von *n* realmöglichen Sachverhalts-/Ereignisklassen jeweils durch eine der beiden unbedingten Modalitäten *rm* oder *nrm* bestimmt, so ergibt sich aus diesen Bestimmungen in ihrem Zusammenhang eine durchgängige relative Modalisierung. An der Basis des Systems der ereignislogischen Formen stehen die einstelligen Totalformen, die sich als die elementaren logischen relativen Modalitäten erwiesen haben. Die Bedeutung der umgangssprachlichen Ausdrücke für die relativen Modalitäten ist uns schon im Alltag vertraut; ein Ereignis ist bezüglich bestimmter Umstände *relativ notwendig, wenn* unter diesen Umständen *immer* ein Ereignis derselben Art vorliegt, ein Ereignis ist bezüglich bestimmter Umstände *relativ unmöglich, wenn* unter diesen Umständen *nie* ein derartiges Ereignis vorliegt, ein Ereignis ist bezüglich bestimmter Umstände *relativ möglich* ($\mathcal{K}$), wenn unter diesen Umständen ein derartiges Ereignis *manchmal* vorliegt und *manchmal* nicht vorliegt. Ausgehend von der Bedeutung dieser elementaren relativen Modalitäten lässt sich die spezifische Bedeutung eines jeden beliebigen derartigen bedingungslogischen Zusammenhanges ohne Bezugnahme auf irgendeine reale, empirische Gesetzmäßigkeit exakt rekonstruieren, mag dieser Zusammenhang auch noch so umfassend und komplex sein.

2.1. Die Bedeutung der zweistelligen logischen Totalformen

In jeder Menge n-stelliger Totalformen gibt es für jedes *n* eine leere Totalform; diese Form kann Sachverhalts-/ Ereignisklassen nicht zugeschrieben werden, denn für diese Sachverhalts-/Ereignisklassen wäre dann jeweils vorausgesetzt, dass sie weder realmöglich noch nicht-realmöglich sind. Alle leeren n-stelligen Totalformen sind jedoch unverzichtbar für die Darstellung von bedingungslogischen Zusammenhängen höherer Stelligkeit als *n*. Hier dienen die leeren Totalformen zum Ausdruck des Tatbestandes, dass bestimmte Bedingungen gar nicht vorkommen, hinsichtlich welcher eine Sachverhalts-/Ereignisklasse modalisiert werden könnte. Die Totalform $p \wedge q$ hat die Normalmatrix (1000); das Modalisierungsfall β ist $O(\sim p, q)$, und dies bedeutet, dass unter den Bedingungen, unter denen $p \wedge q$ gilt $\sim p$ gar nicht vorkommt, q also auch nicht hinsichtlich von $\sim p$ modalisiert werden kann.

Alle *einstelligen* Totalformen sind als *relative* Modalitäten obligatorisch unselbständig und deshalb erst in Zusammenhängen bestimmbar, die zumindest zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen umfassen. Auch unter den *zweistelligen* Totalformen finden wir obligatorisch unselbständige logische Totalformen, d.h. Formen gesetzmäßiger Beziehungen zwischen zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen, die ohne *ausdrückliche* Berücksichtigung von mindestens einer weiteren Sachverhalts-/Ereignisklasse gar nicht gelten können. Die zweistelligen obligatorisch unselbständigen Totalformen zerteilen sich in drei Gruppen. Es sind einmal alle Totalformen, die zwei „unvollständige Ereignisse“ aufweisen, und alle Totalformen, die ein „unvollständiges Ereignis“ aufweisen. Da es unbedingt notwendige Ereignisse nicht geben kann, und da zwischen nicht-realmöglichen Ereignissen keine ereignislogischen Beziehungen bestehen können – für das, was gar nicht passieren kann, gibt es kein Gesetz –, sind nur realmögliche Ereignisse zulässige Relata von bedingungslogischen Relationen; wenn in einer Totalform nur solche Vorkommenskombinationen realmöglich sind, in denen ein Ereignis vorliegt bzw. nicht vorliegt, nicht aber zugleich solche Vorkommenskombinationen, in denen dieses Ereignis nicht vorliegt bzw. vorliegt, so ist dieses Ereignis *bezüglich der betreffenden logischen Totalform* unvollständig[1]. Es ist dann nicht möglich, dass das jeweils zweite Ereignis diese relative Notwendigkeit oder relative Unmöglichkeit bedingt; dies kann nur durch zumindest ein weiteres *drittes* Ereignis geschehen. Die Totalformen, die mindestens ein unvollständiges Ereignis enthalten, nenne ich *Totalformen der uneigentlichen Dependenz* (Dependenz: bedingungslogische Abhängigkeit)[2]. Schließlich sind auch jene Totalformen, bei denen diejenigen Fälle nicht-realmöglich sind, in denen beide Ereignisse nicht vorliegen (Vorkommenskombination IV ist nicht-realmöglich – d.h. von beiden Ereignisse muss zumindest eines vorliegen), obligatorisch unselbständig.

In allen vier Beziehungen $\mathbb{K}(p,q)$ (Konjunktion), $\mathbb{L}(p,q)$ (Postsektion), $\mathbb{M}(p,q)$ (Präsektion) und $\mathbb{X}(p,q)$ (Rejektion) sind beide Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q unvollständig. Besteht die *Beziehung* der ***Konjunktion*** $p \wedge q$, so gilt $\mathcal{N}(p,q)$ und $\mathcal{N}(q,p)$; die anderen relativen Modalisierungen sind gar nicht bestimmt, denn in dieser logischen Sachlage tritt weder $\sim$p, noch $\sim$q auf, was dadurch zum Ausdruck kommt, dass die Modalisierungsfälle β und δ durch die Quasimodalität O bestimmt sind. Da ein zweites Ereignis relativ zu einem ersten Ereignis nur dann notwendig ($\mathcal{N}$) sein kann, wenn beim Nichtvorliegen des zweiten Ereignisses das erste unmöglich ($\mathcal{U}$) ist, ist bei $p \wedge q$ die Notwendigkeit von p und q nicht durch das jeweils andere Ereignis bedingt, sondern durch das Vorliegen oder Nichtvorliegen eines *dritten* Ereignisses r.[3] Die Relation $p \wedge q$ ist deshalb obligatorisch unselbständig und kann für sich alleine noch nicht bestehen, ist aber ein wichtiger Bestandteil umfassenderer bedingungslogischer Zusammenhänge. Sind etwa p und q die beiden einzigen nichtäquivalenten notwendigen Bedingungen eines dritten Ereignisses r, gilt bei r⁝ $p \wedge q$, bei $\sim$r gilt, dass von p und q jedenfalls nicht beide vorliegen können ($p \uparrow q$).

Die *Beziehung der **Rejektion*** $p \downarrow q$ ist obligatorisch unselbständig; weder ist die relative Unmöglichkeit des unvollständigen Ereignisses p durch q oder $\sim$q, noch die relative Unmöglichkeit des unvollständigen Ereignisses q durch p oder $\sim$p bedingt: wäre $\sim$p bzw. $\sim$q aufgrund von $\sim$q bzw. $\sim$p notwendig, genau dann müsste bei p bzw. bei q q bzw. p unmöglich sein; aber weder p noch q können vorliegen, wenn $p \downarrow q$ gilt. Die Beziehung $\mathbb{X}$ ist ein wichtiger unvollständiger Bestandteil umfassenderer Beziehungen. Sind etwa p und q die einzigen hinreichenden Bedingungen eines dritten Ereignisses r, dann steht fest, dass bei $\sim$r weder p noch q vorliegen dürfen ($p \downarrow q$), und dass bei r von p und q zumindest eines vorliegen muss (entweder $p \vee q$ oder $p \succ\!\prec q$, je nachdem, ob p und q verträglich sind).

Im Falle der *Beziehung der **Postsektion*** $p \succcurlyeq q$ und der ***Präsektion*** $p \preccurlyeq q$ ist eines der beiden Ereignisse über die ganze Totalform hinweg relativ notwendig, das andere über die ganze Totalform hinweg relativ unmöglich, und auch dies kann nicht durch das jeweils zweite Ereignis bedingt sein. Beide obligatorisch unselbständigen Totalformen sind nur möglich als Bestandteile umfassenderer bedingungslogischer Zusammenhänge. Beispielsweise besteht im Falle des Vorliegens eines dritten Ereignisses r zwischen zwei Ereignissen p und q die Beziehung der Postsektion $\mathbb{L}$, wenn p und q unvereinbar sind, und wenn r hinreichende Bedingung von p ist[4]. – Sind zwei Ereignisse p und q unverträglich, ist q notwendige Bedingung eines dritten Ereignisses r und liegt r vor, so gilt die Präsektion $\mathbb{M}(p,q)$. Die genaue logische Beziehung, deren Bestandteil eine zweistellige logische Totalform mit zwei unvollständigen Ereignissen p und q ist, lässt sich nur erkennen, wenn nicht nur die Sachverhalte/Ereignisse p und q berücksichtigt werden.

In den vier Totalformen: ***Pränonpendenz*** $\mathbb{F}$ (keinesfalls das erste, gleichgültig ob das zweite), ***Postnonpendenz*** $\equiv$ (keinesfalls das zweite, gleichgültig ob das erste)[5], ***Präpendenz*** $\mathbb{I}$ (jedenfalls das erste, gleichgültig, ob das zweite) und ***Postpendenz*** $\mathbb{H}$ (jedenfalls das zweite, gleichgültig ob das erste) erscheint die Quasimodalität O nur einmal in der Modalitätenmatrix; nur eines der beiden Ereignisse ist über die ganze Totalform hinweg notwendig oder unmöglich, und zwar gleichgültig, ob das zweite Ereignis auftritt oder nicht auftritt. Ob zwei in einer derartigen obligatorisch unselbständigen Beziehung stehende Ereignisse independent, d.h. außerhalb jeder bedingungslogischen Abhängigkeit stehen, lässt sich erst in den umfassenderen Zusammenhängen, denen diese Beziehungen jeweils zugehören, beurteilen.

Obwohl bei den Totalformen $\mathbb{A}$ (***Alternation***) und $\mathbb{J}$ (***Kontravalenz***) beide Ereignisse vollständig sind (bei $p \succ\!\prec q$ und bei $p \vee q$ gibt es jeweils Fälle, in denen q bzw. p vorliegt, und Fälle, in denen q bzw. p nicht vorliegt), ist in beiden Totalformen die Beziehung der beiden Ereignisse stets durch ein drittes Ereignis vermittelt. Die Beziehung $p \succ\!\prec q$ (oder $p \vee q$) könnte nur dann selbständig sein, wenn alles mögliche Geschehen entweder als p oder q (oder als p oder q oder beides) bestimmbar wäre; zwei alternative Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q sind aber immer Relata mannigfaltiger, spezifischer Gesetzeszusammenhänge, niemals aber zwei dichotome Möglichkeiten, in die alles mögliche Geschehen zerfallen würde, so dass in jeder beliebigen Situation (zumindest) eines von beiden Ereignissen vorliegen würde[6]. Die wohl wichtigsten Gesetzeszusammenhänge, die $p \vee q$ und $p \succ\!\prec q$ als unselbständige Substruktur enthalten, bestehen darin, dass p und q die einzigen hinreichenden Bedingungen eines dritten Ereignisses r sind. Bei $\sim p$ ist dann q, und bei $\sim q$ ist p notwendig, aber nur, falls r vorliegt. Sind p und q verträglich, gilt bei r: $p \vee q$, sind p und q unverträglich, dann besteht bei r die Beziehung $p \succ\!\prec q$.

Es ist möglich, dass zwei Ereignisse p und q hinreichende Bedingungen eines dritten Ereignisses r sind, jedoch nicht die einzigen hinreichenden Bedingungen. Sind in diesem Falle p und q unverträglich, dann gilt bei r die unselbständige, durch r vermittelte Beziehung $p \uparrow q$, wobei die Modalitätenmatrix von $\mathbb{D}$ ($\mathcal{UMUM}$) ist. Liegt bei r eines der beiden Ereignisse p und q nicht vor, dann ist das Auftreten des anderen Ereignisses zwar nicht notwendig, aber auch nicht zufällig, da bei r eine der alternativen hinreichenden Bedingungen von r gegeben sein muss, zu denen ja unter anderen p und q gehören. Soll dagegen von zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q nur behauptet werden, dass sie unverträglich sind, ohne dass irgendein weiteres Ereignis in Betracht gezogen wird, besteht die selbständige Beziehung der ***Exklusion*** $p \uparrow q$ mit der Modalitätenmatrix ($\mathcal{UZUZ}$). Sind p und q schließlich verträgliche, nicht einzige hinreichende Bedingungen von r, dann gilt r ⁝ $p \top q$. Es liegt dann keine echte Independenz mit der Modalitätenmatrix ($\mathcal{ZZZZ}$) vor, sondern eine *unechte Independenz* mit der Modalitätenmatrix ($\mathcal{MMMM}$)[7]. In allen diesen vier Fällen sind p und q *Alternativen*, nämlich verschiedene alternative hinreichende Bedingungen eines dritten Ereignisses r. Ich nenne diese Totalformen $\mathbb{A}$, $\mathbb{J}$, $\mathbb{D}$ mit der Matrix ($\mathcal{UMUM}$) und mit der Matrix ($\mathcal{MMMM}$) im Anschluss an den Sprachgebrauch der traditionellen Logik „***Totalformen der Koordination***“.

Die drei Totalformen der ***Replikation*** $\mathbb{B}$, der ***Implikation*** $\mathbb{C}$ und der ***Äquivalen***z $\mathbb{E}$ nenne ich „***Totalformen der Konstituenz***“. Bei diesen Totalformen ist die Notwendigkeit oder Unmöglichkeit eines der beiden Ereignisse direkt durch das zweite Ereignis bedingt, die drei Relationen können deshalb ganz unabhängig von der Beachtung des Vorliegens und des Nichtvorliegens eines dritten Ereignisses gelten. Eine Beziehung zwischen n Ereignissen, die unabhängig von der Beachtung eines weiteren Ereignisses bestimmt und erkannt werden kann, ist eine ***selbständige Totalform***. Zusammen mit der *echten Independenz* und der *bloßen Unverträglichkeit* – die Totalform $\mathbb{D}$ mit der Matrix ($\mathcal{UZUZ}$) – sind die Konstituenzformen die einzigen zweistelligen selbständigen Totalformen. Die Selbständigkeit einer Totalform ist jedoch nicht wie die Unselbständigkeit obligatorisch, denn die Beziehungen $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{E}$, $\mathbb{D}$ und $\mathbb{V}$ *können* ebenso nur in Bezug auf das Vorliegen oder Nichtvorliegen eines dritten Ereignisses gelten. Wenn unabhängig von einem dritten Ereignis r gilt $p \leftarrow q$, dann ist p *notwendige Bedingung* von q. Bei $p \rightarrow q$ ist, falls die Beziehung selbständig ist, p *hinreichende Bedingung* von q. Liegt $p \leftrightarrow q$ unabhängig von anderen Ereignissen vor, ist p *notwendige und hinreichende Bedingung* von q.

Ist ein Ereignis r für sich alleine weder notwendige, noch hinreichende Bedingung für ein Ereignis p, so können r und p als Teil umfassenderer bedingungslogischer Zusammenhänge doch in einer Konstitutionsbeziehung stehen. Es gibt in diesem Falle eine Vielzahl von Möglichkeiten; wenn z.B. ein Ereignis r die notwendige Bedingung für die hinreichende Bedingung q eines Ereignisses p ist, ist r alleine weder notwendig noch hinreichend für p, und dennoch besteht zwischen r und p eine Konstitutionsbeziehung; es gilt dann der Zusammenhang [p, q, r $\mathbb{CF}$].

Zwischen den Totalformen $\mathbb{V}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ und $\mathbb{E}$ besteht, sofern sie selbständig sind, ein weiterer logisch bedeutsamer Unterschied. Gelten die selbstständigen Verhältnisse $p \leftarrow q$ oder $p \rightarrow q$, so weiß ich, dass es neben p noch zumindest eine weitere notwendige, bzw. hinreichende Bedingung für q geben muss; dies geht aus den Modalitätenmatrizen von $\mathbb{B}$ und $\mathbb{C}$ hervor: denn eines der beiden Ereignisse macht das andere nur möglich ($\mathcal{M}$), nicht aber notwendig[8]. Besteht zwischen *n* Ereignissen ein logischer Zusammenhang, aus dem hervorgeht, dass zumindest ein weiteres Ereignis zu den *n* Ereignissen in einer *ganz bestimmten* Beziehung steht, spreche ich von einer *offenen* oder *nicht geschlossenen Totalform*. Die selbständigen Totalformen $p \top q$ und $p \leftrightarrow q$ sind dagegen *geschlossen*; ihre Modalitätenmatrix schließt kein drittes Ereignis ein, das zu den beiden Ereignissen p und q in einer ganz bestimmten logischen Beziehung steht: ist eines der beiden Ereignisse gegeben bzw. nicht gegeben, so ist das andere nicht möglich ($\mathcal{M}$), sondern zufällig (bei $\mathbb{V}$) oder notwendig (bei $\mathbb{E}$). Die selbständige Totalform $\mathbb{D}$ ist offen, denn sie verweist in ihrer Struktur auf einen bestimmten Grund der Unverträglichkeit.

Es ergibt sich die folgende systematische Zusammenstellung der zweistelligen Totalformen:

Obligatorisch unselbstständig	***Nicht obligatorisch unselbstständig***	
Zwei unselbstständige Ereignisse: Konjunktion $\mathbb{K}$, Postsektion $\mathbb{L}$, Präsektion $\mathbb{M}$, Rejektion $\mathbb{X}$ *Ein unselbstständiges Ereignis*: Pränonpendenz $\mathbb{F}$, Postnonpendenz ≡, Postpendenz $\mathbb{H}$, Präpendenz $\mathbb{I}$ *Zumindest eins von beiden*: Verträgliche Alternative $\mathbb{A}$ Unverträgliche Alternative $\mathbb{J}$	Selbstständig $\mathbb{V}$: Independenz ($\mathcal{ZZZZ}$) $\mathbb{D}$: Unverträglichkeit ($\mathcal{UZUZ}$) $\mathbb{E}$: Äquivalenz: ($\mathcal{UNUN}$) Implikation $\mathbb{C}$ ($\mathcal{NZKU}$) Replikation $\mathbb{B}$: ($\mathcal{KUNZ}$)	Unselbstständig $\mathbb{V}$ – z.B. ($\mathcal{KKKK}$) $\mathbb{D}$ – z.B. ($\mathcal{UKUK}$) $\mathbb{E}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{B}$

Die geschlossenen Totalformen der Independenz $\mathbb{V}$ und der Äquivalenz $\mathbb{E}$ sind in dem Sinne abgeschlossene Verhältnisse, als sie keinen bestimmten Bezug zu weiteren Sachverhalte/Ereignissen involvieren. Die Totalform $\mathbb{E}$ bringt einmal die Identität der Sachverhalts-/Ereignisklassen zum Ausdruck, zum zweiten ist sie die Grundbeziehung aller zumindest dreistelligen geschlossenen Totalformen. Als Bezeichnung der Identität aller Sachverhalts-/Ereignisklassen erweckt der Ausdruck „$p \leftrightarrow p$“ den Anschein der Gehaltlosigkeit: genau dann, wenn es regnet, regnet es; genau dann, wenn ein Kind die Masern hat, hat es die Masern, usw. Diese *einfache Identität* einer Sachverhalts-/Ereignisklasse $p \leftrightarrow p$ ist jedoch nicht so trivial, wie es vom Standpunkt des fertigen Wissens erscheinen mag. Sie ist vielmehr notwendige, keineswegs immer problemlose Voraussetzung aller Gesetzeserkenntnis. Die gesetzmäßigen Zusammenhänge, in denen ein Ereignis bestimmter Art p steht, sind nur dann erkennbar, wenn in jeder Situation klar ist, dass wir es genau mit dieser Art von Ereignis und keiner anderen zu tun haben. Nur dann, wenn die einfache Identität der Sachverhalts-/Ereignisklasse, dass ein Kind die Masern, und nicht etwa irgendeine andere Art von Infektionskrankheit hat, ist es möglich, diese Art von Ereignis in seinen gesetzmäßigen Zusammenhängen und Abläufen zu erforschen. Die einfache Identität einer Sachverhalts-/Ereignisklasse bedeutet zugleich die durchgängige *einfache Wohlunterschiedenheit* von *jeder anderen* Sachverhalts-/Ereignisklasse. Dies zeigt sich daran, dass das Gesetz der einfachen Identität $p \leftrightarrow p$ dem Gehalte nach dasselbe aussagt wie das Gesetz des Nichtwiderspruchs $p \succ\!\prec \sim p$[9]; Identität (die Beziehung auf sich) und Wohlunterschiedenheit (die negative Beziehung auf alles andere) sind untrennbar. Ein wichtiger Erkenntnisfortschritt besteht oft darin, dass erfasst wird, dass Ereignisse, die zuvor in synkretistischer Weise für identisch gehalten worden sind, in Wirklichkeit wohlunterschieden sind. Das Gesetz $p \leftrightarrow p$ bringt die Norm der beliebig wiederholbaren, eindeutigen Identifizierbarkeit von Ereignissen bestimmter Art zum Ausdruck.

Wenn der Ausdruck „$p \leftrightarrow p$“ hingegen den Zusammenhang von mehreren nichtidentischen Sachverhalts-/Ereignisklassen bezeichnet, fasst eines der beiden äquivalenten Argumente entweder die Gesamtheit der notwendigen oder die Gesamtheit der hinreichenden Bedingungen der betreffenden Sachverhalts-/Ereignisklasse zusammen. Erst in solchen geschlossenen Gefügen ist die tatsächliche Beziehung zwischen zwei Ereignissen eindeutig festgelegt, und erst in solchen geschlossenen Zusammenhängen wird ein Ereignis in allen seinen wesentlichen bedingungslogischen Bezügen erfasst. Gilt z.B. dass beim Vorliegen eines Ereignisses r zwischen zwei Ereignissen p und q entweder die Beziehung $\mathbb{A}$ oder die Beziehung $\mathbb{J}$, dann sind p und q die *einzigen* hinreichenden Bedingungen für r nur dann, wenn bei $\sim r$ zugleich $p \downarrow q$ gilt. In diesem Falle ist der Zusammenhang der drei Ereignisse geschlossen. Es gibt aber auch die Möglichkeit, dass bei r ebenfalls $p \vee q$, bei $\sim r$ jedoch nicht $p \downarrow q$, sondern $p \uparrow q$ gilt; dann haben wir es mit einem nicht-geschlossenen Zusammenhang zu tun; unter anderem besteht dann die Möglichkeit, dass p und q beide notwendige Bedingungen von r sind, die, wenn sie gemeinsam auftreten, auch hinreichende Bedingung von r sind. Es gibt für das Verhältnis $r\!: p \vee q$ und $\sim r\!: p \uparrow q$ noch andere Möglichkeiten, weil dieser offene Zusammenhang, wie jeder andere offene Zusammenhang, Bestandteil ganz unterschiedlicher geschlossener Zusammenhänge sein kann. Alle Erkenntnis zielt auf das Erfassen geschlossener bedingungslogischer Zusammenhänge.

2.2. Die Bedeutung einiger drei- und höherstelliger Totalformen

Der Bedeutungsgehalt jedes der 256 dreistelligen Totalformen kann rekonstruiert werden; dies soll an einigen Beispielen skizziert werden.

2.2.1. Zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen sind notwendige Bedingungen eines dritten Ereignisses

Es lässt sich zeigen, dass es genau 7 verschiedene dreistellige Totalformen gibt, in denen die Ereignisse q und r notwendige Bedingungen eines dritten Ereignisses p sind; für alle diese Totalformen gilt, dass bei p sowohl q wie r vorliegen: $p\colon q \wedge r$. Weiterhin gelten für die Bestimmung der Vorkommenskombinationen V bis VII der dreistelligen logischen Relation von p, q, r folgende Restriktionen:

(a) von den Vorkommenskombinationen V und VII ist zumindest einer realmöglich;
(b) von den Vorkommenskombinationen VI und VIII ist zumindest einer realmöglich;
(c) von den Vorkommenskombinationen V und VI ist zumindest einer realmöglich;
(d) von den Vorkommenskombinationen VII und VIII ist zumindest einer realmöglich[10].

Genau die sieben dreistellige Totalformen genügen diesen Bedingungen.

1. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{V}$]: Die Ereignisse q und r sind nicht die einzigen notwendigen Bedingungen für p. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{V}$] ist eine offene Totalform. Bei p müssen q und r vorliegen, bei ~p können q und r jeweils vorliegen oder auch nicht (bei ~p besteht also eine nur scheinbare Independenz zwischen q und r).

2. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{D}$]: Die Ereignisse q und r sind die einzigen notwendigen Bedingungen von p. Bei p müssen q und r beide vorliegen, bei ~p kann von q und r höchstens ein Ereignis vorliegen. Es liegt ein geschlossener Zusammenhang vor.

Vorkommens-kombination	[s, p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{J}\mathbb{O}\mathbb{X}$]	
I	$s \frown p \frown q \frown r$	**1**
II	$s \frown p \frown q \frown \sim r$	**0**
III	$s \frown p \frown \sim q \frown r$	**0**
IV	$s \frown p \frown \sim q \frown \sim r$	**0**
V	$s \frown \sim p \frown q \frown r$	**0**
VI	$s \frown \sim p \frown q \frown \sim r$	**1**
VII	$s \frown \sim p \frown \sim q \frown r$	**1**
VIII	$s \frown \sim p \frown \sim q \frown \sim r$	**0**
IX	$\sim s \frown p \frown q \frown r$	0
X	$\sim s \frown p \frown q \frown \sim r$	0
XI	$\sim s \frown p \frown \sim q \frown r$	0
XII	$\sim s \frown p \frown \sim q \frown \sim r$	0
XIII	$\sim s \frown \sim p \frown q \frown r$	0
XIV	$\sim s \frown \sim p \frown q \frown \sim r$	0
XV	$\sim s \frown \sim p \frown \sim q \frown r$	0
XVI	$\sim s \frown \sim p \frown \sim q \frown \sim r$	1

3. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{J}$] ist wegen *nrm*$(\sim p \frown \sim q \frown \sim r)$ anders als die beiden ersten Verhältnisse eine unselbständige dreistellige Totalform und kann nur gelten, wenn zumindest ein weiteres viertes Ereignis s auftritt, bzw. nicht auftritt, welches bedingt, dass von den Ereignissen p, q und r zumindest eines vorliegt. Das Verhältnis [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{J}$] kann Substruktur ganz unterschiedlicher logischer Gefüge sein kann; es besteht z.B. die Möglichkeit, dass ein viertes Ereignis s vorliegt und q und r die einzigen mit einander verträglichen hinreichenden Bedingungen von s sind. Zugleich sind q und r beide die einzigen notwendigen Bedingungen von p: die Vorkommenskombinationen V und XIII sind beide nichtrealmöglich und wenn q auftritt, tritt p genau dann auf, wenn auch r vorliegt, und wenn r auftritt, gilt ebenfalls $p \leftrightarrow q$. Weil q und r die einzigen hinreichenden Bedingungen von s sind, ist auch s notwendige Bedingung von p. Es liegt dann die nebenstehende vierstellige logische Form [s, p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{J}\mathbb{O}\mathbb{X}$][11] vor.

4. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{C}$] kann z.B. Bestandteil des folgenden Bedingungsgefüges sein: q und r sind nicht die einzigen notwendigen Bedingungen von p, denn da $\sim p\colon q \rightarrow r$ gilt, können q und r zusammen ohne p auftreten. Zugleich ist r selbst notwendige Bedingung von q (ohne r kommt q nicht vor) und wenn r notwendige Bedingung von q und q notwendige Bedingung von p, ist wegen der Transitivität von $\mathbb{B}$ auch r notwendige Bedingung von p. Es wäre auch möglich, dass q hinreichende Bedingung von r ist.

5. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{E}$]: q und r sind äquivalent und nicht einzige notwendige Bedingung von p.

6. [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{B}$] ist dieselbe Relation wie [p, q, r $\mathbb{K}\mathbb{C}$], nur haben q und r die Rollen vertauscht.

7. [p, q, r 𝕂𝔸] ist eine unselbständige logische Form und kann Bestandteil der verschiedensten umfassenderen logischen Strukturen sein. Eine Möglichkeit ist, dass ein viertes Ereignis s vorliegt, dessen einzige verträgliche hinreichende Bedingungen q und r sind; zugleich sind q und r die nicht-einzigen notwendigen Bedingungen von p. Wir erhalten die vierstellige Totalform [s, p, q, r 𝕂𝔸𝕆𝕏]:

Vorkommens-kombination	[s, p, q, r 𝕂𝔸𝕆𝕏]	
I	s⌢p⌢q⌢r	**1**
II	s⌢p⌢q⌢~r	**0**
III	s⌢p⌢~q⌢r	**0**
IV	s⌢p⌢~q⌢~r	**0**
V	s⌢~p⌢q⌢r	**1**
VI	s⌢~p⌢q⌢~r	**1**
VII	s⌢~p⌢~q⌢r	**1**
VIII	s⌢~p⌢~q⌢~r	**0**
IX	~s⌢p⌢q⌢r	0
X	~s⌢p⌢q⌢~r	0
XI	~s⌢p⌢~q⌢r	0
XII	~s⌢p⌢~q⌢~r	0
XIII	~s⌢~p⌢q⌢r	0
XIV	~s⌢~p⌢q⌢~r	0
XV	~s⌢~p⌢~q⌢r	0
XVI	~s⌢~p⌢~q⌢~r	1

Die Sachverhalts-/Ereignisklassen q und r sind *nicht* die einzigen notwendigen Bedingungen von p – Vorkommenskombination V ist realmöglich. Der vierstellige Zusammenhang ist selbständig; er ist offen, denn es steht fest, dass es zumindest ein fünftes Ereignis t gibt, welches wie r und q notwendige Bedingung von p ist. Gibt es nur eine solche zusätzliche notwendige Bedingung t von p, ergibt sich die untenstehende *geschlossene* fünfstelliger Form [s, t, p, q, r 𝕂𝕁𝕆𝔸𝕆𝕏𝕆𝕏].

Wenn etwa s und t vorliegen, nicht aber p, so gilt: q ⋊⋉ r. Die Ereignisse q und r sind aber in diesem Zusammenhang keineswegs die einzigen und unverträglichen hinreichenden Bedingungen eines anderen Ereignisses. Dass q und r in diesem speziellen Zusammenhang unverträglich sind, hat seinen Grund darin, dass zwar t vorliegt, nicht aber q; t, q und r können ohne p nicht zusammen auftreten. Das Ereignis s ist seinerseits notwendige Bedingung von p. Die Beziehung s ← p wird unabhängig von den drei anderen Ereignissen beobachtet.

[s, t, p, q, r 𝕂𝕁𝕆𝔸𝕆𝕏𝕆𝕏]					
I	s⌢t⌢p⌢q⌢r	1	XVII	~s⌢t⌢p⌢q⌢r	0
II	s⌢t⌢p⌢q⌢~r	0	XVIII	~s⌢t⌢p⌢q⌢~r	0
III	s⌢t⌢p⌢~q⌢r	0	XIX	~s⌢t⌢p⌢~q⌢r	0
IV	s⌢t⌢p⌢~q⌢~r	0	XX	~s⌢t⌢p⌢~q⌢~r	0
V	s⌢t⌢~p⌢q⌢r	0	XXI	~s⌢t⌢~p⌢q⌢r	0
VI	s⌢t⌢~p⌢q⌢~r	1	XXII	~s⌢t⌢~p⌢q⌢~r	0
VII	s⌢t⌢~p⌢~q⌢r	1	XXIII	~s⌢t⌢~p⌢~q⌢r	0
VIII	s⌢t⌢~p⌢~q⌢~r	0	XXIV	~s⌢t⌢~p⌢~q⌢~r	1
IX	s⌢~t⌢p⌢q⌢r	0	XXV	~s⌢~t⌢p⌢q⌢r	0
X	s⌢~t⌢p⌢q⌢~r	0	XXVI	~s⌢~t⌢p⌢q⌢~r	0
XI	s⌢~t⌢p⌢~q⌢r	0	XXVII	~s⌢~t⌢p⌢~q⌢r	0
XII	s⌢~t⌢p⌢~q⌢~r	0	XXVIII	~s⌢~t⌢p⌢~q⌢~r	0
XIII	s⌢~t⌢~p⌢q⌢r	1	XXIX	~s⌢~t⌢~p⌢q⌢r	0
XIV	s⌢~t⌢~p⌢q⌢~r	1	XXX	~s⌢~t⌢~p⌢q⌢~r	0
XV	s⌢~t⌢~p⌢~q⌢r	1	XXXI	~s⌢~t⌢~p⌢~q⌢r	0
XVI	s⌢~t⌢~p⌢~q⌢~r	0	XXXII	~s⌢~t⌢~p⌢~q⌢~r	1

2.2.2. Es gilt p∨q und q∨r

Es gibt 7 verschiedene, immer unselbständige dreistellige Totalformen, in denen ein erstes Ereignis p zu einem zweiten Ereignis q, und q zu einem dritten Ereignis r in der Beziehung 𝔸 stehen. Es ist dann möglich, dass die Ereignisse p, q und r in unterschiedlichster Verschränkung hinreichende Bedingungen eines vierten Ereignisses s sind; deshalb kann ~s nur vorliegen, wenn keine dieser hinreichenden Bedingungen gegeben ist. Für die Normalmatrizen dieser 7 Totalformen gelten die folgenden Bedingungen: Die Vorkommenskombinationen IV, VII und VIII sind nichtrealmöglich, Vorkommenskombination III ist realmöglich. Von den zwei Vorkommenskombinationen I und II ist zumindest einer realmöglich; dasselbe gilt für die folgenden Paare von Vorkommenskombinationen: (VI, VII), (I, V) und (II, VI) [12]. Wir erhalten die folgenden Totalformen:

1. [p, q, r $\mathbb{A}\mathbb{I}$]: Dieses Verhältnis kann Bestandteil der verschiedensten Bedingungszusammenhänge sein; es ist möglich, dass die 3 Ereignisse p, q und r in speziellem Zusammenwirken die einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses s sind; q ist mit p und r, sowie mit nur einem der beiden anderen Ereignisse, aber auch alleine hinreichende Bedingung für s. Die Ereignisse p und r dagegen sind jeweils nur zusammen mit zumindest einem der beiden anderen Ereignisse hinreichende Bedingung von s. Bei s gilt [p, q, r $\mathbb{A}\mathbb{I}$]und bei ∼s gilt [p, q, r $\mathbb{X}\mathbb{F}$].
2. [p, q, r $\mathbb{J}\mathbb{I}$]: Hier kann ein ähnliches Koordinationsverhältnis wie bei [p, q, r $\mathbb{A}\mathbb{I}$] vorliegen; das vierte Ereignis s liegt genau dann vor, wenn entweder q alleine oder genau zwei der drei Ereignisse p, q, r vorliegen. Nur wenn keine dieser hinreichenden Bedingungen für s gegeben ist, kann ∼s vorliegen (∼s : [p, q, r $\mathbb{E}\mathbb{F}$]) .
3. [p, q, r $\mathbb{J}\mathbb{K}$]: Nur wenn genau zwei der drei Ereignisse p, q, r vorliegen, tritt das vierte Ereignis s ein; bei ∼s gilt [p, q, r $\mathbb{E}\mathbb{D}$].
4. [p, q, r $\mathbb{H}\mathbb{I}$]: hier liegt eine spezifische Verschränkung von Koordinations- und Konstitutionsverhältnissen vor. Nur zusammen mit r führt das Ereignis p zu s; alleine ist r nicht hinreichende Bedingung für s, sondern nur zusammen mit p oder q oder beiden; q ist auch alleine hinreichende Bedingung von s.
5. [p, q, r $\mathbb{H}\mathbb{L}$]: Die Ereignisse p und r sind äquivalent; p (gleich r) und q sind die einzigen verträglichen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses s.
6. [p, q, r $\mathbb{A}\mathbb{L}$]: Es liegt dasselbe Verhältnis vor wie bei [p, q, r $\mathbb{J}\mathbb{K}$], nur haben p und r die Rollen vertauscht.
7. [p, q, r $\mathbb{A}\mathbb{K}$]: es liegt ein Koordinationsverhältnis vor, in dem alle drei Ereignisse p, q, r dieselbe logische Rolle spielen; für das Vorliegen eines vierten Ereignisses s ist einzige hinreichende Bedingung, dass von p, q und r zumindest zwei Ereignisse vorliegen.

2.2.3. Die vollständig symmetrischen dreistelligen Totalformen

Zweistellige logische Relationen von p und q sind symmetrisch, wenn zwischen p und q dieselbe logische Relation besteht wie zwischen q und p. In entsprechenden Sinn können wir dann von *vollständig symmetrischen dreistelligen* logischen Relationen reden, wenn zwischen p, q und r bei jeder Permutation der Reihenfolge dieselbe dreistellige Relation besteht. Eine dreistellige logische Relation [p, q, r $\Omega_1\Omega_2$] ist demnach genau dann *vollständig symmetrisch*, wenn gilt, dass [p, q, r $\Omega_1\Omega_2$], [p, r, q $\Omega_1\Omega_2$], [q, p, r $\Omega_1\Omega_2$], [q, r, p $\Omega_1\Omega_2$], [r, p, q $\Omega_1\Omega_2$] und [r, q, p $\Omega_1\Omega_2$] paarweise äquivalent sind, wobei die Buchstaben Ω_1 und Ω_2 zwei beliebige zweistellige Total- oder Partialformen bezeichnen. *Vollständig nicht-symmetrisch* sind entsprechend jene dreistelligen logischen Relationen, bei denen sich bei jeder Permutation die zweistelligen Totalformen ändern, die der Darstellung der dreistelligen Relationen dienen. Die meisten dreistelligen logischen Relationen sind partiell symmetrisch und zugleich: partiell nicht-symmetrisch.

Genau alle diejenigen dreistelligen Totalformen sind vollständig symmetrisch, die den beiden folgenden Bedingungen genügen: II = III = V und IV = VI = VII, d.h. die Vorkommenskombinationen II, III, V und IV, VI, VII müssen jeweils gleich, entweder als *rm* oder als *nrm*, bestimmt sein[13]. Es gibt so genau 16 vollständig symmetrische dreistellige Relationen. Zu allen vollständig symmetrischen dreistelligen Relationen gelangt man über die Potenzmenge der Menge der 16 vollständig symmetrischen dreistelligen Totalformen; es gibt also (2^{16}) -1 vollständig symmetrische dreistellige logische Relationen.

1. [p, q, r $\mathbb{V}\mathbb{V}$]: es ist alles möglich; entweder stehen p, q, r in echter Independenz, oder sind drei verträgliche nicht-einzige hinreichende Bedingungen eines vierten Ereignisses s.
2. [p, q, r $\mathbb{A}\mathbb{E}$]: keines oder zumindest zwei der drei Ereignisse müssen vorliegen. Je zwei oder alle drei dieser drei Ereignisse sind die nicht-einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses s; die Beziehung liegt nur dann vor, wenn dieses vierte Ereignis vorliegt, sie kann also nur unter Berücksichtigung dieses vierten Ereignisses festgestellt werden.
3. [p, q, r $\mathbb{E}\mathbb{D}$]: Jedenfalls nicht zwei, d.h. keines oder nur eines oder alle drei. Jedes der drei Ereignisse ist alleine oder zusammen mit den beiden anderen nicht-einzige hinreichende Bedingung eines vierten Ereignisses.

4. [p, q, r 𝕂𝕏]: Alle drei Ereignisse zusammen oder keines. Nur zusammen sind die drei Ereignisse nicht-einzige hinreichende Bedingung eines vierten Ereignisses.
5. [p, q, r 𝔻𝕍]: Keines oder höchstens zwei der drei Ereignisse. Je einzeln oder zusammen mit einem der anderen Ereignisse sind p, q und r nicht-einzige hinreichende Bedingungen eines vierten Ereignisses.
6. [p, q, r 𝕁𝔼]: Keines oder genau zwei der drei Ereignisse. Genau zwei der drei Ereignisse sind die nicht-einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
7. [p, q, r 𝕏𝔻]: Höchstens eines der drei Ereignisse. p, q und r sind die paarweise unverträglichen nicht-einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
8. [p, q, r 𝕆𝕏]: Keines; entweder sind die drei Ereignisse p, q, r unbedingt unmöglich oder in Bezug auf ein viertes Ereignis s unmöglich.
9. [p, q, r 𝕍𝔸]: Mindestens eines. Die drei paarweise verträglichen Ereignisse p, q, r sind die einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
10. [p, q, r 𝔸𝕂]: Mindestens zwei. Je zwei der drei Ereignisse oder alle drei zusammen sind die einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
11. [p, q, r 𝔼𝕁]: Entweder je eines oder alle zusammen. Je eines oder alle drei Ereignisse zusammen sind die einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
12. [p, q, r 𝕂𝕆]: Nur alle drei. Zusammen sind die drei Ereignisse die einzige hinreichende Bedingung eines vierten Ereignisses; es ist auch möglich, dass p, q und r identisch und notwendige Bedingung eines vierten Ereignisses sind.
13. [p, q, r 𝔻𝔸]: Mindestens eines oder höchstens zwei. Jedes der drei Ereignisse alleine oder zusammen mit einem der anderen Ereignisse sind einzige hinreichende Bedingungen eines vierten Ereignisses.
14. [p, q, r 𝕁𝕂]: Genau zwei. Jeweils zwei der drei Ereignisse sind die einzigen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
15. [p, q, r 𝕏𝕁]: Genau eines; die drei Ereignisse sind die einzigen, paarweise unverträglichen hinreichenden Bedingungen eines vierten Ereignisses.
16. [p, q, r 𝕆𝕆]: die leere dreistellige Totalform.

Diese vollständig symmetrischen dreistelligen Totalformen sind alle obligatorisch unselbständig und stellen – in ihrer wohl wichtigsten logischen Bedeutung – Koordinationsverhältnisse dar. Diese Totalformen gelten nur, sofern ein viertes Ereignis s vorliegt; falls wir es bei diesen dreistelligen Totalformen mit Koordinationsverhältnissen zu tun haben, gilt für alle diese Totalformen, dass bei ∼s keine der hinreichenden Bedingungen für s gegeben sein kann. Die jeweilige tatsächliche Bedeutung dieser Totalformen lässt sich nur in den geschlossenen logischen Zusammenhängen bestimmen, denen sie jeweils angehören. In ähnlicher Weise ließen sich alle vollständig nicht-symmetrischen Totalformen konstruieren; bei diesen handelt es sich um reine Konstitutionsbeziehungen; die partiell symmetrischen Relationen fassen Koordinations- und Konstitutionsverhältnisse zusammen.

Diese Skizzen sollten zeigen, dass grundsätzlich jeder bedingungslogische Zusammenhang beliebiger Komplexität konstruiert und in seinen möglichen logischen Bedeutungen expliziert werden kann. Ich wollte darlegen, wie sich komplexere bedingungslogische Zusammenhänge aus zweistelligen logischen Beziehungen zusammensetzen, und dass sich logische Untersuchungen keinesfalls auf die Untersuchung zweistelliger logischer Relationen beschränken dürfen. Die Ereignislogik konstruiert eine infinite Menge bedingungslogischer Gesetzesbeziehungen. Die Konstruktion beliebiger logischer Relationen und die Explikation ihrer jeweiligen Bedeutung ist völlig unabhängig davon, ob derartige Gesetzeszusammenhänge in der Wirklichkeit je schon entdeckt worden sind oder künftig entdeckt werden; andere bedingungslogische Zusammenhänge sind aber in der Realität nicht auffindbar[14].

2.3. Typen logischer Zusammenhänge

Die dargelegten logischen Formen sind der Form nach bedingungslogisch (d.h. Gefüge notwendiger oder hinreichender Bedingungen), dem Inhalt nach sachverhalts-/ bzw. ereignislogisch, d.h. sie können grundsätzlich nur Sachverhalts-/Ereignisklassen als Relata aufweisen; sie geben ja darüber Auskunft, was wir in *jedem* Falle, da ein Sachverhalt bzw. Ereignis bestimmter Art vorliegt und nicht vorliegt, erwarten müssen und erwarten können. Aus den anfangs angeführten Beispielen – *etwas ist ein Vogel, ein Draht erwärmt sich, eine Zahl ist größer als zwei* – geht hervor, dass ein *Sachverhalt* oder *Ereignis* bestimmter Art dann vorliegt, wenn einem einzelnen Gegenstand (Ding, System) eine prädikative begriffliche Bestimmung zukommt, d.h. wenn dieser Gegenstand oder dieses System irgendeine dauerhafte und bleibende Beschaffenheit oder einen zeitweiligen und wechselnden Zustand aufweist. Diese Prädikate gehören unterschiedlichen logischen *Kategorien* an; je nachdem, zwischen welcher kategorialen Art von Prädikaten bedingungslogische Beziehungen bestehen, ergeben sich unterschiedliche Typen gesetzmäßiger Beziehungen, die sich logisch in spezifischer Weise unterscheiden. Es gibt einerseits *dauerhafte* prädikative Bestimmungen, die den Gegenständen, denen sie zukommen, immer und jederzeit zukommen; hier ist dann weiterhin zwischen den Art- und Gattungsbegriffen (Kategorie der *Substanz* oder *Ousia*; logische Beziehungen des Typs Ia) und den Bestimmungen von dauerhafter Eigenschaften und Beschaffenheiten zu unterscheiden (Kategorie des *nichttrennbaren Akzidens*; Typ Ib) zu unterscheiden. Daneben gibt es prädikative Bestimmungen, die ihren Subjekten nur zeitweilig zukommen, also dynamische Zustandsbegriffe (Kategorie des *trennbaren Akzidens*; Typ II).

Ein Implikationsgesetz wie *Wenn etwas ein Baum ist, so ist es eine Pflanze* handelt davon, in welcher Weise irgendeinem Gegenstand klassifikatorische Art- oder Gattungsbegriffe zukommen, welche angeben, um was für einen Gegenstand es sich handelt. Wenn durch „x“ ein beliebiger Gegenstand und durch „P“, „Q“ beliebige klassifikatorische Begriffe bezeichnet werden, kann der Sachverhalt, dass irgendeinem Gegenstand *x* ein klassifikatorischer Begriff *P* zukommt, durch den Ausdruck „P(x)“ bezeichnet werden. P(x) ist ein *echtes Ereignis*, das in der einen Situation vorliegen (der Fall sein) und in der anderen Situation nicht vorliegen (nicht der Fall sein) kann. Jedes derartige klassifikatorische Prädikat zerlegt den universellen Bereich, denn von jedem beliebigen Gegenstand muss in Bezug auf jeden gehaltvollen, nicht-leeren klassifikatorischen Begriff entscheidbar sein, ob dieser ihm zukommt – P(x) ist dann der Fall –, oder ob er ihm nicht zukommt – P(x) ist dann nicht der Fall. Zwischen *Ereignissen* wie P(x) und Q(x) bestehen bedingungslogische Relationen, denn es macht für beliebige klassifikatorische Begriffe P und Q Sinn danach zu fragen, ob es notwendig, unmöglich, möglich ($\mathcal{M}$)oder zufällig ($\mathcal{Z}$) ist, dass einem Gegenstand, dem der Begriff P zukommt bzw. nicht zukommt, zugleich auch der Begriff Q zukommt. Die verschiedenen dauerhaften klassifikatorischen Art- und Gattungsbegriffe stehen im Verhältnis einer umfassenden gegenseitigen logischen Abhängigkeit; welcher Art ein Gegenstand ist, erkennen wir nur, wenn wir ihn in ein ganzes Gefüge derartiger Begriffe einordnen. Wir sehen, dass logische Formen/Verhältnisse nichts anderes sind als logische Verhältnisse von Begriffen.

Implikationsaussagen von der Art *Wenn ein Mensch die Blutgruppenzugehörigkeit 0 hat, hat er keinen Antikörper Anti-A im Blut* handeln von Zusammenhängen, die zwischen dauerhaften, unveränderlichen Beschaffenheiten und Qualitäten bestehen. In einer Implikationsaussage wie „Wenn ein Kind Scharlach hat, bekommt es einen Hautausschlag“ ist, haben wir es dagegen nicht mit fixen Qualitäten, sondern mit veränderlichen Zuständen zu tun, die diese Dinge bestimmter Art bald aufweisen, bald nicht aufweisen; wir können von *dynamischen Ereignissen* reden. Der Bereich der Dinge, auf den in Gesetzen des Typs Ib und II Bezug genommen wird, ist nicht mehr der universelle Bereich, sondern *jeweils* ein abgegrenzter Bereich bestimmter Dinge und Systeme, denn sowohl dauerhafte Eigenschaften wie zeitweilige Zustände sind immer auf Dinge ganz bestimmter Art bezogen. Die Negation solcher Prädikate führt nicht mehr wie bei den Zusammenhängen des Typs Ia auf x-Beliebiges, sondern auf näher Bestimmtes – auf eine Menge alternativer Eigenschaften oder Zustände; während etwas, das als *Nicht-Elefant* bestimmt ist, alles mögliche, nur eben kein Elefant sein kann (unbestimmte, unspezifische oder limitative Negation), hat ein Mensch, der nicht die Blutgruppe 0 hat, entweder Blut der Gruppe A, oder B oder AB, und ein Kind, das kein Scharlach hat, ist entweder gesund oder hat eine andere Krankheit (bestimmte oder spezifische Negation).

Ein wichtiger Unterschied zwischen den logischen Zusammenhängen des Typs I und II besteht darin, dass erstere Unterschiede zwischen *verschiedenen* Gegenständen, letztere hingegen unterschiedliche Zustände *ein und desselben* Gegenstandes betreffen. Ein Sachverhalt des Typs I liegt dann vor, wenn einem Gegenstand jederzeit und unter allen Umständen eine prädikative Bestimmung zukommt; dieser Sachverhalt liegt dann *nicht* vor, wenn das betreffende Prädikat einem *anderen* Gegenstand nicht zukommt; ein fixes Prädikat und sein Gegenteil können ja nicht ein und demselben Gegenstand zukommen. Ein Sachverhalt/Ereignis des Typs II liegt vor, wenn ein Gegenstand einen bestimmten Zustand aufweist, das Ereignis liegt nicht vor, wenn *eben dieser* Gegenstand zu anderer Zeit diesen Zustand nicht zeigt.

Die vorgelegten Bestimmungen der logischen Formen/Verhältnisse sind davon unberührt, ob die durch die Formen in Beziehung gesetzten Begriffe/Prädikatoren ein- oder mehrstellig sind. Bei mehrstelligen Prädikaten spricht man auch von Relationen. Dass irgendein Mensch a Vater eines anderen Menschen b ist, ist ein ebenso realmögliches Ereignis bestimmter Art wie das Ereignis, dass a mit b blutsverwandt ist. Zwischen beiden Sachverhalts-/ Ereignisklassen besteht die Beziehung der ereignislogischen Implikation: *wenn ein Mensch a Vater eines Menschen b ist, dann ist a mit b blutsverwandt*. Von den vier möglichen Vorkommenskombinationen sind alle bis auf die zweite Vorkommenskombination (ein Mensch a ist Vater eines Menschen b $\frown$ dieser a ist mit diesem b nicht blutsverwandt) realmöglich. Auch mehrstellige Prädikate sind entweder dauerhafte Beziehungen (z.B. die Relation ...*ist Tochter von...*) oder zeitweilige Beziehungen (z.B. …*geht spazieren mit*…); es gibt allerdings keine mehrstelligen Ousiabegriffe (Art- und Gattungsbegriffe).

Die Bestimmung der logischen Formen und Gesetze ist von der Stelligkeit der Prädikate unberührt. Werden durch die Ausdrücke „${}^{n}P_1$", „${}^{n}P_2$", „${}^{n}P_3$", … irgendwelche verschiedenen n-stelligen Prädikate bezeichnet, die nicht einzelnen Gegenständen, sondern n-Tupeln $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ von Gegenständen zukommen, ist jede logische Relation genauso für diese n-stelligen Prädikate definiert; die Ausdrücke „$(P_1x \rightarrow P_2x)$" und „$({}^{n}P_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \rightarrow ({}^{n}P_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$", die Ausdrücke „$(P_1x \vee P_2x)$" und „$({}^{n}P_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \vee ({}^{n}P_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$", die Ausdrücke „$[p, q, r\ \mathbb{C}\mathbb{V}]$" und „$[{}^{n}P_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), {}^{n}P_2(x_1, x_2, \ldots, x_n), {}^{n}P_3(x_1, x_2, \ldots, x_n)\ \mathbb{C}\mathbb{V}]$ usw. bezeichnen jeweils immer dieselbe logische Relation. Wenn ich im Folgenden logische Relationen als Beziehungen von einstelligen Prädikaten, die einzelnen Gegenständen zukommen, darstelle, so geschieht dies der Einfachheit wegen. Es muss im Auge behalten werden, dass alle logischen Formen stets als Formen von Prädikaten beliebiger Stelligkeit bestimmt sind.

Hinsichtlich der Begriffe von Ereignissen bzw. hinsichtlich der Sachverhalts-/Ereignisklassen stellen sich insofern terminologische Probleme, als wir meistens nur bei dynamischen Ereignisse von Ereignissen sprechen; wie soll man den Tatbestand, dass irgendein Gegenstand ein Pferd ist, oder dass irgendein bestimmter Mensch die Blutgruppe 0 hat, nennen? Ereignis? Sachverhalt? Sachverhältnis? Sachlage? Für die vorliegende Erörterung kommt es v.a. auf die erste Bedingung der bedingungslogischen Zusammenhänge an, dass es realmöglich sein muss, dass einem Gegenstand ein bestimmtes Prädikat zukommt; ich werde die etwas unhandlichen Termini „Sachverhalts-/Ereignisbegriff" und „Sachverhalts-/Ereignisklasse" benutzen, um auf alle Fälle Bezug zu nehmen, dass Dingen/ Systemen (aus dem universellen oder einem abgegrenzten Bereich von Dingen) ein bestimmtes dauerhaftes oder dynamisches Prädikat zukommt, bzw. einem n-Tupel von Gegenständen eine bestimmte dauerhafte oder veränderliche n-stellige Relation zukommt. Die durchaus wichtige logische Unterscheidung der Typen logischer Zusammenhänge wird im Folgenden keine Rolle spielen.

Anmerkungen zu Teil I, Kapitel 2

:1 Die Totalform $p \wedge q$ bestimmt nur die Vorkommenskombination I als realmöglich; es gibt deshalb keine realmögliche Vorkommenskombination, in der $\sim p$ vorliegen würde, aus diesem Grunde ist p bezüglich des Totalform $p \wedge q$ unvollständig; dasselbe gilt bei $p \wedge q$ auch für q. Bei der Totalform $(1100)(p,q) = (p \rfloor q)$ ist keine der Vorkommenskombinationen realmöglich, in denen $\sim p$ gilt; es ist damit p bezüglich dieser logischen Totalform ein unvollständiges Ereignis, während q hinsichtlich dieser Totalform vollständig ist (in Vorkommenskombination I liegt q vor, in Vorkommenskombination II liegt q nicht vor).

2 Damit will ich ausdrücken, dass etwa bei $p \wedge q$ die Notwendigkeit von p und die Notwendigkeit von q nicht vom Vorliegen (bzw. Nichtvorliegen des jeweils anderen der beiden Ereignisse bedingt ist.

3 Drückt 𝒩(p, q) aus, dass die Notwendigkeit des Vorliegens von q tatsächlich durch p und nicht ein drittes Ereignis bedingt ist, genau dann gilt 𝒰(∼q, p); p macht dann q echt notwendig; ich schreibe $\mathcal{N}^{e}$(p, q).

4 Es gilt dann: r p⋟q und ∼r p↑q, also [p, q, r 𝕃𝔻]

5 Die Pränonpendenz, die Postnonpendenz und die Rejektion können unter Umständen *selbständig* sein, sind dann aber keine echten bedingungslogischen Zusammenhänge, sondern bringen die jeweils *unbedingte* Nichtrealmöglichkeit von Ereignissen zum Ausdruck. Zwischen der Sachverhalts-/Ereignisklasse, dass ein Mensch seinen Tod überlebt und der Sachverhalts-/Ereignisklasse. dass ein Mensch seine Geburt überlebt, besteht die Beziehung der selbständigen Pränonpendenz: das erste ist unmöglich (*nrm*), das zweite möglich (*rm*) – ohne dass zwischen beiden Sachverhalten eine Beziehung bestünde. Zwischen dem Sachverhalt, dass für eine natürliche Zahl n gilt: (n+1) < n , und dem Sachverhalt, dass Schnee schwarz ist, besteht die Beziehung der selbständigen Rejektion: weder das eine, noch das andere ist realmöglich – aber jeweils ganz unabhängig von einander. Solche unbedingt-unmöglichen Sachverhalte/Ereignisse bleiben in dieser Abhandlung prinzipiell außer Betracht, da sie nicht Bestandteil echter bedingungslogischer Zusammenhänge sein können. Der Ausschluss aller unbedingt unmöglichen Sachverhalte/Ereignisse aus der logischen Betrachtung und die Realmöglichkeit aller in logischen Zusammenhängen stehenden Sachverhalte/Ereignisse sind Präsuppositionen der Konstruktion aller logischen Formen.

6 Selbständig ist die Totalform der Kontravalenz 𝕁 in den Formulierungen der Prinzips des Nichtwiderspruchs (PNW): Für alle p: p ≻≺ ∼p. Das PNW formuliert die Norm der eindeutigen Identifizierbarkeit einer beliebigen *echten* Sachverhalts-/Ereignisklasse und der durchgängigen Wohlunterschiedenheit dieser Sachverhalts-/Ereignisklasse zu allen anderen Sachverhalts-/Ereignisklassen. Der Ausdruck „∼p“ bezeichnet nicht eine ganz bestimmte Sachverhalts-/Ereignisklasse, sondern jeden Fall, da ein von p verschiedenes Ereignis vorliegt. Auch das PNW ist eine *Präsupposition* dafür, dass eine Sachverhalts-/Ereignisklasseüberhaupt in einem bedingungslogischen Zusammenhang stehen kann. Innerhalb solcher bedingungslogischer Zusammenhänge ist der Totalform 𝕁 immer obligatorisch unselbständig.

7 In sehr vielen Fällen, in denen zwischen zwei Ereignissen p und q die Beziehung 𝕍 beobachtet wird, erweist es sich, dass zwischen p und q durchaus irgendeine Art logischer Abhängigkeit besteht, wenn zumindest ein zusätzliches Ereignis berücksichtigt wird. Diese Tatsache zeigt, dass es in den allerwenigsten Fällen genügt, sich auf die Berücksichtigung von zwei Ereignissen zu beschränken, wenn der bedingungslogische Zusammenhang zwischen diesen beiden Ereignisses erfasst werden soll.

8 Bei p→q kann q auch ohne p vorliegen, es gibt also für p noch eine andere hinreichende Bedingung als q; bei p←q kann p ohne q vorliegen, p ist also nicht die einzige notwendige Bedingung von q.

9 Nämlich: bei p ist p notwendig und bei ∼p ist p unmöglich.

10 Dies ergibt sich aus dem unten entwickelten Verfahren (siehe Abschnitt **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** S. 37). Da q und r jeweils notwendige Bedingungen von p sind, gilt p → q und p → r.

Durch p → q sind für die Bestimmung der Vorkommenskombinationen der logischen Totalform von (p, q, r) folgende Bedingungen gegeben:
(1) Weil (p⌢q) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen I und II zumindest einer realmöglich
(2) Weil (p⌢∼q) nichtrealmöglich ist, sind die Vorkommenskombinationen III und IV beide nichtrealmöglich
(3) Weil (∼p⌢q) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen VI und VII zumindest einer realmöglich
(4) Weil (∼p⌢∼q) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen VII und VIII zumindest einer realmöglich

Durch p → r sind für die Bestimmung der Vorkommenskombinationen der logischen Totalform von (p, q, r) folgende Bedingungen gegeben:
(5) Weil (p⌢r) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen I und III zumindest einer realmöglich
(6) Weil (p⌢∼r) nichtrealmöglich ist, sind die Vorkommenskombinationen II und IV beide nichtrealmöglich
(7) Weil (∼p⌢r) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen V und VII zumindest einer realmöglich
(8) Weil (∼p⌢∼r) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen VI und VIII zumindest einer realmöglich

11 Der Ausdruck [[s, p, q, r 𝕂𝕁𝕆𝕏] besagt, dass bei s⌢p gilt: q∧r; bei s⌢∼p gilt p ≻≺ r; bei ∼s⌢p gilt q⊥r und bei ∼s⌢∼p gilt q ↓ r. Die Darstellung fünf- und höherstelliger logischer Formen mit Hilfe der zweistelligen logischen Formen geschieht entsprechend.

12 Durch p ∨ q sind für die Bestimmung der Vorkommenskombinationen der logischen Totalform von (p, q, r) folgende Bedingungen gegeben:
(1) Weil (p⌢q) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen I und II zumindest einer realmöglich
(2) Weil (p⌢∼q) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen III und IV zumindest einer realmöglich
(3) Weil (∼p⌢q) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen VI und VII zumindest einer realmöglich
(4) Weil (∼p⌢∼q) nichtrealmöglich ist, sind die Vorkommenskombinationen VII und VIII beide nichtrealmöglich

Durch q ∨ r sind für die Bestimmung der Vorkommenskombinationen der logischen Totalform von (p, q, r) folgende Bedingungen gegeben:
(5) Weil (q⌢r) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen I und V zumindest einer realmöglich
(6) Weil (q⌢∼r) realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen II und VI zumindest einer realmöglich

(7) Weil $(\sim q \frown r)$ realmöglich ist, ist von den Vorkommenskombinationen III und VII zumindest einer realmöglich
(8) Weil $(\sim p \frown \sim r)$ nichtrealmöglich ist, sind die Vorkommenskombinationen IV und VIII beide nichtrealmöglich

Die Vorkommenskombinationen IV, VII und VIII sind nichtrealmöglich, Vorkommenskombination III ist realmöglich; für die restlichen Vorkommenskombinationen gelten die Bedingungen (1), (3), (5) und (6).

13 Sollen die zweistelligen logischen Relationen Ω_1 und Ω_2, die der Darstellung einer dreistelligen logischen Relation dienen, über die Permutationen hinweg unverändert bleiben, dann müssen bestimmte Vorkommenskombinationen der logischen Totalform von (p, q, r) gleich bestimmt sein. Diese Bedingungen lassen sich alle der oben angeführten Tabelle der identischen Vertauschungs-transformationen für dreistellige Totalformen entnehmen (Siehe unten **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**, S.45).Wenn bei gegebener dreistelliger Relation von (p,q,r) festgestellt werden soll, welche dreistellige Relation zwischen (p, r, q), (q, p, r), usw. – für jede Permutation der Komponenten des Tripels (p,q,r) – besteht, wird die Reihenfolge der Vorkommenskombinationen in ihrer jeweiligen Bestimmtheit jeweils in spezifischer Weise vertauscht; für die vollständig symmetrischen dreistelligen logischen Relationen müssen die ihre Reihenfolge vertauschenden Vorkommenskombinationen gleich bestimmt sein.

Für die Permutation von (p, q, r) zu (p, r, q) gelten die Bedingungen:

(1) II = III
(2) VI = VII

Für die Permutation von (q, p, r) zu (q, r, p) muss gelten:

(1) II = V
(2) VII = IV

Für die Permutation von (r, p,q) zu (r, q, p) muss gelten:

(1) III = V
(2) IV = VI

Zusammenfassend ergeben sich die beiden Bedingungen:

(a) II = III = V
(b) IV = VI = VII

Hinzu kommt, dass bei allen identischen Vertauschungstransformationen die Vorkommenskombinationen I und VIII nicht permutiert werden.

Für die Permutation von (p,q, r) zu (q, p, r) gilt:

(7) Die Vorkommenskombinationen I, II, VII und VIII werden nicht permutiert.
(8) III und V werden mit einander vertauscht; wegen (a) sind III und V gleich bestimmt und ihre Vertauschung verändert Ω_1 und Ω_2 nicht.
(9) IV und VI werden mit einander vertauscht; wegen (b) sind IV und VI jedoch gleich bestimmt und ihre Vertauschung verändert Ω_1 und Ω_2 nicht.

Für die Permutation von (p, q, r) zu (r, p, q) gilt:

(10) III wird durch II, V wird durch III und II wird durch V ersetzt; wegen (a) werden bei diesen Ersetzungen Ω_1 und Ω_2 nicht verändert.
(11) VII wird durch IV, IV wird durch VI und VI wird durch VII ersetzt; wegen (b) ändern sich dabei Ω_1 und Ω_2 nicht.

14 In gleicher Weise lässt sich z.B. im System der natürlichen Zahlen jede Anzahl ganz unabhängig davon bestimmen, ob jemals die Existenz einer Menge mit einer derartigen Anzahl empirisch nachgewiesen wurde oder nachgewiesen werden wird; umgekehrt aber wird niemals empirisch irgendeine Anzahl nachgewiesen werden können, die nicht im rein konstruktiven System der natürlichen Zahlen enthalten wäre.