

## II, Kapitel 5: Die Modalitätenlogik

### 5.1. Die Motive der Erarbeitung einer Modalitätenlogik.

Die logischen Formen haben sich als Verhältnisse der relativen Modalisierung des Vorliegens und Nichtvorliegens von Ereignissen und Sachverhalten bestimmter Art erwiesen; es sind Strukturen bedingungslogischer Gesetzeszusammenhänge. Die fregeschen Gedankengefüge hingegen sind unter der Voraussetzung der Zusammenhanglosigkeit der Aussagen konstruiert, denen sie zugesprochen werden, und geben die vorgegebenen Wahrheitswerte dieser Aussage tautologisch oder mit Informationsverschleierung wieder; sie sind inhaltlos und logisch irrelevant. Ihre Gehaltlosigkeit würde sofort offensichtlich, würde ihnen keine andere Bedeutung zugeschrieben als jene, die den klaren und eindeutigen Definitionen als „Wahrheitsfunktionen“ entspricht; wenn etwa die Bedeutung des Gedankengefüges  $A \Rightarrow B$  korrekt nur als die Behauptung gefasst wird, dass von zwei willkürlich und beliebig zusammengestellten Aussagen A und B jedenfalls nicht die erste wahr und die zweite falsch ist – *und sonst nichts*, liegt die logische Irrelevanz des Gedankengefügeprädikats  $\bullet$  offen zu Tage. Werden von irgendwelchen verschiedenen Aussagen nur die Wahrheitswerte berücksichtigt, wie es FREGE für die Gedankengefüge festsetzt, dann drücken *alle* Gedankengefüge nur die Voraussetzung des logischen Independenz aus: irgendeine Aussage ist wahr bzw. falsch, ob nur eine andere Aussage wahr oder falsch ist. Diese Independenz gehört zu den Konstruktionsprinzipien des SFG. Dass die Gedankengefüge keine logischen Beziehungen darstellen, geht unmittelbar aus ihren klar definierten Bedeutungen hervor.

Weil diese Bedeutung der Gedankengefüge im Rahmen der „modernen Logik“ jedoch nicht gemäß ihren doch klaren Definitionen aufgefasst werden, sondern durchweg einer unzulässigen logischen Missdeutung unterzogen werden, um einen nicht vorhandenen logischen Gehalt vorzutauschen, wurde die logische Gehaltlosigkeit der Gedankengefüge nur indirekt und nur unvollständig bewusst, insbesondere im intuitiv gefühlten Widersinn, der sich aus der logischen Missdeutung bestimmter SFG-Formeln ergibt. Eine vage, eher gefühlte als begriffene, eher verschämte als konsequente „dissatisfaction with the notion ... of material implication“ wurde dann zum Ausgangspunkt verschiedener Versuche, dem Unbehagen an den aus der Missdeutung resultierenden Paradoxien durch die *zusätzliche* und nachträgliche Berücksichtigung angeblicher modaler Gesichtspunkte zu begegnen.

„Die Aufgaben, die am Ausgangspunkt der modernen Modallogik standen“, wurden darin gesehen, „die Schwachstellen der materialen Implikation auszubessern.“<sup>1</sup> C. I. LEWIS stellte der „materialen Implikation“  $\bullet$  eine „strikte Implikation“ zur Seite, die nicht nur wie  $\bullet$  ausdrücken sollte, dass es faktisch falsch ist, dass eine erste Aussage wahr und eine zweite Aussage falsch ist, sondern dass dies *unmöglich* ist, bzw. dass im Falle der Wahrheit der ersten Aussage die zweite Aussage *notwendig* wahr ist. Bei der logischen Missdeutung *echter*, rein „wahrheitsfunktionaler“  $\bullet$ -Aussagen wie „Wenn Frege katholisch war, war Wittgenstein ein Österreicher“ vermisst das logisch unverdorbene Bewusstsein den an die Partikel *Wenn* gebundenen, durch das Gefühl der Notwendigkeit begleiteten Zusammenhang, der bei den umgangssprachlichen Wenn<sub>1</sub>- und Wenn<sub>2</sub>-Aussagen immer vorhanden ist. Erweiterungen der „Aussagenlogik“ durch modale Konzepte sollten sicherstellen, dass auch der Gebrauch des Gedankengefüges  $\bullet$  von einem solchen Notwendigkeitsgefühl begleitet ist. Mit C. I. LEWIS' Versuch, ein Konzept der Implikation zu entwickeln, das nicht zu den „Paradoxien“ führt, die sich aus der logischen Missdeutung des Gedankengefüges  $\bullet$  ergeben, habe die „modern modal logic properly so called“ begonnen.<sup>2</sup>

Die aus der logischen Deutung der Gedankengefüge resultierenden Paradoxien haben bislang keine ernsthafte, durchgreifende kritische Überprüfung der fregeschen Begriffsbildungen veranlasst; diese SFG-Konzepte gelten weiterhin als absolut sakrosankte Grundlage der „modernen Logik“. Da allenfalls eine „Erweiterung“ dieser Konzepte durch modale Bestimmungen als zulässig gilt, mussten die Modalbestimmungen so zugerichtet werden, dass sie mit den Voraussetzungen des SFG, d.h. mit dem Konzept der Gedankengefüge, verträglich waren. Die *modal logics* „will all be based on the propositional calculus... they will include all the wffs of PC, with the same interpretation as before.“<sup>3</sup> An diesem „Erweiterungspostulat“ orientiert sich die gesamte „moderne Modallogik“. Die dieser Forderung verpflichteten „modallogischen“ Entwürfe fasse ich im Folgenden unter der Bezeichnung „Modallogistik“ zusammen: dem Zeichenvorrat des SFG werden Bezeichnungen der Modalitäten ( $\square$ , „N“ oder „L“ für „notwendig“, „ $\diamond$ “ oder „M“ für „möglich“, „U“ für „unmöglich“ – wie sachgerecht auch immer definiert – hinzugefügt.<sup>4</sup>

## 5.2. Die Konzeption der „alethischen Modalitäten“

Die Versuche, die fregesche Gedankengefüge-Konzeption der logischen Formen im Nachhinein um die Betrachtung der Modalitäten zu erweitern und dadurch logisch gehaltvoller zu machen, sind aussichtslos. Alle vorgeschlagenen „modallogischen“ *Erweiterungen*, soweit sie überhaupt Sinn ergeben, erweisen sich als nur scheinbare Erweiterungen des SFG und betreffen Gesichtspunkte, die dem SFG schon von Anfang an zugehören. Eine systematische, vollständige und allgemeine Bestimmung der Modalitäten, wie sie in intuitiv-unreflektierter Weise in Alltag und Wissenschaft in Gebrauch sind, ist auf diese Weise nicht durchführbar. Das Erweiterungspostulat führt zur Vorstellung, die „modalen“ Bestimmungen könnten die *Wahrheitswerte* von Aussagen näher bestimmen und modifizieren; dies steht im Widerspruch zu konstitutiven Voraussetzungen des SFG, insbesondere widerspricht es dem Prinzip der Wahrheitswertdefinitheit, demzufolge eine Aussage entweder wahr oder falsch ist und sonst nichts. Im Rahmen der Modalitätenlogik werden die Modalitäten grundsätzlich als „*alethische* Modalitäten“ aufgefasst, d.h. als *zusätzliche* – verstärkende oder abschwächende – Qualifizierungen des Wahr- bzw. Falschseins der Aussagen selbst<sup>5</sup>. Die „modale Aussagenlogik“ behandle „Aussagen, deren Wahrheit bzw. Falschheit notwendig, möglich, unmöglich oder zufällig“ sei; „ $\mathbf{NA}$ “ solle bedeuten: „die Aussage *A* ist notwendig wahr“.<sup>6</sup> „A proposition which is bound to be true we call a *necessarily true* proposition, or simply a *necessary* proposition; one which is bound to be false we call an *impossible* proposition... If a proposition is not impossible, we say it is a *possible* proposition.“<sup>7</sup> Diese „alethischen“, angeblich die Wahrheitswerte modifizierenden „Modalitäten“ gelten als die eigentlich „logischen Modalitäten“; sie sollen „den Grundstock dessen, was man heute ›klassische Modallogik‹ nenne, bilden“<sup>8</sup>.

Ist es in Anbetracht des Prinzips des Nichtwiderspruchs (PNW), demzufolge eine Aussage entweder wahr oder falsch ist (*tertium non datur*), überhaupt möglich, die Wahrheit oder Falschheit von Aussagen durch solche „Modalitäten“ zu graduieren und zu relativieren, d.h. graduelle Unterschiede des Wahr- bzw. Falschseins zu postulieren? Kann man, wie HUGHES und CRESSWELL, *einerseits* betonen „Every proposition is either true or false“<sup>9</sup>, zugleich aber behaupten, es gebe wahre *Aussagen*, die „merely happen to be true“, und wahre Aussagen, die „bound to be true“ sind<sup>10</sup>? Folgende Überlegungen sprechen dafür, dass das SFG durch derartige Bestimmungen nicht erweiterbar ist. Da Gedankengefügeprädikate Aussagen ausschließlich danach beurteilen, ob sie für schlicht wahr oder schlicht falsch gehalten werden, könnten die Gedankengefüge Aussagen nicht mehr zugeschrieben werden, wenn deren Wahrheitswerte durch derartige „modale“ Bestimmungen modifiziert und graduiert würden; das SFG wäre durch die „modalen“ Bestimmung nicht erweiterbar, die Gedankengefüge müssten vielmehr völlig neu definiert werden (eine solche Neudefinition der Gedankengefüge wurde in so genannten „mehrwertigen Logiken“ versucht); die Wahrheit der Gedankengefüge müsste nicht nur für die Fälle bestimmt werden, dass vorgegebene Aussagen wahr oder falsch sind, sondern auch für die Fälle, dass diese Aussage „notwendig wahr“, „möglicherweise falsch“ usw. sind. Auf der anderen Seite müssten Behauptungen wie „Die Aussage *A* ist notwendig bzw. möglicherweise wahr bzw. falsch“ selber entweder wahr oder falsch sein<sup>11</sup>, und solchen Behauptungen dürften Gedankengefüge nur nach Maßgabe dieser vorgegebenen einfachen Wahrheitswerte prädiert werden, während die „alethischen Modalitäten“ zum „Gedankeninhalt“ dieser Aussagen gehörten, der bei der Bewertung der Wahrheit der Gedankengefügeaussagen gar nicht berücksichtigt wird.

Die Modalitäten **N**, **M** und **U** werden als „Aussageoperatoren“ aufgefasst, die aus Aussagen *A* selber wieder wahrheitswertdefinite Aussagen „**NA**“, „**MA**“, usw. bilden, und solchen Aussagen können Gedankengefüge nur dann zugesprochen werden, wenn wir die Bedingungen für die schlichte Wahrheit solcher „Modalaussagen“ **NA** oder **MA** kennen. Die Frage, unter welchen Bedingungen genau eine Aussage *A* über ihr schlichtes Wahr- bzw. Falschsein hinaus „notwendig wahr/falsch“ oder „nicht notwendig wahr/falsch“, „möglicherweise wahr/falsch“ oder „nicht möglicherweise wahr“ ist, wird im Rahmen der „modernen Logik“ nicht oder (zumindest nicht einheitlich) beantwortet. Zum einen bleibt das Verständnis der Modalitäten intuitiv und vortheoretisch; man belässt es dabei, unreflektiert-intuitive, umgangssprachlich ausgedrückte Vorstellungen durch „Symbole“ wie **N**, **M** und **U** darzustellen, und hantiert dann mit den undefinierten und bedeutungsmäßig verschwommenen „Symbolen“, ohne sich um eine präzise und einheitliche nicht-intuitive Definition der Bedeutung dieser Bezeichnungen zu bemühen.

Dieser Umstand ist deutlich im Zusammenhang mit folgender beliebter *zirkulärer Scheindefinition der Modalitäten*; eine der Modalitäten wird zum „unbestimmten Grundbegriff“ („unbestimmter Begriff“ ist eine *contradictio in adjecto*) deklariert, von dem aus die anderen Modalitäten durch Negationen hergeleitet und dadurch „defi-

niert“ werden sollen. „Die übliche Modallogik verwendet die beiden Funktoren ‚**N**‘ für ‚notwendig‘ und ‚**M**‘ für ‚möglich‘ sowie deren Negationen für ‚nicht notwendig‘ bzw. ‚zufällig‘ und ‚unmöglich‘. Wenn nun der Funktor ‚**N**‘, irgendeine Aussage ‚**A**‘ und die Negation ‚ $\neg$ ‘ bereits gegeben sind, dann lässt sich die Möglichkeit definieren durch ‚**MA**‘  $\stackrel{\text{def}}{=} \neg \mathbf{N} \neg \mathbf{A}$  (‚es ist möglich, dass **A**‘ wird definiert durch ‚es ist nicht notwendig, dass nicht **A**‘). Wird dagegen die Möglichkeit vorausgesetzt, dann lässt sich die Notwendigkeit analog definieren: ‚**NA**‘  $\stackrel{\text{def}}{=} \neg \mathbf{M} \neg \mathbf{A}$ . einer der beiden Funktoren bleibt aber innerhalb der Modalitätenlogik indefinibel.“<sup>12</sup>

Gegen diese „Definitionen“ spricht, dass aus der Negation eines nicht oder nur vage Bestimmten keine Bestimmung und keine Definition resultieren kann; wenn ich nicht weiß, was ein undefiniert-bedeutungsloses Lautschema ‚Kobakel‘ bedeutet, weiß ich auch nicht, was ein Nicht-Kobakel ist – wenn der Ausdruck „notwendig wahr“ undefiniert und unbestimmt ist, dann kann auch der Ausdruck „nicht notwendig wahr“ nicht definiert und nicht bestimmt sein. Die Negation eines Unbestimmten ist eine fiktive Operation, eine derartige „negatio“ ist keine determinatio. Diese „Definitionen“ nehmen, genau besehen, nicht auf einen ‚undefinierbaren Grundbegriff‘ Bezug, sondern auf das dem Alltagsdenken implizite intuitiv-unreflektierte Verständnis dieser Ausdrücke; diese Modalitätsausdrücke werden im Rahmen des spontanen-gegenständlichen Erkennens ständig hinreichend adäquat verwendet, ihre Mehrdeutigkeit wird durch den objektiven Kontext ausgeräumt, sie sind aber noch nicht selbst Gegenstand einer systematischen expliziten theoretischen Bewusstwerdung geworden. Verbales Negieren auf der Grundlage intuitiven Verständnisses kann nicht zu einem Begreifen führen, das jenes Vorverständnis an Klarheit und Deutlichkeit übertrifft. Da diese „Definitionen“ bei den schillernden, keineswegs eindeutigen Bedeutungen umgangssprachlicher Modalausdrücke stehen bleiben, sind sie wertlos.

Außerdem erfasst diese Weise der Herleitung nicht alle Modalitäten. Da die Modalität *möglich* hier im Zusammenhang mit der Modalität *notwendig* betrachtet wird, kommt als Modalität der Möglichkeit nur die relative Möglichkeit  $\mathcal{K}$  in Betracht – *notwendig* kann ja nur eine relative Modalität sein, für die unbedingten Modalitäten sind diese Negationen also gar nicht durchführbar. *Möglich* im Sinne von  $\mathcal{K}$  ist ein Ereignis/Sachverhalt bestimmter Art (und nicht etwa eine Aussage), wenn ein derartiges Ereignis/ein derartiger Sachverhalt *bezüglich bestimmter Umstände* das eine Mal vorliegt, das andere Mal nicht vorliegt. Dann aber ist dieses Mögliche *weder* notwendig ( $\mathcal{N}$ ), *noch* unmöglich ( $\mathcal{U}$ ). In der dargelegten zirkulären Bestimmung wird aber das Mögliche als das Nicht-Unmögliches bestimmt, d.h. als das, was entweder möglich ( $\mathcal{K}$ ) oder notwendig ( $\mathcal{N}$ ) ist. Durch Negation kann man also weder von den apodiktischen elementaren Modalitäten  $\mathcal{N}$  und  $\mathcal{U}$  zur nicht-apodiktischen Modalität des Möglichen ( $\mathcal{K}$ ), noch kann man von der Modalität  $\mathcal{K}$  zu den apodiktischen Modalitäten gelangen; die Modalität des Möglichen ( $\mathcal{K}$ ) lässt sich auf die besprochene Weise überhaupt nicht „herleiten“.

### 5.2.1. Die Modalitäten sind keine Modifikationen der Wahrheitswerte – weder hinsichtlich der „faktischen Notwendigkeit“ noch der bedingungslogischen Modalisierung

Die Behauptung, eine wahre Aussage sei *notwendig wahr*, wäre nur dann eine nichtredundante weitergehende Charakterisierung ihres schlichten Wahrseins, wenn der Unterschied zwischen *notwendig wahren* und *nicht-notwendig wahren* Aussagen bestimmt werden könnte. Fügt die Behauptung, eine Aussage sei notwendig wahr, der Behauptung, diese Aussage sei wahr, überhaupt etwas hinzu? Aussagen unterliegen den Prinzipien der Identität (PdI) und des Nichtwiderspruchs (PNW); für jede Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$ <sup>13</sup> gilt:  $\vdash \mathcal{B}(p^*) \leftrightarrow \vdash \mathcal{B}(p^*)$  (PdI), gleichbedeutend  $\vdash \mathcal{B}(p^*) \times \vdash \mathcal{B}(p^*)$  (PNW). Daraus ergibt sich: *falls* eine Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$  wahr ist, ist die Behauptung *notwendig* wahr (Vorkommensfallschluss  $\mathbb{E}/\alpha$  des Identitätsprinzips), bzw. dann ist es *unmöglich*, dass die Behauptung falsch ist (Vorkommensfallschluss  $\mathbb{J}/\alpha$  des PNW). *Falls* irgendeine Aussage wahr (bzw. falsch) ist, ist sie demnach *notwendig wahr* (bzw. *notwendig falsch*) in dem Sinne, dass es unmöglich ist, dass sie nicht wahr (bzw. nicht falsch) ist. Auch dann, wenn die Wahrheit bzw. Falschheit einer Aussage als „notwendig“ charakterisiert wird, bleibt das Prinzip des ausgeschlossenen Dritten für die beiden Wahrheitswerte gültig.

Wie wird begründet, dass eine Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$  wahr und damit im eben dargelegten Sinne „notwendig wahr“ ist? Jede noch so elementare Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$  kann nur dann als wahr erwiesen werden, wenn sich zeigen lässt, dass im vorliegenden, aktuellen Einzelfall alle notwendigen Bedingungen dafür erfüllt sind, dass ein allgemein bestimmtes/r Ereignis/Sachverhalt der Art  $p$  vorliegt. Es muss also das *allgemeine*, die Sachverhalts-/Ereignisklasse  $p$  betreffende Wissen von *allen notwendigen* Bedingungen für das Vorliegen derartiger Ereignisse/Sachverhalte  $p$  durch einen Schluss auf die aktuelle Einzelsituation übertragen werden. Angenommen, die Sachver-

halte/Ereignisse der Art  $p$  liegen *genau dann* vor, wenn zugleich die drei Bedingungen  $q_1 \wedge q_2 \wedge q_3$  gegeben sind<sup>14</sup>, wenn also das Gesetz  $[p \leftrightarrow (q_1 \wedge q_2 \wedge q_3)]$ <sup>15</sup> gilt; ergibt sich nun in einem aktuellen Fall, dass die drei notwendigen Bedingungen für  $p$  gegeben sind, liegt also  $(q_1^* \wedge q_2^* \wedge q_3^*)$  vor und ist demnach  $\mathcal{B}(q_1^* \wedge q_2^* \wedge q_3^*)$  wahr, dann ergibt sich aus der Gesetzesprämisse  $p \leftrightarrow (q_1 \wedge q_2 \wedge q_3)$  und der Wahrheit der Subsumtionsprämisse  $\mathcal{B}(q_1^* \wedge q_2^* \wedge q_3^*)$ , nach dem Schlusschema  $\mathbb{E}/\gamma$ , dass  $\mathcal{B}(p^*)$  „notwendig wahr“ ist<sup>16</sup>.

Durch diese modalisierende Erschließung der Wahrheit einer Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$  wird das gegebene, *einzelne* Faktische  $p^*$ , von dem die Feststellung jeweils handelt, in umfassendere, gesetzmäßige Zusammenhänge eingeordnet; es wird auf die allgemeinen, gesetzmäßigen Bedingungen des faktischen Vorliegens *aller* derartigen Sachverhalte/Ereignisse  $p$  bezogen. Die Gesetzesprämisse solcher Schlüsse auf das Vorliegen eines Ereignisses/Sachverhalts bestimmter Art ist immer eine logische  $\mathbb{E}$ -Relation zwischen den beiden Sachverhalts-/Ereignisklassen  $p$  und dem Vorliegen *aller notwendigen* Bedingungen wie z.B.  $q_1 \wedge q_2 \wedge q_3$ ; sowohl  $p$  wie  $(q_1 \wedge q_2 \wedge q_3)$  sind jeweils realmöglich – in manchen Fällen liegt  $p$  bzw. liegen die Sachverhalte/Ereignisse  $q_1$ ,  $q_2$  und  $q_3$  zusammen vor, in den anderen Fällen gilt dies nicht. Das Gesetz behauptet dann, dass das eine der beiden Ereignisse immer nur mit dem anderen Ereignis vorliegt: da in allen Fällen, da  $q_1 \wedge q_2 \wedge q_3$  gilt, auch  $p$  gilt, ist im Falle, da  $q_1^* \wedge q_2^* \wedge q_3^*$  zutrifft, notwendig auch  $p^*$  der Fall.

Die  $\mathcal{N}$ -Modalisierung, die mit allen diesen *Schlüssen des Dass* (Schlüsse auf das Vorliegen eines Faktums, d.h. Schlüsse, die eine Antwort auf die Frage, welche Art von Sachverhalt/Ereignis aktuell vorliegt) verbunden ist, kann man *faktische Notwendigkeit* nennen, denn sie besagt entsprechend dem PNW, dass, was der Fall ist, in dem Sinne notwendig der Fall ist, als es unmöglich ist, dass es nicht der Fall ist. Diese faktische Notwendigkeit stellt keine Graduierung des Wahrheitswertes  $\mathcal{W}$ , keine „alethische Modalität“ dar, denn sie kennzeichnet ja *jede* wahre Aussage. Diese „faktische Notwendigkeit“ ist keine Bestimmung, die als zusätzliches modales Attribut zum nicht-modalisierten Wahrheitswert hinzukommen oder wegbleiben könnte, sondern kennzeichnet alles Wahrsein als solches; das Wahre ist das hinreichend Begründete. Es gibt keine Aussagen, die wahr, jedoch nicht notwendig wahr in *diesem* Sinne sind; insbesondere kann es keine nicht-notwendig, „möglicherweise wahre“ Aussage geben, d.h. eine Aussage, die bald wahr, bald falsch wäre. Diese redundante Kennzeichnung einer wahren Aussage als „notwendig wahr“, stellt nur heraus, dass die Aussage begründet, d.h. auf die allgemeinen Bedingungen des Vorliegens solcher Sachverhalte/Ereignisse bezogen ist; dieser Hinweis ist im Grunde überflüssig, da wir nur dann berechtigt sind, eine Feststellung wahr zu nennen, wenn wir eine derartige Begründung geben können<sup>17</sup>. Dass eine Aussage in diesem Sinne als notwendig wahr bzw. *notwendig falsch* charakterisiert werden kann, ist also keine modalisierende Graduierung der Wahrheitswerte; es relativiert nicht das PNW, demzufolge eine Aussage entweder wahr oder falsch ist, und berechtigt auch nicht von „alethischen Modalitäten“ zu sprechen.

Neben des *Schlüssen des Dass*, aus denen hervorgeht, was in einer aktuellen Situation der Fall ist, müssen wir *Schlüsse des Warum* unterscheiden; *Schlüsse des Warum* beantworten nicht die Frage, was für eine Art von Sachverhalt/Ereignis aktuell der Fall ist (die Beantwortung der Frage wird vielmehr vorausgesetzt), sondern sie geben Antwort auf die Frage, warum ein bestimmtes gegebenes Faktum der Fall ist, bzw. in welcher Weise bestimmte gegebenen Umstände dieses Faktische bedingen, u.U. verursachen. Auch hier wird das Faktische durch seine Einordnung in umfassendere gesetzmäßige Zusammenhänge modalisiert; es wird auf jene Sachverhalte/Ereignisse bezogen, die jenes Faktische stets, d.h. notwendig, oder in manchen und nicht in allen Fällen, d.h. möglicherweise ( $\mathcal{K}$ ) bedingen. Die aus Schlüssen des Dass resultierende Notwendigkeit könnte *faktische Notwendigkeit*, die aus Schlüssen des Warum resultierende Notwendigkeit könnte *Gesetzesnotwendigkeit* genannt werden.

Der Unterschied der Schlüsse des Dass und des Warum kann durch folgende Beispiele verdeutlicht werden. Um das faktische Vorliegen einer Sonnenfinsternis zu konstatieren, genügt es, die Bedingungen des jeweils aktuellen Vorliegens zu kennen (die Sonne verdunkelt sich, die Mondscheibe schiebt sich vor die Sonne, Tageslicht und Tageswärme erlöschen, usw.); die schließende Anwendung dieses *Wissens des Dass* ermöglicht es, jederzeit zu entscheiden, ob eine Sonnenfinsternis stattfindet oder nicht. Weiß man darüber hinaus, wie und warum Sonnenfinsternisse durch die relativen, gesetzmäßigen und berechenbaren Bewegungen von Sonne, Mond und Erde hervorgerufen werden, kann man aus dem Gegebensein dieser Bedingungen auf das notwendige (oder mögliche – wenn man nicht alle hinreichenden Bedingungen berücksichtigt) Eintreten von Sonnenfinsternissen schließen. Ob jetzt Vollmond ist, kann ich durch einen Schluss des Dass feststellen, ohne dass ich über die Bedingungen der Mondphasen Bescheid wissen müsste. Ob heute in hundert Jahren Vollmond ist, kann ich jedoch nur durch

einen Schluss des Warum auf der Basis eines komplexen bedingungslogischen Gesetzeswissens über die relative Bewegung von Mond und Erde vorhersagen. Während Schlüsse des Dass stets auf die aktuell-situativen Umstände (oder glaubhafte Augenzeugenberichte davon) bezogen sind, sind Schlüsse des Warum auch über zukünftige Ereignisse möglich (oder über vergangene Ereignisse, über die keine Augenzeugenberichte vorliegen); für die Zukunft gibt es keine reine faktische Notwendigkeit, keine Feststellung, die unabhängig vom Warum ist<sup>18</sup>. Das *Wissen des Dass* bezieht sich auf bestimmte vorliegende Gegebenheiten, aus denen zusammen mit dem klassifikatorischen Wissen des Dass hervorgeht, mit welchen Dingen und Ereignissen wir es in der aktuellen Situation zu tun haben. Das *Wissen des Warum* bezieht die Dinge und Ereignisse auf die gegebenen Umstände, und untersucht, inwieweit diese Umstände das Vorliegen oder Nichtvorliegen der Dinge und Ereignisse bedingen. Die von **ARISTOTELES** betonte Sonderstellung der zukünftigen gegenüber den gegenwärtigen und vergangenen Ereignissen besteht darin, dass es für die zukünftigen Ereignisse nur Schlüsse des Warum, nicht aber Schlüsse des Dass geben kann. Die Feststellung des bloßen Faktums, dass gegenwärtig oder in der Vergangenheit ein Ereignis  $p^*$  vorliegt, ist durch Schlussfolgerungen anderer Art begründet als die *Prognose* und *Erklärung* des Ereignisses; die Begründung dafür, dass etwas der Fall ist, ist einfacher (theoretisch anspruchsloser, erfordert weniger fundiertes Wissen) als die Begründung dafür, warum etwas der Fall ist; ich brauche nur jene *aktuell gegebenen* situativen Bedingungen in Rechnung stellen, die sicherstellen, dass gerade dieses bestimmte und kein anderes Ereignis stattfindet (*Bedingungen der Faktizität*). Ein vergangenes oder gegenwärtiges Ereignis kann ich nur dann erklären, ein *zukünftiges* Ereignis kann ich nur vorhersagen, wenn jetzt schon ursächliche Bedingungen vorhanden sind, die in Zukunft jenes Ereignis unvermeidbar hervorbringen werden (*Bedingungen des Entstehens*).

Modalisierung bestimmt demnach die Faktizität nicht in seiner Isoliertheit, sondern stellt dieses Faktische in einen umfassenderen Zusammenhang: Modalisierung bezieht das Faktische bestimmter Art auf alle Fälle, in denen derartige Faktische vorliegt, sie bezieht das Faktische auf die bedingungslogischen Gesetzmäßigkeiten, denen alles derartige Faktische unterliegt: unter Umständen bestimmter Art ist Faktisches betreffender Art stets, d.h. notwendig der Fall, unter anderen Umständen sind sie möglich ( $\mathcal{M}$ ), bei wieder anderen zufällig, bei wieder anderen unmöglich. Modalisierung ist ein Verhältnis von Einzelfnem und Allgemeinem.

Dieser Zusammenhang von Faktizität und Modalisierung sei an Beispielen erläutert: Dass es, während jemand an einer bestimmten Raum-Zeit-Stelle läuft, blitzt, wird durch einen Schluss des Dass begründet: falls gezeigt werden kann, dass die Bedingungen für das gleichzeitige Vorliegen beider Ereignisse gegeben sind, ist dies der Fall, es ist unmöglich, dass es nicht der Fall ist. Wenn man nun über diese Feststellung hinaus behauptet, dass es *zufällig* ist, dass es in jener Situation beim Laufen geblitzt hat, werden beide Ereignisse auf einander bezogen und bedingungslogischen Gesetzmäßigkeiten subsumiert, die zwischen den Ereignisklassen obwalten, denen die beiden Einzelereignisse zugehören: bezüglich der Tatsache, dass jemand – wann und wo auch immer – einen Spaziergang macht, ist es zufällig ( $\mathcal{Z}$ ), dass es blitzt, das Blitzen ist durch das Spazierengehen in keiner Weise bedingt. Da alle Vorkommensfälle für die beiden Ereignisklassen realmöglich sind, und das Ereignis des Blitzens nicht zu einer wohlbestimmten Menge von Ereignissen gehört, die man beim Laufen zu gewärtigen hat, ist es hinsichtlich des Laufens zufällig, dass es blitzt. Bezüglich anderer gegebener Umstände (etwa dass elektrische Entladungen bestimmter Art in den Wolken an besagter Raum-Zeit-Stelle stattfinden) ist *dasselbe* Faktum des Donnerns dagegen notwendig<sup>19</sup>. Diese relative Modalisierung des Blitzens als zufällig (oder in anderer Beziehung als notwendig), bestimmt den Wahrheitswert der Behauptung, dass es beim Laufen geblitzt hat, nicht näher.

Bekanntlich besitzt das Ereignis, dass beim Würfeln die Augenzahl drei erzielt wird, den Wahrscheinlichkeitswert  $\frac{1}{6}$  (jeder Wahrscheinlichkeitswert beruht auf der Modalität  $\mathcal{M}$ , bestimmt sie näher); wenn ich nun beim Würfeln tatsächlich eine Drei würfle, dann ist diese Faktum unumstößlich („notwendig wahr“). Wenn nun behauptet wird, das zweifelsfreie Faktum, dass ich eine Drei gewürfelt habe, sei nicht notwendig, sondern bloß möglich ( $\mathcal{M}$ ) und besitze die Auftretenswahrscheinlichkeit  $\frac{1}{6}$ , dann will ich nicht im Sinne einer „alethischen Modalität“ das unumstößliche Faktum, dass ich eine 3 gewürfelt habe, abschwächen, sondern dann beziehe ich den vorliegenden Einzelfall auf alle möglichen Fälle, da gewürfelt wird – nur in einem Sechstel dieser Fälle wird auf lange Sicht eine Drei gewürfelt, und nur bezüglich aller dieser Fälle ist das Faktum nicht notwendig, sondern nur möglich ( $\mathcal{M}$ ). Wenn **GEORG KLAUS** schreibt, „In der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird ... dem Wahrheitswert *wahr* die Wahrscheinlichkeit 1, dem Wahrheitswert *falsch* die Wahrscheinlichkeit 0, dem dritten Wahrheitswert – etwa *möglich* – die Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  zugesprochen“<sup>20</sup>, verwechselt er die Modalitäten mit den Wahrheitswerten: Dass ein Ereignis (beim Würfeln: Augenzahl  $\leq 6$ ) den Wahrscheinlichkeitswert 1 hat, bedeutet nicht, dass es wahr ist, dass das Ereignis stattfindet, sondern dass ein derartiges Ereignis in allen Fällen,

da ein Würfel geworfen wird, vorliegt – es geht nicht um die Faktizität des Einzelfalls und die Wahrheit seiner Feststellung, sondern um die Beurteilung des Einzelfalls hinsichtlich aller derartiger Fälle. Wenn ein Ereignis mit einem Wahrscheinlichkeitswert von  $\frac{1}{2}$  faktisch vorliegt (z.B. gerade Augenzahl), dann ist dies nicht weniger wahr, etwa „halb so wahr“ wie das Ereignis mit dem Wahrscheinlichkeitswert 1. Wenn ein Ereignis nicht vorliegt, dann bedeutet dies nicht, dass der Wahrscheinlichkeitswert dieses Ereignisses gleich 0 ist. Wenn ich eine Drei würfle, dann ist es falsch, dass das Ergebnis Nicht-Drei eingetreten ist, aber dieses Ergebnis Nicht-Drei ist hinsichtlich des Würfels nicht unmöglich, sondern möglich und besitzt einen wohlbestimmten Wahrscheinlichkeitswert. Bei der relativen Modalisierung geht es also nicht darum, ob etwas der Fall ist, sondern das *einzelne* Ereignis wird *auf alle Fälle* bezogen, da derartige Ereignisse bzw. bestimmte Umstände vorliegen. Der Wahrscheinlichkeitswert 1 ist kein Wahrheitswert, sondern er entspricht der Modalität  $\mathcal{N}$ ; er besagt nicht, dass ein bestimmtes Ereignis vorliegt, sondern dass in allen Fällen bestimmter Art ein derartiges Ereignis vorliegt. Die Modalisierung geht also über die einfache Feststellung und seinen Wahrheitswert hinaus.

### 5.2.2. Die „alethischen Modalitäten“ und der Unterschied der empirischen und logisch-mathematischen Sätze

Man hat im Unterschied, den LEIBNIZ zwischen so genannten Vernunftwahrheiten (*vérités de raison*) und Tatsachenwahrheiten (*vérités de fait*) festgestellt hat, eine unterschiedliche Modalisierung der Wahrheitswerte sehen wollen. Die Aussagen, die „Vernunftwahrheiten“ zum Ausdruck bringen, sollen dabei zeitlich unbeschränkt und notwendig gültig sein; ihnen werden insbesondere die Aussagen der Mathematik zugerechnet. Die auf „Erfahrung“ zurückgehenden „Tatsachenwahrheiten“ sollen dagegen eine nur relative, und eingeschränkte, prinzipiell zweifelhafte Geltung besitzen. Unzweifelhafte Aussagen werden als *notwendig wahr*, mit Unsicherheiten belastete Aussagen hingegen als *nicht-notwendig* (oder „kontingent“, „zufällig“ oder „möglichlicherweise“) *wahr* charakterisiert. Beispielsweise gilt etwa die Aussage „ $2+2=4$ “ als „notwendig wahr“, die Behauptung „Florence Nightingdale starb 1910“ hingegen als „nicht notwendig wahr“<sup>21</sup>. Die Behauptung, dass es in unserem Sonnensystem außerhalb der Erde keine Vernunftwesen gibt, und die Behauptung, von zwei verschiedenen natürlichen Zahlen sei die eine größer als die andere, seien zwar „material äquivalent“, es handele sich jedoch um modal „verschiedene Arten des Wahrseins“<sup>22</sup>. Dass kein Körper sich schneller als das Licht bewegen kann, sei keine „notwendige wahre“ Aussage, weil sie sich auf faktische Gegebenheiten stütze; „notwendig wahr“ sei hingegen die Aussage, dass kein Quadrat rund sei<sup>23</sup>. Der wesentliche logische Unterschied der „notwendig wahren“ und „nichtnotwendig wahren“ Aussagen bestehe darin, dass die Negation einer „notwendig wahren“ Aussage A eine Kontradiktion von A sei – d.h. falls A wahr sei, sei nicht-A falsch; von einer empirische Tatsachen behauptenden, „nicht-notwendig wahren“ Aussage A hingegen gelte, dass ihre Negation nicht-A durchaus *auch* wahr sein könne, denn als „kontingente Wahrheiten“ seien sie nur wahr zu einer bestimmten Zeit<sup>24</sup>.

Diese Argumentation enthält zwei schwerwiegende Denkfehler. Es trifft natürlich zu, dass die Gewissheit, die wir mit Aussagen der Mathematik verbinden viel ausgeprägter und unerschütterlicher ist als die Gewissheit, die wir mit einer empirischen Feststellung und einem empirisch erschlossenen Gesetz verbinden können; letztere sind stets mit mehr oder weniger großen Unsicherheiten belastet, müssen stets einer Korrektur oder gar Verwerfung zugänglich sein und erreichen nie die strikte Apodiktizität mathematischer Aussagen<sup>25</sup>. Gleichwohl gilt für *beide* Arten von Aussagen, dass sie entweder wahr oder falsch sind, dass eine wahre Aussage nie falsch, eine falsche Aussage nie wahr ist. Die Aussage dass 2 kleiner als 5 ist, ist nicht wahrer als die Aussage, dass Florence Nightingdale 1910 starb – mögen auch die Sachverhalte, von denen die beiden Aussagen handeln, ihrer Art nach noch so unterschiedlich sein. Dass manche Behauptungen mit einer Ungewissheit belastet sind, bedeutet nicht, dass ihnen, *wenn sie wahr sind*, ein geringerer „Grad“ an Wahrheit zukäme. Die Wahrheitswerte sind nicht graduierbar. Eine mathematische Behauptung ist, *wenn sie wahr ist*, nicht wahrer als wahr, und eine empirische Aussage ist, *wenn sie wahr ist*, nicht weniger wahr als wahr. Auch wenn wir uns über die Wahrheit einer Aussage nicht völlig sicher sind, müssen wir davon ausgehen, dass die Aussage entweder wahr oder falsch ist. Die modalen Bestimmungen graduieren also keinesfalls die Wahrheitswerte.

Es trifft also nicht zu, dass die apodiktischen Modalitäten für die mathematischen Aussagen (d.h. für die Aussagen, denen „notwendige Wahrheit“ zugemessen wird), die nicht-apodiktischen Modalitäten (möglich  $\mathcal{M}$  und zufällig  $\mathcal{Z}$ ) aber für empirische Aussagen (deren Wahrheit als „nicht-notwendig“ angesehen wird) zuständig sind. Sowohl die strikt gültigen mathematischen Aussage wie die mit prinzipieller Ungewissheit belasteten empirischen Gesetze stellen Gefüge apodiktischer ( $\mathcal{N}$ ,  $\mathcal{U}$ ) und nicht-apodiktischer ( $\mathcal{K}$ ) Modalisierungen dar; es gibt

auch in der Mathematik notwendige wie nicht-notwendige Zusammenhänge: dass eine gerade Zahl durch 2 teilbar ist, ist notwendig, dass eine ungerade Zahl durch 3 teilbar ist, ist hingegen nur möglich ( $\mathcal{M}$ ). Auf der anderen Seite stellen auch die empirischen Gesetze Zusammenhänge apodiktischer wie nicht-apodiktischer Modalisierungen dar: wenn beispielsweise jemand ermüdet ist, lässt seine Konzentration notwendig ( $\mathcal{N}$ ) nach; wenn die Konzentration einer Person nachlässt, ist es möglich ( $\mathcal{M}$ ), dass sie übermüdet ist. Der wichtige Unterschied zwischen dem empirisch-erfahrungsmäßigen und des logisch-mathematischen Wissens entspricht weder einem Unterschied der Wahrheitswerte, noch geht er mit dem Unterschied der apodiktischen und nicht-apodiktischen Modalitäten in dem Sinne parallel, als in der Mathematik nur die apodiktischen, in den empirischen Disziplinen nur nicht-apodiktische Modalitäten vorkämen.

Die unbedingten und relativen Modalisierungen sind für das empirische Wissen genau so konstitutiv wie für mathematisches Wissen, und unterscheiden sich in beiden Weisen des Wissens nicht – ein empirisches Implikationsgesetz hat dieselbe Struktur wie ein mathematisches Implikationsgesetz: nur die *Gewissheit*, die wir mit der Behauptung solcher modaler Verhältnisse verbinden, unterscheidet sich in beiden Fällen. Die Logik stellt die *normativen* Bedingungen dar, die erfüllt sein müssen, wenn diese oder jene bedingungslogische Beziehung gelten soll. Das empirische Wissen unterliegt den Normen der Logik nicht weniger als das mathematische (und das logische) Wissen, es kann diesen Normen nur nicht mit derselben Apodiktizität genügen – das ist jedoch kein Problem der theoretischen Logik, die nur die Bedingungen für die logischen Formen darlegt, in denen wir sowohl empirische wie mathematische Gesetzmäßigkeiten erfassen, ganz unabhängig davon, wie weit diesen Bedingungen in den verschiedenen Wissenschaften Rechnung getragen werden kann.

Zum zweiten unterstellt die Auffassung, die Negation einer „kontingenten“ („möglicher“- oder „zufälligerweise“) wahren Aussage A, sei keine Kontradiktion von A, und wenn A wahr sei, könne A auch falsch sein<sup>26</sup>, dass für derartige Aussagen das PNW/PAD nicht gilt. Aber auch für eine empirisch begründete Aussage gilt, dass sie nicht falsch sein kann, *wenn sie wahr ist*. Wenn wir behaupten, eine Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$  sei zwar wahr, aber es sei auch *möglich*, dass  $p^*$  nicht der Fall ist, dann beurteilen wir in Wirklichkeit gar nicht den Wahrheitswert der Feststellung  $\mathcal{B}(p^*)$ , sondern wir beurteilen den Einzelsachverhalt (das Einzelereignis)  $p^*$  bezüglich der Gesetzmäßigkeiten, denen *alle* derartigen Sachverhalte/Ereignisse unterliegen – und diese Gesetzmäßigkeit besagt, dass unter Bedingungen, wie sie im vorliegenden Fall gegeben sind, in den einen Fällen  $p$  vorliegt, in *anderen* Fällen aber  $p$  nicht vorliegt; die Tatsache jedoch, dass  $p^*$  vorliegt, d.h. die Wahrheit der Aussage  $\mathcal{B}(p^*)$ , bleibt von dieser relativen Modalisation unberührt und besitzt „faktische Notwendigkeit“.

Die der falschen Konzeption alethischer Modalitäten inhärente Nichtunterscheidung der Wahrheitswerte und der logischen (unbedingten und relativen) Modalitäten geht Hand in Hand mit der synkretistischen Konfusion von (behauptenden, wahrheitswertdefiniten) Aussagen und (nicht-behauptenden, benennenden) Sachverhaltsausdrücken – ein folgenreicher, schwerwiegender Fehler, der ja im Ganzen ein Charakterzug des fregeschen Logikentwurf ist. Die Annahme, die Behauptung „Es regnet (an einer bestimmten Raum-Zeit-Stelle)“ sei nicht notwendig wahr, sondern „kontingent wahr“, da es ja genau so gut möglich sei, dass es nicht regne, folglich sei die Negation der Aussage nicht falsch, verstößt gegen das PNW und beruht auf der Verwechslung der Tatsache, dass es an besagter Raum-Zeit-Stelle regnet (diese Tatsache ist Gegenstand der erwähnten feststellenden Aussage), mit dem allgemeinen Sachverhalt (der Sachverhalts-/Ereignisklasse), dass es regnet. Möglichkeit, sei es im Sinne der unbedingten ( $\mathcal{V}$ ) oder der relativen ( $\mathcal{K}$ ) Möglichkeit, kann nur von der Sachverhalts-/Ereignisklasse behauptet werden: da es bald regnet, bald nicht regnet, ist der allgemeine Sachverhalt *es regnet* realmöglich (unbedingt möglich); hinsichtlich bestimmter Umstände, kann das allgemeine Ereignis *es regnet* möglich im Sinne der relativen Modalität  $\mathcal{K}$  sein. Der Ausdruck „es regnet“ ist kein Satz, der eine Behauptung ausdrückt, sondern ein Sachverhaltsausdruck, der einen Sachverhalt/ein Ereignis bestimmter Art benennt (d.h. ein Begriffswort). Der Ausdruck „es regnet an dieser bestimmten Raum-Zeit-Stelle“ hingegen ist eine Behauptung, die, wenn sie wahr ist, nicht falsch sein kann – der *einzelnen* Tatsache kann keine Möglichkeit zugeschrieben werden; trifft sie zu, dann ist es nicht möglich, dass sie zugleich nicht zutrifft.

Diese Konfusion von wahrheitswertdefiniten Aussagen, denen wohl ein Wahrheitswert, nicht aber eine Modalität zugeschrieben werden kann, mit Sachverhaltsausdrücken, die wohl durch eine Modalität, nicht aber durch einen Wahrheitswert charakterisiert werden können, entspringt dem entscheidenden Dilemma der „modernen Logik“: einerseits sind die logischen Formen – wie FREGE oft genug selber konstatieren muss – keine Beziehungen von Aussagen; er untersucht dann aber nicht, welcher Art die Relata der logischen Formen sind und erkennt deshalb nicht, dass logische Formen Beziehungen von Sachverhalts-/Ereignisklassen (von Sachverhalten/Ereignis-

sen bestimmter Art), für die wesentlich gilt, dass sie jeweils realmöglich sind (unter bestimmten Umständen vorliegen, unter anderen Umständen nicht vorliegen). FREGE postuliert kontrafaktisch, dass logische Formen Beziehungen von Aussagen sein sollen und verwechselt dann seine Gedankengefüge als Verhältnisse von wahrheitswertdefiniten Aussagen mit den logischen Formen, wobei der Bestimmung der Gedankengefüge das Prinzip zu Grunde liegt, dass jede Aussage entweder wahr oder falsch ist (und eben nicht bald wahr, bald falsch sein kann). Da nun aber die bedingungslogischen Gesetze (etwa das Implikationsgesetz „Wenn durch einen Draht Strom fließt, erwärmt sich der Draht“) durchweg Beziehungen von realmöglichen Sachverhalts-/Ereignisklassen sind<sup>27</sup>, stellt sich das Problem, wie diese bedingungslogischen Beziehungen sich mit Hilfe der Gedankengefüge ausdrücken lassen. Die Sachverhaltsausdrücke müssen irgendwie als „Aussagen“ erscheinen, damit sie zu Relata von Gedankengefügen werden können. Gerade wenn das Notwendige und insbesondere das Mögliche mit FREGES Logikentwurf verbunden werden sollen, werden Ausdrücke von Sachverhalts-/Ereignisklassen in einer widersprüchlichen Weise zu „Aussagen“ gemacht. Man spricht dann etwa von „Aussagen“, die veränderliche Wahrheitswerte aufweisen: ein Sachverhaltsausdruck wie „es regnet“ wird für GEORGE VON WRIGHT zu einer „generellen“ oder „generischen Aussage“, die jedoch weder wahr noch falsch sei, sondern einen Wahrheitswert erst durch den Bezug auf eine bestimmte Raum- und Zeitstelle erhalte<sup>28</sup>. Aber eben weil ein derartiger Ausdruck keinen Wahrheitswert besitzt und dem PNW/PAD nicht untersteht, ist er keine Aussage, auch keine generische (und auch keine *uneigentliche*, wie FREGE sagt). „Such sentences are said to describe *generic* states of affairs.“<sup>29</sup> Weil diese Ausdrücke Zustände von Dingen und Systemen in allgemeiner Weise benennen (und nicht ihr aktuelles Vorliegen konstatieren), sind diese Ausdrücke keine Sätze! Den nicht wertdefiniten „generischen Aussagen“ könnten modale Bestimmungen beigelegt werden. „If a generic proposition is necessary, then every instantiation of it is true“, „a generic proposition is possible if ... it ... has some true instantiations.“<sup>30</sup> In Wirklichkeit sind es nur Sachverhalts-/Ereignisklassen, denen Modalitäten zugeschrieben werden können<sup>31</sup>: ein Sachverhalt/Ereignis bestimmter Art ist (unbedingt) möglich (realmöglich), wenn derartige Sachverhalte/Ereignisse bald vorliegen, bald nicht vorliegen, sie sind unbedingt unmöglich (nichtrealmöglich), wenn sie unter keinen Umständen vorliegen; ein Sachverhalte/Ereignisse bestimmter Art ist relativ möglich ( $\mathcal{K}$ ), wenn derartige Sachverhalte/Ereignisse unter ganz bestimmten Umständen bald vorliegen, bald nicht vorliegen, ein Sachverhalt/Ereignis ist relativ notwendig, wenn es unter ganz bestimmten Umständen stets vorliegt. Modalitäten dürfen prinzipiell nur Sachverhalts-/Ereignisklassen, niemals Aussagen (ob eigentlich oder uneigentlich) und ihren Wahrheitswerten zugeschrieben werden. Es gibt keine alethischen Modalitäten. Die Konzeption der alethischen Modalitäten entspringt dem aussichtslosen Versuch, die modalen Bestimmungen mit dem fregeschen Verständnis der logischen Formen zu vereinen.

### 5.3. Das Ungewisse als dritter „Wahrheitswert“ und die Konstruktion „mehrwertiger Logiken“

In der Umgangssprache hat das Wort „möglich“ mehrere unterschiedliche Bedeutungen, es bedeutet nicht nur die objektive unbedingte oder relative Modalität des Möglichen, sondern verweist auch auf den Tatbestand subjektiven Nichtwissens, auf den Tatbestand der Ungewissheit. Sind wir uns, aus welchen Gründen auch immer, im Ungewissen, ob ein bestimmtes einzelnes, an eine bestimmte Raum- und Zeitstelle gebundenes Ereignis  $p^*$  eingetreten ist, eintritt oder eintreten wird, sagen wir oft „Die Aussage  $\mathcal{B}(p^*)$  ist möglicherweise wahr“ oder „es ist möglich, dass  $\mathcal{B}(p^*)$  wahr ist“ im Sinne von „Ich weiß nicht, ob  $\mathcal{B}(p^*)$  wahr ist“, „Ich kann nicht ausschließen, dass A wahr bzw. falsch ist“, „Vielleicht ist A wahr“ u.ä. Auch in diesem Falle wird nicht der Wahrheitswert näher bestimmt (modifiziert, eingeschränkt, abgestuft), sondern der Sprecher äußert, dass ihm dieser Wahrheitswert nicht definitiv bekannt ist.

JAN ŁUKASIEWICZ behauptet, diese Ungewissheit stelle zumindest in bestimmten Fällen neben dem *Wahren* und *Falschen* einen *dritten Wahrheitswert* dar: „Ich kann ohne Widerspruch annehmen, dass meine Anwesenheit in Warschau in einem bestimmten Zeitmoment des nächsten Jahres, z.B. mittags den 21. Dezember, heutzutage weder im positiven noch im negativen Sinne entschieden ist. Es ist somit *möglich*, aber *nicht notwendig*, dass ich zur angegebenen Zeit in Warschau anwesend sein werde. Unter dieser Voraussetzung kann die *Aussage*: ›ich werde mittags den 21. Dezember nächsten Jahres in Warschau anwesend sein‹, heutzutage *weder wahr noch falsch* sein. Denn wäre sie heutzutage wahr, so müsste meine zukünftige Anwesenheit in Warschau notwendig sein, was der Voraussetzung widerspricht; und wäre sie heutzutage falsch, so müsste meine zukünftige Anwesenheit in Warschau unmöglich sein, was ebenfalls der Voraussetzung widerspricht. Der betrachtete Satz ist da-

her *heutzutage* weder wahr noch falsch und muss einen dritten, von ›0‹ oder dem Falschen und von ›1‹ oder dem Wahren verschiedenen Wert haben. Diesen Wert können wir mit ›½‹ bezeichnen; es ist eben ›das Mögliche‹, das als dritter Wert neben ›das Falsche‹ und ›das Wahre‹ an die Seite tritt.“<sup>32</sup>

Die Ungewissheit über den Wahrheitswert von Aussagen kann durch die folgenden Gründe bedingt sein:

- (1) Zum einen kann ein schlichter Mangel an Wissen bestehen, wobei jedoch prinzipiell die Möglichkeit besteht, sich das entsprechende Wissen zu verschaffen. Das Ereignis, um das es sich hierbei handelt, kann in der Vergangenheit, in der Gegenwart und der Zukunft liegen, es kann sich auch um zeitübergreifende Gesetzmäßigkeiten handeln. Es steht in diesem Falle durch objektive Gegebenheiten fest, dass die Aussage definitiv entweder wahr oder falsch ist, nur kennt der Sprecher den Wahrheitswert aus Gründen, die in seiner persönlichen Lebenslage liegen, nicht.
- (2) Der Mangel an Informiertheit kann auch durch objektive, durch menschliche Anstrengung nicht zu beseitigende Umstände bedingt sein. So lassen sich etwa bestimmte vergangene Ereignisse nicht mehr rekonstruieren, weil die dafür vorauszusetzenden Indizien und Spuren des Ereignisses nicht mehr vorhanden sind. Wir wissen zwar, dass die entsprechende Aussage entweder wahr oder falsch ist, aber es gibt keine Möglichkeit, Gewissheit darüber zu erlangen. Wenn die Wahrheit einer vergangenen Ereignisse betreffenden Aussage ungewiss ist, dann gilt gleichwohl, dass die Aussage entweder wahr oder falsch ist, ob diese Ungewissheit überwindbar ist oder nicht.
- (3) Ein zukünftiges Ereignis ist noch nicht determiniert, d.h. es ist noch objektiv offen, ob es eintreten wird. Es sind nur Vermutungen möglich (auf der Basis allgemeinen Wissens). Ob bei der nächsten Ziehung der Lottozahlen die Nummer 29 gezogen wird, ob der Herr Maier in zehn Jahren noch am Leben ist, ob ich am 21. Dezember nächsten Jahren in Warschau sein werde – solches liegt objektiv heute noch gar nicht fest; niemand kann es sicher wissen.

Gerade dieser dritte Fall, die *objektive* Unentschiedenheit und Offenheit bestimmter zukünftiger Ereignisse soll eine Einschränkung der strikten Geltung des PNW/PAD erfordern; es wird dabei unterstellt, dass die uneingeschränkte Geltung des PNW/PAD zur Annahme eines fatalistischen, absoluten Determinismus verpflichte. Da die strikte Geltung des PNW/PAD bedeute, dass für alle Zeiten und seit jeher unabänderlich feststehen müsse, ob eine Aussage wahr oder falsch sei, müsse auch von jenen Ereignissen, von denen die Aussagen handeln, schon immer feststehen, ob sie eingetreten sind, eintreten oder eintreten werden. Dieser Schluss erscheint insbesondere dann als unumgänglich, wenn man die Aussagen (Gedanken) – wie FREGE – gegenüber den Menschen, die sie äußern und verstehen können, und gegenüber den objektiven Tatbeständen, über die etwas ausgesagt wird, reifiziert und verselbständigt. Unter den Voraussetzungen eines solchen absoluten Determinismus wäre es nicht möglich, die Wirklichkeit durch ein planvolles und überlegtes Handeln zu beeinflussen, drohendes Unheil abzuwenden, für eigene Entscheidungen gäbe es weder Möglichkeit noch Notwendigkeit<sup>33</sup>. Man hat oft gemeint, diese nicht annehmbare Folgerung<sup>34</sup> ließe sich nur vermeiden, wenn die ausnahmslose Gültigkeit des PNW/PAD beschränkt würde. Eine Schlüsselrolle in dieser Argumentation spielt die Annahme von LUKASIEWICZ, einer derartigen Aussage müsse, da sie *weder wahr noch falsch* sei, ein *dritter* Wahrheitswert zukommen.

Ein Satz, der ein Ereignis konstatiert, das noch nicht determiniert ist, von dem deshalb offen ist, ob es stattfinden wird oder nicht<sup>35</sup>, kann streng genommen gar nicht als Bezeichnung einer *Aussage* angesehen werden, da es noch keinerlei objektive Basis gibt, um den Wahrheitswert dieser „Aussage“ zu entscheiden; der Satz „Am nächsten Sonntag wird die Zahl 29 im Lotto gezogen“ kann nur als Vermutung geäußert werden (als Möglichkeit ( $\mathcal{M}$ ), deren Wahrscheinlichkeitswert sich bestimmen lässt) – aber nicht als wahrheitswertdefinite feststellende Aussage, über deren Wahrheitswert schon definitiv befunden werden kann. Wenn sich objektiv nicht entscheiden lässt, ob ein künftiges Ereignis eintreten wird, dann gibt es auch nicht eine dieses Ereignis konstatierende *wahrheitswertdefinite Aussage* – eine entsprechende Aussage ist schlicht unzulässig. Zu den Bedingungen einer Aussage qua Aussage gehören ja nicht bloß die psychologisch-sprachlichen Voraussetzungen, sondern eben so sehr die Faktizität der objektiven Gegebenheiten, auf die die Aussage verweist; eine Aussage ist weder ein rein innerpsychischer, noch ein rein innersprachlicher Tatbestand.

Auch für noch nicht determinierte zukünftige Ereignisse gilt, dass sie entweder eintreten werden oder nicht eintreten werden – auch wenn über diese disjunkte Alternative noch keine sichere Entscheidung möglich ist. Ungewissheit bedeutet nicht, wie LUKASIEWICZ behauptet, dass nicht entscheidbare „Aussagen“ (besser: Vermutungen) *weder wahr, noch falsch* sind, sie sind vielmehr in allen angeführten drei Fällen von Ungewissheit *entweder*

*wahr oder falsch – tertium non datur*. Wenn es auch unter bestimmten Bedingungen unmöglich ist zu wissen, ob morgen eine Seeschlacht stattfindet, so steht doch fest: entweder findet die Seeschlacht statt oder sie findet nicht statt – tertium non datur. Es ist unmöglich vorauszusagen, ob am nächsten Sonntag bei der Ziehung der Lottozahlen die Zahl 29 gezogen wird: es steht aber fest, falls die Ziehung vorgenommen wird, wird entweder 29 gezogen oder 29 nicht gezogen – tertium non datur<sup>36</sup>. Der Tatbestand objektiv bedingter Ungewissheit, die teilweise Offenheit der Zukunft und die Unhaltbarkeit des absoluten Determinismus erfordert nicht die Relativierung des PNW/PAD, wohl aber die Zurückweisung der fregeschen Reifikation der Aussagen (Gedanken): hätten die Aussagen mit ihren definitiven Wahrheitswerten ein ewiges, sowohl von aussagenden Subjekten wie ausgesagten Tatbeständen unabhängiges Bestehen, dann freilich wäre alles Geschehen absolut determiniert.

Auf diesem Hintergrund lässt sich die „dreiwertige Logik“ von **LUKASIEWICZ** sachlich beurteilen. Da auch von „unbestimmten Aussagen“ gilt, dass sie entweder wahr oder falsch sind (wenn sich auch nicht entscheiden lässt, was von beiden zutrifft), ist diese Unbestimmtheit schon immer ein konstitutiver Bestandteil des SFG. Dass eine Aussage entweder wahr oder falsch ist, gehört zu den Voraussetzungen der fregeschen Gedankengefüge. In diesem System wird sogar durch willkürliche Informationsverheimlichung Ungewissheit beim Zuhörer erzeugt<sup>37</sup>. **LUKASIEWICZ**'s angeblich „dreiwertiges“, das Ungewisse einschließende System ist gegenüber dem ursprünglichen System der zweiwertigen Gedankengefüge gar nichts Neues – auch in **LUKASIEWICZ**'s „dreiwertigem“ System bleiben die Gedankengefüge zweiwertig!

Für jedes der fregeschen Gedankengefüge lässt sich entscheiden, ob es wahr (*W*), falsch (*F*) oder unbestimmt (*U*) ist, wenn das Gedankengefüge Aussagen zugesprochen wird, von denen eine oder mehrere unbestimmt sind. *Unbestimmt* hat die Bedeutung: entweder wahr oder falsch. Z.B. ist, wenn ein Sprecher weiß, dass A wahr ist, den Wahrheitswert der Aussage B aber nicht kennt, für eben diesen Sprecher der Wahrheitswert des Gedankengefüges ( $A \& B$ ) und des Gedankengefüges ( $A \neq B$ ) ungewiss, die Gedankengefügeaussagen ( $A \vee B$ ) und ( $A \not\subseteq B$ ) sind wahr, die Gedankengefügeaussagen ( $A \downarrow B$ ) und ( $A \not\supset B$ ) sind falsch, der Wahrheitswert von ( $B \Rightarrow A$ ) ist wahr und der Wahrheitswert von ( $A \Rightarrow B$ ) ist ungewiss<sup>38</sup>. Es ist klar, dass auch hier die Zweiwertigkeit vorausgesetzt ist. Für die zweistelligen Gedankengefüge ergeben sich die folgenden „Wahrheitstabellen“, es sind nur solche Wahrheitswertkombinationen berücksichtigt, die zumindest einmal den Wert *u* aufweisen: der Wert *ungewiss* wird durch das Zeichen „*U*“ bezeichnet.

Für Aussagepaare, von denen wenigstens ein Wahrheitswert unbekannt ist, ergeben sich für die Bewertung der zweistelligen Gedankengefüge folgende Werte:

A	B	<b>▼</b>	<b>▲</b>	<b>■</b>	<b>◐</b>	<b>◑</b>	<b>◒</b>	<b>◓</b>	<b>◔</b>	<b>◕</b>	<b>◖</b>	<b>◗</b>	<b>◘</b>	<b>◙</b>	<b>◚</b>	<b>◛</b>
<i>W</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>F</i>
<i>F</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>u</i>	<i>u</i>
<i>u</i>	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>u</i>	<i>F</i>
<i>u</i>	<i>F</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>F</i>	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>u</i>	<i>F</i>	<i>u</i>
<i>u</i>	<i>u</i>	<i>W</i>	<i>u</i>	<i>F</i>												

Diese Zusammenhänge sind bereits implizit in **FREGES** Bestimmung der Gedankengefüge enthalten: wenn etwa eine erste Aussage A falsch und der Wahrheitswert einer zweiten Aussage unbekannt ist, dann ist auch unbekannt, ob dem Aussagenpaar das Gedankengefüge **▲** zukommt. Es können in dieser nur scheinbaren Modifikation des SFG durch **LUKASIEWICZ** keine anderen Gedankengefüge als im SFG vorkommen. Neu ist nur, dass gefragt wird, ob dann, wenn der Wahrheitswert zumindest einer der involvierten Aussagen ungewiss ist, es wahr, falsch oder ungewiss ist, dass den Aussagen die von **FREGES** konstruierten Gedankengefüge zukommen.

**LUKASIEWICZ** hat diese angeblich „dreiwertigen“ Gedankengefüge zumeist richtig – wie in obiger Zusammenstellung – bestimmt; falsch ist jedoch seine Behauptung, zwei Aussagen mit unbestimmtem Wahrheitswert käme sowohl das Gedankengefüge **◐** wie das Gedankengefüge **■** zu<sup>39</sup>, ohne dass er diese Auffassung begründen könnte; er beruft sich auf nicht näher nachvollziehbare „Erleuchtungen“<sup>40</sup>. Es bleiben in **LUKASIEWICZ**'s „dreiwertiger Logik“ alle Fregegesetze gültig und es gibt kein einziges zusätzliches Fregegesetz; der Gehalt der Fre-

gesetze besagt ja gerade, dass jede Aussage nicht zugleich wahr und falsch ist – und dies ist genau das einzige, was wir über die Wahrheitswerte von ungewissen Aussagen wissen<sup>41</sup>.

Wenn wir wie LUKASIEWICZ versuchen, Systeme zu bilden, die neben den beiden Wahrheitswerten auch andere Werte berücksichtigen, müssen wir natürlich genau und unzweideutig angeben, was genau dieser dritte Wert ist, und wie er sich zu den Werten  $\mathcal{W}$  und  $\mathcal{F}$  verhält<sup>42</sup>. Und ebenso klar muss angezeigt werden, wie unter diesen Voraussetzungen die „Junktoren“ konstruiert und definiert werden, was der Gehalt dieser „Junktoren“ ist – auch in der Logik muss man wissen, wovon man spricht.

BOCHEŃSKI führt als „mögliche Interpretationen der 3 Geltungswerte“ einer „dreiwertigen Logik“ die Wertetripel verifizierbar‘, ‚unbekannt‘, ‚falsifizierbar‘; ‚vollgültig‘, ‚teilgültig‘, ‚ungültig‘.‘ und auch wahr – möglich/unbestimmt – falsch an<sup>43</sup>. Zuweilen wird zusätzlich zu den Wahrheitswerten *wahr* und *falsch* auch ein Wert *sinnlos* eingeführt. In dem System das sich mit diesen drei Werten erstellen lässt, hat man es allerdings nicht mehr nur mit Aussagen zu tun, weil ein satzförmiger sinnloser sprachlicher Ausdruck eben keine Aussage, sondern allenfalls eine Pseudoaussage ist; von den Gegebenheiten, an welche dieses Systems anknüpft (Aussagen bzw. Pseudoaussagen), gilt dann: sie sind entweder wahr ( $\mathcal{W}$ ) oder falsch ( $\mathcal{F}$ ) (dann handelt es sich um Aussagen) oder sie sind sinnlos ( $\mathcal{S}$ ) (dann handelt es sich um Pseudoaussagen). Die Berücksichtigung dieser drei Werte bedeutet freilich nicht, dass das PNW/PAD und das Zweiwertigkeitsprinzip nicht mehr gültig wäre, denn es gilt immer noch: einem solchen Ausdruck kommt der Wert  $\mathcal{W}$  zu oder er kommt ihm nicht zu (dann kommt ihm entweder  $\mathcal{F}$  oder  $\mathcal{S}$  zu) – tertium non datur; einem solchen Ausdruck kommt entweder  $\mathcal{S}$  zu oder es kommt ihm  $\mathcal{S}$  nicht zu (dann kommt ihm entweder  $\mathcal{W}$  oder  $\mathcal{F}$  zu) – tertium non datur.

Jetzt können in der Manier von FREGE alle für die Werte  $\mathcal{W}$ ,  $\mathcal{F}$  und  $\mathcal{S}$  möglichen zweistelligen *dreiwertigen* „Gedankengefüge“ konstruiert werden: es werden zuerst alle möglichen Wertekombinationen:  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{W}$ ;  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{F}$ ;  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{S}$ ;  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{W}$ ;  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{F}$ ;  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{S}$ ;  $\mathcal{S}\text{-}\mathcal{W}$ ;  $\mathcal{S}\text{-}\mathcal{F}$  und  $\mathcal{S}\text{-}\mathcal{S}$  gebildet. Einem Paar von zulässigen Ausdrücken (Aussagen und Pseudoaussagen) kommt genau eine dieser Wertekombinationen zu: ein dreistelliges Gedankengefüge kann dann einem Ausdruckspaar eine solche Kombination ausdrücklich zusprechen (das sind dann tautologische, nicht informationsverheimlichende „Gedankengefüge“) oder es können einem Ausdruckspaar eine oder mehrere dieser Wahrheitswertkombinationen ausdrücklich abgesprochen werden, dem Ausdruckspaar kommt dann genau eine der restlichen Wertekombinationen zu (das sind dann informationsverheimlichende „Gedankengefüge“). Prädikationen solcher dreiwertiger „Gedankengefüge“ stellen immer wahrheitswertdefinite Aussagen dar; die Aussage, dass von zwei vorgegebenen Aussagen bzw. Pseudoaussagen zumindest einer sinnlos ist (das „Gedankengefüge“ schließt die Wertekombinationen  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{W}$ ;  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{F}$ ;  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{W}$  und  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{F}$  aus), oder dass genau eine der Aussagen sinnlos ist (dieses „Gedankengefüge“ schließt die Wertekombinationen  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{W}$ ;  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{F}$ ;  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{W}$ ;  $\mathcal{F}\text{-}\mathcal{F}$  und  $\mathcal{S}\text{-}\mathcal{S}$  aus), oder dass die erste Aussage wahr, die zweite sinnlos ist (dieses „Gedankengefüge“ schließt alle Wertekombinationen außer  $\mathcal{W}\text{-}\mathcal{S}$  aus), usw. – alle diese Prädikationen sind entweder wahr oder falsch, nie aber sinnlos<sup>44</sup>.

Diese für die Werte  $\mathcal{W}$ ,  $\mathcal{F}$  und  $\mathcal{S}$  definierten „Gedankengefüge“ sind nicht identisch mit den fregeschen Gedankengefügen. Das fregesche Gedankengefüge  $\blacklozenge$  besagt, dass von zwei Aussagen A und B jedenfalls nicht A wahr und B falsch ist; auch jetzt gibt es ein Gedankengefüge, das den Fall ausschließt, dass A wahr und B falsch ist; dieses Gedankengefüge ist jedoch im Gegensatz zu  $\blacklozenge$  auch dann wahr, wenn von A und B zumindest eines sinnlos ist. Der Fall, dass es sinnlos ist, dass einem Ausdruckspaar eines dieser „Gedankengefüge“ zukommt, ist nicht möglich, d.h. es kann nur entweder wahr oder falsch sein, ob einem Ausdruckspaar ein solches Gedankengefügeprädikat zukommt. Der Wert  $\mathcal{S}$  kann nur den prädierten Ausdrücken, nicht aber den Gedankengefügeaussagen zukommen. Diese „Gedankengefüge“ sind wie die fregeschen Gedankengefüge überflüssig und unnützlich; sie sagen nichts über die Bedingungen der Wahrheit, Falschheit und Sinnlosigkeit, sondern setzen einfach wahrheitswertdefinite Aussagen und sinnlose Pseudoaussagen voraus und geben diese Voraussetzung tautologisch oder informationsverheimlichend wider. Diese dreiwertigen Gedankengefüge sind ebenso wenig wie die „klassischen“ fregeschen Gedankengefüge logische Formen.

Man nimmt im Rahmen der „modernen Logik“ an, es ließen sich auf diese Weise für beliebige endliche Menge von Werten analog zur Bildung der fregeschen Gedankengefüge Systeme von „Aussagenverknüpfungen“ herstellen. Nehmen wir etwa die Menge der drei Geltungswerte *vollgültig*, *teilgültig* und *ungültig* an; es sind prädi-kative Bestimmungen, die Gesetzesaussagen zugesprochen werden. Eine zur Konstruktion der fregeschen Gedankengefüge analoge Konstruktion von „Verknüpfungen“ dieser Gesetzesaussagen hätte folgendermaßen vorgehen. Von jeder Gesetzesaussage ist vorauszusetzen: sie ist entweder vollgültig, oder teilgültig oder ungültig

– was natürlich eine klare Abgrenzung von „teilgültig“ voraussetzt. Wir erkennen, dass hier – und in allen entsprechenden Fällen – keineswegs das mit dem PNW/PAD verbundene Zweiwertigkeitsprinzip außer Kraft gesetzt wird: denn von jeder Gesetzesaussage gilt ja: sie ist entweder vollgültig oder nicht-vollgültig (tertium non datur), sie ist entweder teilgültig oder nicht-teilgültig (tertium non datur); sie ist entweder ungültig oder nicht ungültig (tertium non datur). Nun lassen sich aus diesen drei Bestimmungen neun verschiedene Wertekombinationen bilden: vollgültig-vollgültig, vollgültig-teilgültig, vollgültig-ungültig, teilgültig-vollgültig, teilgültig-teilgültig, teilgültig-ungültig, usw. Von jedem Paar von Gesetzesaussagen steht fest: es gehört genau einer und nur einer dieser Wertekombinationen an. Nun lassen sich „Verknüpfungen“ analog zu den fregeschen Gedankengefügen bilden, indem Paaren von Gesetzesaussagen genau eine dieser Wertekombinationen zugesprochen (es resultieren tautologische Prädikate), oder zumindest eine dieser Wertekombinationen definitiv abgesprochen wird (es resultieren informationsverheimlichende Prädikate). Dann aber hört die Entsprechung auf: denn während es bei fregeschen Gedankengefügen selber entweder wahr oder falsch ist, dass Aussagepaaren ein Gedankengefüge zukommt, ist es jetzt nicht entweder vollgültig oder teilgültig oder ungültig, dass einen Paar von Gesetzesaussagen eine der definierten „Verknüpfungen“ zukommt, sondern das ist entweder wahr oder falsch! Werden diese „Verknüpfungen“ mit Hilfe von Wertetabellen definiert, dann stehen in den Spalten unter den „Verknüpfungen“ nicht die Werte vollgültig, teilgültig oder ungültig, sondern die Werte wahr oder falsch – das heißt Werte, die gar nicht zu den drei zu Grunde gelegten Werten gehören. Diesen Tatbestand mussten wir schon bei den drei Werten wahr, falsch und sinnlos zur Kenntnis nehmen. Für andere Werte als die Wahrheitswerte (und den Wert unbestimmt/ungewiss in der Bedeutung von entweder wahr oder falsch) lassen sich also gar keine den fregeschen Gedankengefügen analogen „Verknüpfungen“ konstruieren, weil die „Verknüpfungen“ Prädikate sind, die den entsprechenden Ausdrücken entweder zukommen oder nicht zukommen.

Das System der fregeschen Gedankengefüge wird oft mit dem System fregealgebraischer innerer Verknüpfungen in einer Menge zweier disjunkter Werte verwechselt<sup>45</sup>. Dass dieses System fregealgebraischer Verknüpfungen vom System der fregeschen Gedankengefüge – trotz einer bedingungslogischen Isomorphie – grundverschieden ist, wird auch durch den Tatbestand belegt, dass sich für andere als die beiden Wahrheitswerte keine Prädikate in der Art der Gedankengefüge bilden lassen<sup>46</sup>, dass sich aber für beliebige Mengen von Werten *unbeschränkt* Verknüpfungsgebilde nach dem Vorbilde der Fregealgebra konstruieren lassen. Drei- und höherwertige „Fregealgebren“ entsprechen keinen drei- oder höherwertigen Gedankengefügen im Sinne einer bedingungslogischen Isomorphie, wie sie zwischen SFG und SFA besteht – auch dies belegt, dass das SFG und die entsprechende Fregealgebra ganz verschiedene Systeme sind.

Für drei Ausgangswerte  $a_1, a_2$  und  $a_3$ , für die nur die paarweise Wohlunterschiedenheit zu fordern ist, lassen sich alle  $3^9$  binären Verknüpfungen:  $\{a_1, a_2, a_3\}^2 \rightarrow \{a_1, a_2, a_3\}$  konstruieren. Anders als bei der Bildung von den fregeschen Gedankengefügen analogen Prädikaten gibt es hier keine Beschränkungen. Jedes Paar von Werten aus  $\{a_1, a_2, a_3\}$  wird wiederum auf einen Wert von  $\{a_1, a_2, a_3\}$  abgebildet. Auch für jedes beliebige  $n \in \mathbb{N}$  können alle Abbildungen der Form  $\{a_1, a_2, a_3\}^n \rightarrow \{a_1, a_2, a_3\}$  kombinatorisch konstruiert werden. Sogar für nicht endliche Mengen (unter der Voraussetzung, dass jedes beliebige Element dieser Menge systematisch konstruiert werden kann) können beliebig viele (freilich nicht „alle“) Verknüpfungen der Form  $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}^n \rightarrow \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$  gebildet werden. Es ist ohne jede sachliche Berechtigung, wenn diese Verknüpfungen im Nachhinein als Implikation, Äquivalenz, Kontrarität, Alternative, oder als andere logische Form „interpretiert“ werden.

Zuweilen werden als Elemente solcher Mengen Zahlen genommen; in diesem Falle können einige der überhaupt möglichen Verknüpfungen als arithmetische Verknüpfungen bestimmt werden. Eine der möglichen, rein kombinatorisch ermittelbaren monären Abbildungen  $\{1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 0\} \rightarrow \{1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 0\}$  wird durch die Zuordnungstabelle

$x \in \{1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 0\}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
$f_1(x)$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0

bestimmt; die Zuordnungsvorschrift kann auch durch die arithmetische Verknüpfung  $f_1(x) = 1 - x$ , mit  $x \in \{1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 0\}$  bestimmt werden. Eine der möglichen binären Verknüpfung  $\{1, \frac{1}{2}, 0\}^2 \rightarrow \{1, \frac{1}{2}, 0\}$  kann durch die arithmetische Verknüpfung  $f_2(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \min(1, 1 - x + y)$ , mit  $x, y \in \{1, \frac{1}{2}, 0\}$  definiert werden.

Es ist aber durch nichts gerechtfertigt, wenn man diese *arithmetischen* Abbildungen als logische Formen ausgibt, die Abbildung  $f_1(x) = 1 - x$ , mit  $x \in \{1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 0\}$  etwa als Łukasiewicz-Tarski-Negation und die Verknüpfung  $f_2(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \min(1, 1 - x + y)$ , mit  $x, y \in \{1, \frac{1}{2}, 0\}$  als Łukasiewicz-Tarski-Implikation. Wenn man die Werte der

Ausgangsmenge – etwa die Werte *wahr*, *falsch* und *ungewiss* wie ŁUKASIEWICZ mit den Ziffern 1, 0 und  $\frac{1}{2}$  bezeichnet, dann sind diese Ziffern keine Zahlzeichen mehr, sondern Bezeichnungen der Werte *wahr*, *falsch* und *ungewiss*, und für *diese* Werte sind – trotz FREGE – die arithmetischen Operationen gar nicht definiert! Wenn die Ziffern jedoch Zahlen bedeuten, die arithmetischen Operationen unterzogen werden, dann ist zu fordern, dass die arithmetischen Verknüpfung auf einen Zahlenwert führt, der Element der Ausgangsmenge ist – dann haben wir es mit Arithmetik, nicht mit Logik zu tun! Der Herstellung derartiger arithmetischer und nichtarithmetischer Verknüpfungsgebilde sind keinerlei Grenzen gesetzt, es sind simple operative Spielchen, ohne jede theoretische Relevanz, Spielchen, die rein gar nichts mit Logik und der Bestimmung logischer Formen zu tun haben und hinter denen auch keine ernsthafte arithmetische Problematik steckt. Diese algebraischen Verknüpfungen sind keine logischen Formen, sie sind nicht einmal Gedankengefüge! Wir können festhalten: in den so genannten „mehrwertigen Logiken“ gelingt es nicht die logischen Modalitäten zu erfassen. Diese Erweiterung der „Aussagenlogik“ ist nichts als eine Erweiterung der Konfusion.

## 5.4. Die Modalitäten als Erfüllbarkeitsprädikate für (SFG-)Aussageformen

### 5.4.1. Die Fiktive-Welten-Semantik und das Prinzip des zugelassenen Widerspruchs

Das Mögliche ist bestimmt als das, was sowohl der Fall, als auch nicht der Falls sein kann; die Rede von *möglich-wahr* im Sinne der „alethischen Modalität“ involviert so, dass eine wahre Aussage entgegen dem PNW zugleich auch falsch, und eine falsche Aussage zugleich auch wahr sein kann. Die „Semantik der möglichen Welten“ ist der hoffnungslose Versuch dazulegen, wie *ein und dieselbe* Aussage zugleich wahr und falsch sein kann, ohne dass gegen das Nichtwiderspruchsprinzip verstoßen wird; es wird vorgeschlagen, den Wahrheitswert ein und derselben Aussage nicht nur für die wirkliche, reale Welt, sondern auch für verschiedene nicht-reale, „mögliche Welten“ zu bewerten. Es kann freilich nur in der Fiktion unterstellt werden, dass, was der Fall ist, zugleich nicht der Fall ist; so stellt diese Konzeption das einzelne reale Faktische nicht in den Raum *objektiver* Möglichkeiten, sondern fasst „Möglichkeit“ als *Fiktivmögliches*, als Phantastisch-Absurdes. Diese „Semantik“ der „möglichen“, genauer: der *fiktiven* Welten, lässt sich nur um den Preis der Aufgabe aller fundamentalen logischen Normen vertreten.

„Eine *mögliche Welt* ist ... unsere Welt, wie sie aussehen könnte, wenn sie nicht so beschaffen wäre, wie sie ist... Wenn man über unsere Welt redet, so redet man über bestehende Sachverhalte, d.h. über Tatsachen; wenn man über mögliche Welten redet, so redet man über mögliche Sachverhalte, die entweder bestehen oder bestehen könnten, wenn unsere Welt anders aussähe, als es der Fall ist... Eine mögliche Welt ... stellt also eine konsistente und fiktive Erzählung über diese Welt dar.“<sup>47</sup> „Possible worlds are ways the world might have been but isn't.“<sup>48</sup> „Although the actual world is the only world which is actual, yet there are many worlds which *might* have been actual.“<sup>49</sup>

*Ein und dieselbe* Aussage soll dieser Konzeption nach unterschiedliche Wahrheitswerte haben, d.h. *ein- und derselbe* Sachverhalt/*ein und dasselbe* Ereignis soll der Fall sein/vorliegen und ebenso nicht der Fall sein/nicht vorliegen können. Da die Modallogiker diese unterschiedlichen Wahrheitswerte „ein und desselben“ Satzes verschiedenen „möglichen Welten“ zuordnen, glauben sie, einen Verstoß gegen das Nichtwiderspruchsprinzip zu vermeiden: es ist jedoch unmöglich, dass *ein und derselbe* Sachverhalt, ein und dasselbe Ereignis unterschiedlichen Raum- und Zeitstellen (gar verschiedenen Welten) und verschiedenen Umständen zugeordnet ist. Die in unserer Welt wahre Feststellung „Fritz Müller aus Adorf lag am 14.6.1961 zu Hause mit Fieber im Bett“ betrifft ein bestimmtes, räumlich-zeitlich lokalisiertes Ereignis ausschließlich in unserer, der einzig realen Welt. Diese Feststellung kann in keiner anderen „Welt“ als wahr oder falsch bewertet werden, weil sie ja alleine den Fritz Müller in unserer Welt betrifft; wenn es in einer „anderen Welt“ auch den Fritz Müller aus Adorf gäbe, der dort an besagtem Datum jedoch nicht krank gewesen sei, dann müsste es sich um einen *anderen* Fritz Müller, um ein anderes Adorf, überhaupt um *andere* Umstände handeln. Eine Feststellung, die einem Gegenstand unserer Welt an einer bestimmten Raum- und Zeitstelle und bezüglich ganz bestimmter einzigartiger Umstände bestimmte Eigenschaften und Zustände zuschreibt, kann niemals auf andere Raum- und Zeitstellen und Umstände, geschweige denn auf „andere Welten“ übertragen werden – *ein und derselbe* Gegenstand müsste sich zu gleicher Zeit an verschiedenen Orten befinden und bestimmte Beschaffenheiten sowohl aufweisen wie nicht aufweisen können.

Genau diesen logischen Widersinn müssen die Verfechter der Fiktive-Welten-Semantik als das Prinzip der „*trans-world-identity*“ (*Quer-Welt-ein-Identität*) vertreten – es handelt sich um ein „Prinzip des zugelassenen Widerspruchs“, ein Prinzip der Unlogik.

Jede dieser fiktiven „Welten“ ist nur ein leeres Wort oder ein leeres, mit vagen Vorstellungen verbundenes „Symbol“, etwa ein indizierter Buchstabe  $w_i$  –  $w_{1285787392765}$  wäre etwa die „Welt“ Nr. 1.285.787.392.765; diese indizierten Buchstaben repräsentieren gewiss nicht das Wissen von einer eigenständigen Welt. Ob in einer solchen fiktiven „Welt“ ein bestimmtes Ereignis stattfindet, entzieht sich prinzipiell jeder intersubjektiven Kontrolle; über fiktive „Welten“ kann jeder behaupten, was er gerade will. „Aussagen“ über eingebildete Vorkommnisse in fiktiven „Welten“ liegen außerhalb jeder verbindlichen Überprüfbarkeit; sie sind nicht wahrheitswertdefinit und gerade dadurch charakterisiert, dass sie sich über die Normen der Logik hinwegsetzen. Deshalb bleibt auch jeder Versuch, dieser durch und durch irrationalen Konzeption durch die Darstellung mithilfe eines mengen- und abbildungstheoretischen Jargons ein „wissenschaftliches“ („mathematisch“ imponierendes) Gepräge zu geben, aussichtslos. „Eine intensionale Interpretation der Sätze einer Sprache über eine Menge möglicher Welten ist nun eine zweistellige Funktion  $\Phi_i(A)$ , die jeder Welt  $i \in I$  und jedem Satz  $A$  der Sprache den Wahrheitswert von  $A$  in  $i$  zuordnet. Die Intension von  $A$  ist dann die Funktion  $\Phi_i(A)$  als Funktion von  $i$  – wir schreiben dafür  $\lambda_i \Phi_i(A)$  –, eben jene Funktion mit dem Definitionsbereich  $I$ , die jedem Argument  $i$  den Wert  $\Phi_i(A)$ , d.h. die Extension (den Wahrheitswert) von  $A$  in  $i$  zuordnet.“<sup>50</sup>

Diese „Funktion“ könnte der Bedingung der Wohldefiniertheit von Definitionsmenge, Zielmenge und Zuordnungsvorschrift nur dann genügen, wenn die „möglichen Welten“, auf welche die Elemente der Definitionsmenge – „ein und dieselbe Aussage“ in *jeweils* jeder „möglichen Welt“<sup>51</sup> – bezogen sind, sich entweder restlos von jedermann in gleicher Weise aufzählen oder durch ein Konstruktionsverfahren, das jede beliebige „mögliche Welt“ herzustellen und eindeutig zu unterscheiden gestattet, angeben ließen, wie etwa jede beliebige natürliche Zahl oder jede beliebige ereignislogische Relation konstruiert und von jedem anderen Sachverhalt der betreffenden Art eindeutig abgegrenzt werden kann. Für jeden Menschen müsste prinzipiell jede beliebige fiktive Welt eindeutig in gleicher Weise erkennbar sein. Es müsste darüber hinaus ein allgemein verbindliches Verfahren angegeben werden, welches es jedem gestattet, für jede beliebige Aussage den Wahrheitswert in jeder „beliebigen möglichen Welt“ in derselben Weise begründbar und übereinstimmend zu bestimmen. Die schimärische „Menge der fiktiven Welten“ schließt dies aus. Gibt es endlich viele oder unendlich viele „mögliche Welten“? Wer setzt dies, nach welchen rationalen Kriterien, verbindlich fest? Nehmen wir an, es „gäbe“ „unendlich viele mögliche Welten“  $w_i$ ; um sie eindeutig zu bezeichnen, könnten wir die „Bezeichnungen“ indizieren, also  $w_1, w_2, \dots$ <sup>52</sup> Wer aber soll verbindlich entscheiden, ob eine Aussage etwa „Cäsar starb im Jahre 33 v.u.Z.“, in  $w_{1.423.087.543.219.877.604}$  wahr oder falsch ist? Das könnte nur willkürlich geschehen und außerdem kämen wir, da der Wahrheitswert einer „jeden“ einzelnen Aussage für „unendlich viele Welten“ entschieden werden muss, für keine einzige Aussage je an ein Ende. Die Durchnummerierung dieser fiktiven Welten kann eine durchgehende Abgrenzung und Unterscheidung der verschiedenen fiktiven Welten nicht sichern; nummerieren kann man nur, was man bereits unterscheiden kann (sonst unterscheiden sich *nur* die Nummern, die dann Nummern, und keine Welten bezeichnen – wir hätten dann unterschiedliche Bezeichnungen aber keine diesen entsprechende unterschiedlichen Bezeichneten!). Die Elemente der Definitionsmenge – Aussagen, bezogen auf die unterschiedlichen fiktiven „Welten“ – müssten zudem wohlunterschieden (nicht identisch) sein, hier wird jedoch unterstellt, dass es sich in allen Welten um jeweils ein und dieselbe Aussage handelt. Weder die Definitionsmenge, noch die Zuordnungsvorschrift dieser „Funktion“ lässt sich eindeutig und kohärent bestimmen – ein gedankenloses Handeln mit den Buchstaben „I“, „i“, „ $\Phi$ “ usw. sichert diese Wohlbestimmtheit noch lange nicht: es ist eine Pseudofunktion, die Präzision vortäuschen soll, wo es nur Widersprüche und leere Verbalismen gibt; weder die Definitionsmenge noch die Zuordnungsvorschrift dieser „Abbildung“ sind wohlbestimmt.

Der Bezug des Faktisch-Einzeln auf die fiktiven Welten ist nur ein mystifizierender, untauglicher Ersatz für die Einordnung dieses Faktisch-Einzeln in seine umfassende allgemeine artbestimmte Gesetzmäßigkeit. Denn wenn ich die Bedingungen dafür kenne, dass eine Feststellung  $\mathfrak{P}(\mathfrak{n})$  – die auf eine bestimmte Raum- und Zeitstelle in der wirklichen Welt bezogen ist – richtig ist, dann muss ich nicht die illusionären Bedingungen dafür kennen, ob *diese* Feststellung in allen möglichen fiktiven „Welten“ wahr oder falsch ist (das ist ein Pseudoproblem), sondern ich muss wissen, unter welchen Bedingungen ich einem beliebigen *realen* Gegenstand das Prädikat  $\mathfrak{P}$  zuschreiben darf – und zwar ausschließlich in der wirklichen Welt. Dieses widerspruchsfreie, im Zentrum der Logik stehende Verhältnis zwischen dem realmöglichen Allgemeinen, dem Begriff  $\mathfrak{P}(x)$ , und dem auf eine bestimmte Raum- und Zeitstelle bezogenen einzelnen Sachverhalt  $\mathfrak{P}(\mathfrak{n})$  wird in der Fiktive-Welten-Semantik zu

einer widersprüchlichen Vervielfachung des faktischen Einzelnen selbst. Die den logischen Grundsätzen widersprechende „weltenübergreifende“ Geltung eines Satzes wird als seine Bedeutung (meaning) ausgegeben. „The meaning of a sentence is the set of possible worlds in which it is true.“<sup>53</sup> Diese „Bedeutung“ eines Satzes sei seine „Intension“; sie sei eine „Funktion“, die jedem Ausdruck in jeder möglichen Welt einen Wahrheitswert (als seine angebliche „Extension“) zuordne<sup>54</sup>. Kenne man die Bedeutung eines Satzes, lasse sich entscheiden, in welcher fiktiven Welt dieser ein und derselbe Satz wahr sei; „this idea leads directly to what is called *possible-worlds semantics*.“<sup>55</sup> „Wenn man die Bedeutung eines Ausdrucks kennt, so kann man prinzipiell in allen möglichen Welten (unter allen Umständen) seine Extension“ – nämlich seinen Wahrheitswert – „feststellen. Wenn ich den Sinn eines Eigennamens kenne, kann ich unter beliebigen Umständen feststellen, welches Objekt er bezeichnet. Und wenn ich die Bedeutung eines Prädikats wie ‚rot‘ kenne, d.h. weiß, dass es für die Eigenschaft ‚rot‘ steht, so kann ich unter allen Umständen kraft der Fähigkeit, rote und nicht-rote Dinge zu unterscheiden, sagen, auf welche Dinge dieses Prädikat zutrifft... Wenn die Bedeutung eines Ausdrucks festliegt, liegen auch seine Extensionen in allen möglichen Welten fest.“<sup>56</sup> Diese wundersame Fähigkeit, den Wahrheitswert „ein und desselben Satzes“ in allen fiktiven Welten zu bestimmen, nennt CRESSWELL „*semantische Kompetenz*“, die „Fähigkeit, den Unterschied der Bedingungen darzulegen, unter denen ein Satz wahr und unter denen er falsch ist“; diese Bedingungen seien identisch mit den „Welten“, in denen ein Satz wahr bzw. falsch sei<sup>57</sup>. Dem ist entgegenzuhalten, dass ein bestimmtes Einzelereignis nicht in verschiedenen „Welten“ stattfinden kann, und eine Aussage auch dann nicht verschiedene Wahrheitswerte haben kann, wenn sie unter Verletzung der PNW auf verschiedene „Welten“ projiziert wird. Was unter verschiedenen Bedingungen in intersubjektiv nachvollziehbarer Weise und alleine in der realen Welt anwendbar ist, sind allgemeine Begriffe, die Realmögliche bestimmen. Jede der Feststellungen, die das Resultat einer solchen Anwendung kundtut, ist von jeder Feststellung wohlunterschieden, die aus der Anwendung desselben Begriffs auf andere Umstände und andere Raum- und Zeitstellen resultiert. Wenn Gegenstände und Ereignisse von ihrer eigentümlichen Raum-Zeit-Stelle abgelöst werden, wenn ein und derselbe Gegenstand in (beliebig vielen) Welten in unterschiedlicher Weise vorkommt, wird alle Rede willkürlich und sinnlos.

„Wann ist ein bestimmtes Ding in unserer wirklichen *Welt dasselbe* in einer möglichen anderen Welt... Man benötigt ein *Kriterium für Identität* von Dingen in verschiedenen möglichen Welten. Ohne ein solches Kriterium würde jeglicher Willkür Tür und Tor geöffnet.“<sup>58</sup> Einige schlaue Argumente sind zur Stützung dieser logisch unsinnigen „trans-world-identity“ (*Quer-Welt-ein-Identität*) erdacht worden<sup>59</sup>.

So wird beispielsweise gefordert, dass ein und demselben Individuum zwar nicht alle, aber doch die *wesentlichen* Eigenschaften „in allen Welten“ gleichermaßen zukommen sollen; alle Individuen (Plural!), die über dieselben wesentlichen Eigenschaft verfügten, seien „dasselbe“ Individuum (Singular!). Im Sinne dieser Finesse schreibt VON KUTSCHERA: „Ist ein Objekt  $\alpha$  aus  $U$ “ –  $U$  ist eine fiktive oder die wirkliche Welt – „ein Mensch, so liegt es nahe, zu sagen, dass  $\alpha$  in allen möglichen Welten ein Mensch ist, da ein Mensch in der Welt  $i$  z.B. nicht mit einem Vogel in der Welt  $j$  identisch sein könnte. Aber das hängt davon ab, welche Grenzen man der Phantasie zieht; ob man nicht auch Märchenwelten als möglich zulässt, in denen sich Menschen in Vögel verwandeln.“<sup>60</sup> Identität setzt Übereinstimmung in allen, gerade auch den zufälligsten Bestimmungen voraus – der geringste Unterschied involviert schon Nicht-Identität, Verschiedenheit.

Es wird auch vorgeschlagen, das „Problem“ von den Prädikaten auf die Namen zu verlagern; die Eigennamen seien „rigid designators“, die immer dasselbe Ding benennen würden, mag dieses Ding in den „verschiedenen Welten“ sein, was es will. Ein Zeichen designiert demnach dasselbe Ding, das aber verschiedene Dinge sein kann! Es bleibt völlig willkürlich, welche verschiedenen Dinge und Ereignisse denselben Namen erhalten. Aus verschiedenen, nicht-identischen Dingen wird nicht ein einziges identisches Ding, wenn sie durch denselben Namen benannt werden; es liegt dann entweder ein Irrtum, eine falsche Benennung vor, oder dieser Name ist vieldeutig. Zudem hängt die Identität eines Gegenstandes nie vom Benennen ab, sondern umgekehrt, eindeutiges Benennen setzt erkannte Identität voraus.

Die Unmöglichkeit, eine derartige „weltenumgreifende ›Identität‹“ zu rechtfertigen, legt einer weiteren Position zufolge nahe, die irrationale Willkür direkt und ohne Ausflüchte zum methodischen Prinzip zu machen. Das objektive Identitätskriterium soll durch die willkürliche „Entscheidung“, welche fiktiven Individuen in den fiktiven „Welten“ dasselbe Individuum sein solle, ersetzt werden.<sup>61</sup>

Andere Autoren ersetzen kurzerhand Identität durch „Doppelgängertum“; sie unterstellen, dass jedes Individuum zwar nur in einer „Welt“ existieren könne, aber in „jeder anderen Welt“ einen „Doppelgänger“ habe, der die Durchführung der „Semantik der möglichen Welten“ erlaube. Eine Aussage über eine Person ist jedoch niemals identisch mit einer Aussage über die Doppelgänger dieser Person. Nach einem ähnlich findigen Vorschlag von **D.LEWIS** kann man jeder „Welt“  $i$  einen eigenen, paarweise durchschnittsfreien Individuenbereich  $U_i$  zuordnen; es wird dann eine „Korrespondenzrelation“ („counterpart relation“) zwischen den Objekten der „verschiedenen Welten“ postuliert; eine vage, unbestimmte „Ähnlichkeit“ tritt an die Stelle der Identität; es gibt von einem wirklichen Ding in den „anderen Welten“ nicht identische Dinge, sondern nur „counterparts“, „Gegenstücke“. <sup>62</sup> Für die Behauptung, es bestehe eine solche (nicht näher bestimmte und nicht näher bestimmbar) Beziehung zwischen (nicht näher bestimmten und nicht näher bestimmbar) Gegenständen, können keine überprüfbareren Wahrheitsbedingungen angegeben werden.

Völlig haltlose Behauptungen über Möglichkeiten und Grenzen der „Erkennbarkeit“ diese fiktiven „Welten“ werden vorgetragen: Es „ist eine von unserer Welt verschiedene mögliche Welt *rein qualitativ* gegeben und damit auch *rein qualitativ* von ihr verschieden. Man entwickelt von dieser möglichen Welt eine Vorstellung wie von einem fremden Land. Unsere Gedanken überfliegen nicht nur die Wolken und den Wind, sondern sogar noch die Lichtgeschwindigkeit. Wenn wir unser Verstandesteleskop auf die erste, von unserer Welt verschiedene mögliche Welt richten und uns ihr selbst, die äußersten Grenzen der wirklichen Welt weit zurücklassend, geistig nähern, so können wir nur Qualitäten und Relationen beobachten, aber nicht, ob jemand in dieser Welt Napoleon ist.“ <sup>63</sup> „Individuen sind danach Realisierungen von ‚Qualitätsbündeln‘, so dass in manchen möglichen Welten Aristoteles existiert, in anderen nicht, und ebenso in manchen Sherlock Holmes, in anderen nicht.“ <sup>64</sup> Die Vorstellung, wir könnten zwar Qualitäten und Relationen erfassen, aber unabhängig von identischen Dingen/Gegenständen ist eine logische Absurdität. Wie sollen sich denn diese verschiedenen „Welten“ unterscheiden, wenn nicht durch die verschiedenen Dinge, aus denen sie sich zusammensetzen? Was soll denn eine „rein qualitative Welt“ sein?

Auch die Unterstellung, Gesetzesaussagen könnten in „unterschiedlichen Welten“ verschiedene Wahrheitswerte haben <sup>65</sup>, verstößt gegen die logischen Grundprinzipien; jedes Gesetz kennzeichnet Dinge bestimmter Art; wenn nun in einer anderen fiktiven Welt, Dinge einem bestimmten Gesetz nicht unterliegen, dann handelt es sich auch in der Fiktion notwendigerweise um verschiedenartige Dinge, und deshalb auch um verschiedene Gesetze. In diesem Zusammenhang wird von Modallogikern auch behauptet, die „Intension eines Prädikates  $F$ “ sei die „Funktion“, die jeder „möglichen Welt“  $i$  aus der „Menge aller fiktiven Welten“ den Umfang von  $F$  in  $i$  zuordnet. „Dieser Umfang wird von Welt zu Welt in der Regel verschieden sein.“ <sup>66</sup> Demselben Begriff verschiedene Extensionen zuzuordnen, bedeutet, die Grundbedingungen aller Rationalität – die Identität von Gegenständen und von Begriffen und damit das Prinzip des Nichtwiderspruchs – außer Geltung zu setzen. Schon die Gleichstellung von Wahrheit und Fiktion, auf der diese „Semantik der möglichen Welten“ beruht, hebt Logik und Vernunft auf. Die theoretische Logik steht vor der Aufgabe, den Unterschied zwischen wahren und begründetem Wissen und bloßer Meinung und Fiktion auf den Begriff zu bringen; wird dieser Unterschied geleugnet, verschwindet auch die Logik.

Kontrafaktische Argumente sind logisch korrekt und spielen in Alltag und Wissenschaft eine wichtige Rolle. Der widersinnige Bezug auf fiktive Welten darf nicht mit dem kontrafaktischen Argumentieren verwechselt werden. **VON KUTSCHERA** schreibt: „Eine mögliche Welt ist ... nicht als ein ferner Kosmos zu denken, sondern als unsere Welt, wie sie aussehen könnte, wenn sie nicht so beschaffen wäre, wie sie ist. Irreale Redeweisen sind uns geläufig; wir reden davon, was hätte passieren können, wenn nicht die und die Ereignisse eingetreten wären. Wir reden dabei über mögliche Sachverhalte.“ <sup>67</sup> Das „Mögliche“, auf welches sich die „Semantik der fiktiven Welten“ beruft, ist nicht das Kontrafaktische, wie es uns etwa im kontrafaktischen Konditional begegnet. Eine Feststellung, dass ein Einzelereignis  $p^*$  der Fall ist, bezieht sich immer auf eine bestimmte Raum- und Zeitstelle; wird dieses der-Fall-Sein nun kontrafaktisch negiert, und in der Vorstellung unterstellt, dass  $p^*$  nicht der Fall ist, so bleibt der Bezug auf diese Raum- und Zeitstelle von  $p^*$  (in der einzigen, unserer realen Welt) *notwendig* erhalten, denn es ist ja gerade dieses dieser bestimmten Raum-Zeit-Stelle zugeordnete reale Ereignis  $p^*$ , von dem kontrafaktisch unterstellt wird, dass es nicht der Fall sei. Im Gegensatz zur fiktiven „Möglichkeit“, bleibt das Kontrafaktische immer auf dieselbe Raum-Zeit-Stelle bezogen wie das Faktische. Dem Sprecher ist dabei immer klar, dass seine Unterstellung und das, was er aus dem kontrafaktisch Unterstellten schlussfolgert, nicht tatsächlich zutrifft – er zeigt ja diese Nichtwirklichkeit stets ausdrücklich durch bestimmte sprachliche Ausdrucksmittel

(durch den Konjunktiv, durch geeignete Adverbiale, usw.) an; da klar zwischen der Faktizität und der Kontrafaktizität *ein und desselben* Ereignisses  $p^*$  unterschieden wird, liegt kein Widerspruch vor.

#### 5.4.2. Wahrheitswertdefinite Aussagen werden in der Fiktive-Welten-Semantik zu Quasi-Aussageformen.

Alle Argumente im Rahmen der Fiktive-Welten-Semantik setzen die falsche, logisch widersprüchliche „Identität“ von verschiedenen Dingen, Ereignissen, Begriffen und Aussagen voraus; alles, was auf dieser Grundlage – ein und dasselbe Ereignis, ein und derselbe Sachverhalt wird an verschiedene Raum-Zeit-Stellen gebunden, ein und demselben Begriff werden unterschiedliche Umfänge zugeordnet, ein und dieselbe Aussage betrifft ganz verschiedene Sachverhalte, usw. – aufgebaut ist, muss als logisch widersprüchlich und absurd verworfen werden. Um jedoch den Aufstellungen der Modalitätenlogiker weiterhin folgen zu können, müssen wir uns auf den Boden dieses logischen Unsinns stellen: wir müssen voraussetzen, dass es möglich ist, *ein und denselben* Aussagen in verschiedenen fiktiven „Welten“ verschiedene Wahrheitswerte zuzuordnen, und dass allen Aussagen für jede dieser nebulösen fiktiven „Welten“ ein konstanter, allgemein verbindlicher Wahrheitswert zukommt, über den intersubjektive Übereinstimmung herstellbar ist, dass die „Menge“ dieser fiktiven „Welten“ wohlbestimmt ist.

Zu den Voraussetzungen des SFG gehört, dass jede wahrheitswertdefinite *Aussage* einen einzigen, konstanten Wahrheitswert besitzt. Im Rahmen der Fiktive-Welten-Semantik jedoch wird jede wahrheitswertdefinite Aussage zu einer *Quasi-Aussageform*, die erst bezüglich der verschiedenen fiktiven „Welten“ einen „Wahrheitswert“ erhält und zu einer *Aussage* wird. Eine konkrete wahrheitswertdefinite Aussage wie „Frege war Mecklenburger“ oder eine wahrheitswertdefinite Gedankengefügeaussage wie „(Carnap war ein Schwabe)  $\Rightarrow$  (Frege war Mecklenburger)“ ist jetzt nicht mehr wahrheitswertdefinit, sondern eine Aussageform, die erst durch ihre Bewertung in einer „bestimmter“ fiktiver „Welt“ zu einer „wahrheitswertdefiniten“ (Fiktiv-)Aussage wird. In jeder fiktiven „Welt“ ist für jede „besondere, spezifische und konkrete Aussage“ definitiv festgelegt, ob sie wahr oder falsch ist<sup>68</sup>. Von einer zur Quasiaussageform gewordenen Aussage  $\mathfrak{A}$  kann nicht mehr behauptet werden, sie sei wahr bzw. falsch, sondern diese Bewertung der Aussage muss immer relativ zu einer fiktiven „Welt“ vorgenommen werden: „ $\mathcal{W}_{w_{23779}}(\mathfrak{A})$ “ würde dann beispielsweise besagen, dass die Aussage  $\mathfrak{A}$  ist in der „Welt“  $w_{23779}$  wahr ist. Jede Aussage wird zu einer Quasiaussageform, die eine Variable für fiktive „Welten“ mit sich führt. Dieser Bezug einer Aussage  $\mathfrak{A}$  auf eine fiktive „Welten“  $w_i$  muss immer in der Darstellung kenntlich und sichtbar gemacht werden, indem etwa die Bezeichnung der fiktiven „Welt“  $w_i$  als Index zur Bezeichnung der Aussage  $\mathfrak{A}$  hinzugefügt wird:  $\mathfrak{A}_{w_i}$ .

*Eine fundamentale Voraussetzung für die Durchführung der Fiktive-Welten-Semantik ist die Norm, dass jede „Aussage“ in jeweils jeder fiktiven „Welt“ definitiv und unwandelbar entweder fiktiv-wahr oder fiktiv-falsch ist. Daraus folgt, dass diese fiktiven Bewertungen für alle fiktiven „Welten“ verbindlich sind, d.h. eine Aussage, die eine solche Bewertung beinhaltet, kann selbst nicht in der einen fiktiven „Welt“ fiktiv-wahr, in einer anderen fiktiven „Welt“ jedoch fiktiv-falsch sein.*

Für diese *Quasi-Aussageformen* werden dann die folgenden Bestimmungen festgelegt und als „logische Modalitäten“ ausgegeben:

„Möglich“ (oder „möglich wahr“) soll eine zu einer Quasi-Aussageform gewordene konkrete Aussage  $\mathfrak{A}$  dann sein, wenn sie in mindestens einer der fiktiven Welten (stets eingeschlossen die reale Welt) wahr ist. Dieser Sachverhalt wird durch den Ausdruck „ $\diamond\mathfrak{A}$ “ oder „ $\mathbf{M}\mathfrak{A}$ “ dargestellt.

„Unmöglich“ (oder „unmöglich wahr“) wird eine derartige Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  genannt, die in keiner der fiktiven Welten wahr ist; dieser Tatbestand wird meist durch den Ausdruck „ $\mathbf{U}\mathfrak{A}$ “ symbolisiert.

„Notwendig“ (oder „notwendig wahr“) soll schließlich eine Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  genau dann sein, wenn sie in allen fiktiven „Welten“ wahr ist<sup>69</sup>, meist dargestellt durch den Ausdruck „ $\square\mathfrak{A}$ “ oder „ $\mathbf{N}\mathfrak{A}$ “.

Allerdings sind diese Darstellungen unvollständig und somit nicht korrekt: die Aussagen sind ja keine Aussagen mehr, sondern Aussageformen, die eine freie Fiktive-Welten-Variable  $w_i$  mit sich führen: es müsste heißen „ $\diamond\mathfrak{A}_{w_i}$ “, „ $\square\mathfrak{A}_{w_i}$ “, usw. Diese angeblichen logischen Modalitäten sind nichts anderes als Quantoren, die Fiktive-Welten-Variablen binden; durch diese Bindung werden aus den Quasiaussageformen Aussagen:

$\Box \mathfrak{A}_{w_i}$  ist definiert durch den Ausdruck „ $\forall w_i (\mathfrak{A}_{w_i})$ “: In allen fiktiven ‚Welten‘  $w_i$  ist  $\mathfrak{A}$  wahr.

$\Diamond \mathfrak{A}_{w_i}$  ist durch den Ausdruck definiert „ $\neg \forall w_i \neg (\mathfrak{A}_{w_i}) \equiv \exists w_i (\mathfrak{A}_{w_i})$ “: in zumindest einer fiktiven ‚Welt‘ ist die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  wahr.

Diese „Modalitäten“ sind Prädikate, die Quasiaussageformen zugesprochen werden: „... ist in allen fiktiven ‚Welten‘ wahr“, „... ist in keiner fiktiven ‚Welt‘ wahr“, usw.; genauer sind sie *ein*-fache Quantorfixierungen des zweistelligen FWS-Prädikats „ $A$  ist (nicht) wahr in der fiktiven ‚Welt‘  $w$ “, die die Fiktive-Welten-Variablen binden. Der Prädikatausdruck enthält Beliebig-Element-Zeichen zweier verschiedener Typen, nämlich die „Aussagevariable“  $A$  und die Fiktive-Welten-Variable  $w$ . Ich spreche nicht von „logischen Modalitäten“, sondern neutral von „NUM-Prädikaten“.

Diese NUM-Prädikate können auch Gedankengefügeaussagen  $\mathfrak{A} \Rightarrow \mathfrak{B}$ , wie etwa „ $(2+2=4) \Rightarrow$  (Frege war Mecklenburger)“ präzisiert werden; auch diese Gedankengefügeaussagen werden im Rahmen der Fiktive-Welten-Semantik zu Quasiaussageformen.

Die NUM-Prädikate können nur konkreten, wahrheitswertdefiniten Aussagen zugeschrieben, diese Aussagen werden dann zu Quasiaussageformen. Sie können im Rahmen der Fiktive-Welten-Semantik nur willkürlich zugesprochen werden. Wie sollte denn jemand widerlegt werden können, der behauptet die Aussage „Frege ist in Wismar geboren“ sei in allen „möglichen Welten“ richtig, also „notwendig wahr“, die Behauptung, Cäsar sei ermordet worden, sei hingegen nicht in allen nur denkbaren Welten wahr (also nur „möglicherweise wahr“)? Solche „Behauptungen“ sind Sache bloßer Willkür.

Nun ergibt sich das folgende, von den Modallogikern übersehene Problem. Die Modalitätenlogik ist als eine Erweiterung des SFG konzipiert. In den Formeln des SFG kommen keine wahrheitswertdefiniten Aussagen vor, sondern nur Aussagevariablen. Als Argumente der NUM-Prädikate kommen nur die ursprünglichen zulässigen Formelausdrücke des SFG in Betracht, nämlich Aussagevariablen  $A, B, C, \dots$  und SFG-Formeln wie  $\neg A, A \Rightarrow B, A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ , oder  $(A \vee B) \Rightarrow (B \wedge A)$  usw. Die NUM-Prädikate können jedoch nur konkreten wahrheitswertdefiniten Aussagen zugesprochen werden, die zu Quasiaussageformen werden, die erst, wenn sie bezüglich einer fiktiven ‚Welt‘ bewertet werden, zu (Fiktiv-)Aussagen werden. Ausdrücke wie „ $\Diamond A$ “, „ $\neg \Box \neg (A \Rightarrow B)$ “ oder „ $\Box [A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]$ “ sind keine „Modalaussagen“ über die fiktive Wahrheit der SFG-Formeln „ $A$ “, „ $A \Rightarrow B$ “, „ $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ “ usw., sondern Aussageformen, die einerseits Aussagevariable, andererseits Fiktive-Welten-Variablen aufweisen: durch die NUM-Prädikate werden nur die Fiktive-Welten-Variablen gebunden, die Aussagevariablen bleiben „frei“ und „ungebunden“. Der Ausdruck „ $\Box [A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]$ “ bezeichnet also keine „modallogische“ Gesetzesaussage, sondern eine Aussageform mit den freien Variablen  $A$  und  $B$ .

*Ein modallogistisches System muss so konzipiert werden, dass es Ausdrücke enthält, die Argumente dieser NUM-Prädikate sein können. Gelingt dies nicht, ist die Konstruktion der „Modallogik“ als einer Erweiterung der „Aussagenlogik“ misslungen.*

Wie sind Ausdrücke wie „ $\Box [A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]$ “ zu beurteilen? Der Ausdruck ist unvollständig, denn der Bezug auf die fiktiven ‚Welten‘ ist nicht explizit dargestellt. Nun kann der Bezug der SFG-Formeln auf die Fiktive-Welten-Semantik auf zweifache Weise geschehen. Entweder die Formel als Ganze wird auf eine fiktive Welt bezogen; ich muss dann schreiben: „ $[A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]_{w_i}$ “. Diese Aussageform hat die Bedeutung „in einer fiktiven ‚Welt‘  $w_i$  ist es falsch, dass eine Quasiaussageform  $A$  zugleich fiktiv-wahr und fiktiv-falsch ist, und eine Quasiaussageform  $B$  fiktiv-wahr ist“ (Version 1). Es ist auch möglich, dass jede Aussagevariable (in der Fiktive-Welten-Semantik wird sie zum Beliebig-Element-Zeichen für Quasiaussageformen) gesondert auf eine fiktive ‚Welt‘ bezogen wird. Ich muss dann schreiben: „ $[A_{w_i} \Rightarrow (B_{w_j} \Rightarrow A_{w_i})]$ “; die Bedeutung des Ausdruck ist „Es ist falsch, dass eine Quasiaussageform  $A$  ist in einer fiktiven ‚Welt‘  $w_i$  nicht zugleich fiktiv-wahr und fiktiv-falsch ist und eine Quasiaussageform  $B$  in einer fiktiven ‚Welt‘  $w_j$  fiktiv-wahr ist“ (Version 2).

Wenn wir die NUM-Prädikate in das SFG einführen, erhalten wir in „Version 1“ Ausdrücke wie „ $\Box [A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]_{w_i}$ “, eine *Aussageform*, die besagt, dass in allen fiktiven ‚Welten‘ eine Quasiaussageform  $A$  nicht zugleich fiktiv-wahr und fiktiv-falsch ist, und eine Quasiaussageform  $B$  fiktiv-wahr ist.

In der „Version 2“ ergibt sich das Problem, dass ein Ausdruck wie „ $\Box [A_{w_i} \Rightarrow (B_{w_j} \Rightarrow A_{w_i})]$ “ keinen Sinn ergibt; denn das NUM-Prädikat „ $\Box$ “ bedeutet „... ist in allen fiktiven ‚Welten‘  $w_i$  wahr“, es bindet also nur eine einzige Fiktive-Welten-Variable. Um im vorliegenden Ausdruck beide Fiktive-Welten-Variablen zu binden, können wir uns aber der üblichen Quantoren-Schreibweise befleißigen: „ $\forall w_i, w_j [A_{w_i} \Rightarrow (B_{w_j} \Rightarrow A_{w_i})]$ “: Für alle fiktiven

„Welten“  $w_i$  und alle fiktiven „Welten“  $w_j$  gilt, dass es falsch ist dass eine Quasiaussageform  $A$  in  $w_i$  fiktiv-wahr und fiktiv-falsch und eine Quasiaussageform  $B$  in  $w_j$  fiktiv-wahr ist.

Ausdrücke wie „ $\Box[A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]_{w_i}$ “ oder „ $\forall w_i, w_j [A_{w_i} \Rightarrow (B_{w_j} \Rightarrow A_{w_i})]$ “ sind Aussageformen mit nicht-gebundenen Variablen für Quasiaussageformen. Aus diesen Aussageformen werden Aussagen, wenn auch diese Variablen durch Quantoren gebunden werden.

So ist beispielsweise „ $\forall A, B \{ \Box[A \Rightarrow (B \Rightarrow A)]_{w_i} \}$ “ eine Gesetzesaussage (ein „modallogisches Gesetz“): Für alle Quasiaussageformen  $A$  und  $B$  ist es in allen fiktiven „Welten“ falsch, dass  $A$  fiktiv-wahr und fiktiv-falsch und  $B$  fiktiv-wahr ist. Alle allgemeingültigen SFG-Formeln sind auf diese Weise für alle Aussagen (Quasiaussageformen) in allen fiktiven „Welten“ richtig. Sie drücken aber alle nichts weiter aus, als dass eine Quasiaussageform in einer fiktiven „Welt“ eben nicht zugleich fiktiv-wahr und fiktiv-falsch ist. Alle derartigen „modallogischen Gesetze“ drücken so – freilich unvollständig – nur eine Voraussetzung der Fiktive-Welten-Semantik aus, so wie die „aussagenlogischen Gesetze“ nur eine Voraussetzung des SFG ausdrücken. Das ist nicht gerade viel!

Dasselbe gilt für die Version 2.

„ $\forall A, B [ \forall w_i, w_j (A_{w_i} \Rightarrow (B_{w_j} \Rightarrow A_{w_i})) ]$ “ bedeutet: Für jedes Aussagenpaar  $(A, B)$  gilt, dass für alle fiktiven „Welten“  $w_i$  und  $w_j$  ausgeschlossen ist, dass  $A$  in  $w_i$  zugleich fiktiv-wahr und fiktiv-falsch ist, und  $B$  in  $w_j$  fiktiv-wahr ist.

Die eben abgehandelte Möglichkeit, ein Gedankengefüge wie  $A \Rightarrow B$  den Gegebenheiten der Fiktive-Welten-Semantik anzugleichen, besteht darin, dass die Aussagevariablen  $A$  und  $B$  zu Variablen für Quasiaussageformen werden und die Formel dann für Belegungen der Variablen in den fiktiven „Welt“ bewertet werden. Die Formel  $A \Rightarrow B$  wird etwa durch die Quasiaussageformen  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  belegt, und die resultierende Gedankengefüge-Quasiaussageform  $\mathfrak{A} \Rightarrow \mathfrak{B}$  dann in einer bestimmten fiktiven „Welt“ bewertet, z.B. „In der fiktiven ›Welt‹  $w_{46}$  ist es falsch, dass  $\mathfrak{A}$  wahr und  $\mathfrak{B}$  falsch ist“. Der aus einer Belegung einer SFG-Formel resultierenden Gedankengefüge-Quasiaussageform kann dann ein NUM-Prädikat prädiiziert werden, z.B. „Es ist in zumindest einer fiktiven ›Welt‹ falsch, dass  $\mathfrak{A}$  wahr und  $\mathfrak{B}$  falsch ist“.

Außer diesen nichts sagenden modallogistischen Gesetzen dann auch die Gesetze, die die logischen Beziehungen zwischen den NUM-Prädikaten darstellen.

### 5.4.3 Die logischen Beziehungen der NUM-Prädikate

Die NUM-Prädikate sind ein System von Prädikaten; die logischen Beziehungen dieser Prädikate liegen eindeutig fest. Für die absoluten und relativen NUM-Prädikat gelten dieselben Beziehungen.  $W$  ist die Menge der fiktiven „Welten“,  $\chi$  ist eine „Bewertungsfunktion“, die jeder Quasiaussageform  $A$  für jede fiktive „Welt“ einen Wahrheitswert zuordnet.

Wir haben drei *elementare* NUM-Prädikate:

- (1)  $\Box A$ : eine Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich aller  $w_i \in W$  durch  $\chi$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet.
- (2)  $\Box \sim A$ : eine Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich aller  $w_i \in W$  durch  $\chi$  auf  $\mathcal{F}$  abgebildet.
- (3)  $\blacklozenge A$ : eine Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich zumindest eines Elements aber nicht aller Elemente  $w_i \in W$  durch  $\chi$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet.

Dann haben wir die durch Negation konstruierbaren NUM-Prädikate

- (4)  $\sim \Box \sim A \equiv \blacklozenge A$ : eine Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich zumindest eines Elements  $w_i \in W$  durch  $\chi$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet.
- (5)  $\sim \Box A \equiv \blacklozenge \sim A$ : eine Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich zumindest eines Elements  $w_i \in W$  durch  $\chi$  auf  $\mathcal{F}$  abgebildet.
- (6)  $\sim \blacklozenge A$ : eine Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich aller Elemente  $w_i \in W$  durch  $\chi$  entweder auf  $\mathcal{W}$  oder auf  $\mathcal{F}$  abgebildet.

Es ergeben sich die folgenden Äquivalenzen:

$$\blacklozenge A \leftrightarrow \diamond A \ \& \ \sim \Box A$$

$$\blacklozenge A \leftrightarrow \blacklozenge \sim A$$

$$\diamond A \leftrightarrow \sim \Box \sim A$$

$$\sim \Box A \leftrightarrow \diamond \sim A$$

Die logischen Beziehungen der 6 NUM-Prädikate sind in folgender Relationenmatrix dargestellt:

	$\Box A$	$\Box \sim A$	$\blacklozenge A$	$\sim \Box \sim A = \diamond A$	$\sim \Box A$	$\sim \blacklozenge A$
$\Box A$	E	D	D	C	J	C
$\Box \sim A$	D	E	D	J	C	C
$\blacklozenge A$	D	D	E	C	C	J
$\sim \Box \sim A = \diamond A$	B	J	B	E	A	A
$\sim \Box A$	J	B	B	A	E	A
$\sim \blacklozenge A$	B	B	J	A	A	E

Das ist alles sehr trivial.

#### 5.4.4. Die „Zugangsrelation“ zwischen fiktiven „Welten“

Die Fiktive-Welten-Semantik ist auf widersprüchlichen Fundamenten, insbesondere der widersprüchlichen Konzeption der „trans-world-identity“ errichtet; jeder weitere Ausbau dieser Theorie führt unvermeidlich nur zu weiteren Widersprüchen. Das gilt auch für jene Versuche, in denen die fiktiven „Welten“ durch eine „Zugangsrelation“ verbunden werden. Die Einführung dieser Relation – die um diese Relation erweiterte Fiktive-Welten-Semantik wird oft „Relationensemantik“ genannt – sollte insbesondere die Unterschiede der verschiedenen modallogistischen Systeme und die „Iteration“ der Pseudomodalitäten verständlich machen. Also Ausdrücke wie „ $\diamond A \Rightarrow \Box \diamond A$ “ oder „ $\Box (\diamond A \Rightarrow \Box \diamond A)$ “ verständlich zu machen und ihre unterschiedliche Geltung in verschiedenen modallogistischen Systemen.

Grundgedanke der „Relationensemantik“ ist, dass man, um bewerten zu können, ob eine Aussage in irgendeiner fiktiven „Welt“ wahr ist, „Zugang“ zu dieser „Welt“ haben muss. Neben einer rein mengentheoretischen Erläuterung dieser Relation wird auch eine „philosophische“ Untermauerung dieser Vorstellung versucht.

Es wird gesagt, eine „Welt“ sei für uns Menschen oder andere „intelligente Wesen“ „zugänglich“, wenn wir sie uns vorstellen, wenn wir sie uns ausdenken könnten<sup>70</sup>. Der „Zugang“ zu den fiktiven „Welten“ ist ebenso widersprüchlich-fiktiv wie schon diese „Welten“. Bisweilen wird gesagt, eine „Welt“  $w_2$  sei von einer „Welt“  $w_1$  aus zugänglich, wenn  $w_2$  von  $w_1$  aus möglich sei – eine nebelhafte und obendrein zirkuläre Behauptung<sup>71</sup>.

Was hat es mit dem „Sich-Vorstellen-Können“ auf sich? In der Fiktive-Welten-Semantik wurde bislang vorausgesetzt, dass sich jene wahrheitswertdefiniten Aussagen, die sich mit den Tatsachen und den Gesetzmäßigkeiten in unserer realen Welt befassen und Sachverhalte/Ereignisse in unserer wirklichen Welt beschreiben, auf verschiedene fiktive „Welten“ übertragen und dort unterschiedlich bewerten lassen. Jedes Ereignis, jeder Sachverhalt, jedes Gesetzesverhältnis in der wirklichen Welt wird in der Einbildung unter Verletzung der logischen Grundprinzipien vervielfältigt und in beliebig viele fiktive „Welten“ projiziert. Da die Aussagen, die fiktiv bewertet werden, Aussagen sind, die unsere reale Wirklichkeit betreffen, stellen die fiktiven „Welten“ mehr oder weniger modifizierte „Abbilder“ unserer realen Welt dar; die fiktiven „Welten“ sind dadurch bestimmt, dass, was in der realen Welt in Geltung ist, entweder auch in Geltung ist oder nicht in Geltung ist; d.h. Ausgangspunkt für die Konstruktion der fiktiven „Welten“ ist, was bezüglich unserer realen Welt für wahr gehalten wird. Es sind ja die auf unsere reale Welt bezogenen wahrheitswertdefiniten Aussagen, für welche durch diese ihre Projektion in fiktive „Welten“ gesichert werden soll, dass sie „möglich“, d.h. sowohl wahr wie falsch sein können. Nach Einführung der „Zugangsrelation“ ist nicht mehr nur von *unserem* Uns-Vorstellenkönnen fiktiver „Welten“ die Rede, sondern auch den intelligenten Bewohnern anderer „Welten“ werden „Vorstellungszugänge“ zu fiktiven „Welten“ zugebilligt. Wir führen also neue imaginäre Akteure ein, intelligente „Welten“-Bewohner, die nicht

mehr „Abbilder“, „Verdoppelungen“, „Doppelgänger“ realer Akteure *unserer* wirklichen Welt sind, sondern von uns völlig verschiedene, ganz selbstständige „Subjekte“, die sich ebenfalls – ausgehend von den „Erfahrungen“ in jeweils ihrer eigenen „Welt“ – fiktive „Welten“ ausdenken und vorstellen können, in die sie die ihre je eigene „reale Welt“ betreffenden Aussagen projizieren.

Es sei  $w_1$  unsere reale Welt und  $w_2$  eine für uns zugängliche fiktive „Welt“. Die wahrheitswertdefiniten Aussagen, die wir in  $w_1$  für wahr halten, betreffen reale Vorgänge, die wesentlich mit unserer Lebenstätigkeit verbunden sind und von denen wir nur aufgrund unserer aktiven Erkenntnisbemühungen wissen. Die „Zugänglichkeit“ der „Welt“  $w_2$  für uns bedeutet, dass wir jeder in unserer realen Welt  $w_1$  wahrheitswertdefiniten Aussage in der fiktiven „Welt“  $w_2$  willkürlich eine fiktive Bewertung geben können – wodurch sich die Welt  $w_2$  als fiktive Modifikation der realen Welt  $w_1$  erweist, in der dieselben Aussagen wie in  $w_1$ , freilich teilweise abweichend, bewertet werden. Jetzt werden auch noch eigenständige Fabelwesen, die jene für *uns* fiktive „Welt“  $w_2$  bewohnen und selber zumindest Zugang zu ihrer eigenen, für *sie* realen „Welt“  $w_2$  haben<sup>72</sup>, vorausgesetzt; die widersprüchliche Fiktive-Welten-Semantik wird mit einer Vielzahl neuer Widersprüche beladen. Die fiktive „Welt“  $w_2$  war bislang für unser „Vorstellen“ nur ein mehr oder weniger getreues fiktives Abbild unserer realen Welt, die Welt  $w_2$  setzt sich keineswegs aus Vorgängen und Ereignissen zusammen, die an die eigenständige Lebenstätigkeit ihrer Bewohner gebunden sind. Und so verhält es sich mit den „Bewohnern“ aller fiktiven „Welten“, die wegen der Einführung der „Zugangsrelation“ postuliert werden müssen – sie können sich unter den bisherigen Voraussetzungen allenfalls Fiktionen von den Vorgängen in *unserer* realen Welt machen. Die Einführung solcher fiktiver „erkennender Wesen“ in den fiktiven „Welten“ passt nicht zusammen mit der ursprünglichen Intention der Fiktive-Welten-Semantik: alle fiktiven „Welten“ waren bestimmt als *unsere* reale Welt, wenn sie nicht genau so wäre, wie wir das von ihr annehmen. Wenn wir nun plötzlich diese fiktiven „Welten“ mit eigenständigen „Lebewesen“ bevölkern, hören sie auf, unselbständige fiktive, projektive Abbilder unsere eigenen Wirklichkeit zu sein, den fiktiven „Welten“ müsste dieselbe Selbstständigkeit zugebilligt werden wie ihren Bewohnern. Damit aber verlieren die fiktiven „Welten“ jene Eigenschaften, die ihre Einführung motiviert hat: nämlich wahrheitswertdefiniten Aussagen, die sich allein mit *unserer* realen Welt befassen, fiktive Wahrheitswerte zuschreiben zu können und sie so zu Quasiaussageformen zu machen, denen NUM-Prädikate (Pseudomodalitäten) prädiert werden können. Die Einführung der „Zugangsrelation“ ist damit keine umfassendere Ausbildung der Fiktive-Welten-Semantik, sondern sie steht mit den ursprünglichen Intentionen und Annahmen der Fiktive-Welten-Semantik durch die Postulierung eigenständiger „intelligenter Lebewesen“ in diesen fiktiven „Welten“ in Widerspruch. Dass wir den auf unsere reale Welt bezogenen Aussagen fiktive Wahrheitswerte zuschreiben, ist mit viel Entgegenkommen noch nachvollziehbar – aber wie sollen wir eine Erkenntnis von all den jeweils eigenständigen Vorgängen in unendlich vielen anderen „Welten“ mit ihren eigenständigen „Bewohnern“ und ihrem je eigenen Wissen gewinnen können? Unsere eigene Welt stellt einerseits die Gesamtheit jener realen Sachverhalte/Ereignisse dar, die durch die wahrheitswertdefiniten Aussagen dargelegt werden, die in der Fiktive-Welten-Semantik zu Quasiaussageformen werden; zugleich ist unsere reale Welt für alle Lebewesen jeweils aller anderen fiktiven „Welten“, die Zugang zu unserer Welt haben, nur eine fiktive Projektion *ihrer* jeweils eigenen „realen“ „Welt“, die für uns allesamt Fiktionen sind. Dieser fiktive Charakter unserer eigenen Welt für die anderen „Lebewesen“ müsste jetzt auch zur Bestimmtheit unserer realen Welt gehören, wenn dem „Zugang“ anderer „Lebewesen“ zu unserer Welt irgendein Gehalt zugestanden wird; unsere reale Welt ist nicht nur unsere reale Welt, wie sie (unserer Meinung nach) tatsächlich ist, sondern sie ist zugleich jede der anderen „Welten“, wenn diese nicht so wären, wie sie „sind“ (für die sie bewohnenden Fabelintelligenzen).

Zu den Voraussetzungen der Fiktive-Welten-Semantik gehört, dass *jede* beliebige Aussage in jeder fiktiven „Welt“ bewertet werden kann. Diese Bewertungen werden jetzt auf die jeweils „zugänglichen Welten“ beschränkt. Von einer Aussage, die ursprünglich auf unsere Welt bezogen war, muss gleichwohl vorausgesetzt werden, dass sie auch in fiktiven „Welten“ bewertet werden kann, die uns nicht zugänglich sind – dann von Lebewesen, die von ihrer „Welt“ aus Zugang zu der uns nicht zugänglichen fiktiven „Welt“ haben. Wir müssen auch in unserer realen Welt, zu der wir ja auf alle Fälle Zugang haben, ausnahmslos jede beliebige Aussage, die andere Welten, die Vorgänge in diesen „Welten“ und die Handlungen der diese bewohnenden „Lebewesen“ betreffen, bewerten – denn in jeder Welt erhält *jede* Aussage einen fiktiven Wahrheitswert; wir müssen also für uns wie die Bewohner aller übrigen „Welten“ die lückenlose Kenntnis aller Aussagen voraussetzen, auch die Kenntnis der Aussagen, die „Vorgänge“ in fiktiven „Welten“ betreffen, die uns nicht zugänglich sind. Es ist ein Widerspruch, dass einerseits nicht jede fiktive „Welt“ von jeder fiktiven „Welt“ aus „zugänglich“ sein soll, andererseits aber jede Aussage, auf welche fiktive „Welt“ sie auch ursprünglich bezogen sein mag, für die „Bewoh-

ner“ jeder fiktiven „Welt“ bekannt sein muss. Von jeder Aussage muss weiterhin vorausgesetzt werden, dass sie für alle Bewohner aller fiktiven „Welten“ in jeder einzelnen fiktiven „Welt“ gleich und konstant bewertet wird.

Stellt man sich auf den Boden dieser absurden Voraussetzungen der „Relationensemantik“, können die NUM-Prädikate nur relativ zu einer bestimmten fiktiven „Welt“ und den dieser zugänglichen „Welten“ getroffen werden<sup>73</sup>. Diese Relativität kann etwa dadurch ausdrücklich gekennzeichnet werden, dass man das Erfüllbarkeitsprädikat (die Pseudomodalität) durch die Bezeichnung jener fiktiven „Welt“ indiziert, von deren Standpunkt aus das Erfüllbarkeitsprädikat zugesprochen wird. „ $\Box_{w_1}\mathfrak{A}$ “ würde dann bedeuten: die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  ist in allen von  $w_1$  aus zugänglichen „Welten“ wahr,  $\Diamond_{w_{356}}\mathfrak{A}$  bedeutet: Die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  ist in zumindest einer der von  $w_{356}$  aus zugänglichen „Welten“ wahr, usw. Damit ich eine solche relative Erfüllbarkeitsaussage treffen kann, muss ich einerseits wissen, welche fiktiven „Welten“ von der betreffenden fiktiven „Welt“ aus zugänglich sind; zusätzlich muss ich noch selber zu diesen fiktiven „Welten“ „Zugang“ haben.

Eine Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  darf bezüglich derselben fiktiven „Welt“  $w_i$  von den Standpunkten unterschiedlicher „Welten“, die „Zugang“ zu  $w_i$  haben, nicht unterschiedlich bewertet werden. Wer von welcher „Welt“ auch immer aus überhaupt „Zugang“ zur betreffenden „Welt“ hat, muss alle Quasiaussageformen in *dieser* Welt übereinstimmend bewerten. Daraus folgt, dass die Erfüllbarkeitsaussagen, die diese fiktiven Bewertungen zusammenfassen, nicht wiederum hinsichtlich verschiedener fiktiver „Welten“ unterschiedliche fiktive Wahrheitswerte erhalten können; dies würde ja voraussetzen, dass eine Quasiaussageform in zumindest einer fiktiven „Welt“ widersprüchlich bewertet wird. Eine Erfüllbarkeitsaussage wie „ $\Box_{w_1}\mathfrak{A}$ “ kann also nicht in verschiedenen fiktiven „Welten“ einen unterschiedlichen Wahrheitswert haben, denn die Aussage ist ja schon auf die Menge der verschiedenen (zugänglichen) „Welten“ bezogen<sup>74</sup>. Von allen diesen NUM-Aussagen, die relativ sind zu den jeweils von einer bestimmten fiktiven „Welt“ aus zugänglichen fiktiven „Welten“, wird also vorausgesetzt, dass sie entweder wahr oder falsch sind, sie können nicht zu Quasiaussageformen gemacht werden<sup>75</sup>. Man darf aus diesem Grunde nicht die Aussagen  $\mathfrak{A}$ , die als Quasiaussageformen hinsichtlich der verschiedenen fiktiven „Welten“ bewertet werden, mit den Erfüllbarkeitsaussagen  $\Box_{w_i}\mathfrak{A}$ ,  $\Diamond_{w_j}\mathfrak{A}$  usw. in einen Topf werfen, die über eine solche Quasiaussageform  $\mathfrak{A}$  gemacht werden. Dies bedeutet, dass Ausdrücke wie „ $\Diamond(\Box_{w_i}\mathfrak{A})$ “ oder „ $\Diamond_{w_j}(\Box_{w_i}\mathfrak{A})$ “ sinnlos sind<sup>76</sup>.

## 5.4.5. Kripke-Modelle

### 5.4.5.1. Die Struktur der Kripkemodelle

Es wurde versucht, diese Konzeption der Fiktive-Welten-Semantik, die der „Bewertungsfunktion“ eine „Zugangsrelation“ an die Seite stellt, durch ihre allgemeine, algebraisch-mengentheoretische Struktur darzulegen: die Fiktive-Welten-Semantik wird so zum Spezialfall (zum „Modell“) einer Struktur  $\langle A, B, \varphi, R \rangle$ , wobei  $A$  und  $B$  irgendwelche nichtleeren Mengen,  $\varphi$  eine Abbildung  $(A \times B) \rightarrow \{a_1, a_2\}$  ist –  $\{a_1, a_2\}$  ist eine Menge zweier komplementärer Elemente – und  $R$  eine reflexive Relation  $R \subseteq B \times B$  sind. Es kann dann eine Vielzahl von Modellen konstruiert werden, die diese Struktur aufweisen. Zu fordern ist immer die Wohlbestimmtheit der Mengen  $A$  und  $B$  und die Korrektheit der Abbildung  $\varphi$  (Eindeutigkeit von Definitionsmenge  $A \times B$  und Zielmenge  $\{a_1, a_2\}$ , Eindeutigkeit der Zuordnungsvorschrift) und der Zugangsrelation  $R$ . Die Abbildungen  $\varphi$  und die Relationen  $R$  sind jeweils unabhängig voneinander. Wir haben so eine einfache algebraische Struktur, die auf den Operationen der Mengenbildung, der Bildung zweistelliger Relationen auf der Basis des cartesischen Produkts und der Operation der Abbildung basiert. Es handelt sich um eine sehr einfache operative Spielerei und keine grundlegende mathematische Konstruktion, denn die konstitutiven Operationen sind durch die elementare Mengentheorie vorgegeben.

**Die Modalitätenlogistik als Kripkemodell:** Es ist jede beliebige wahrheitswertdefinite Aussage in jeder fiktiven „Welt“ zu bewerten (die Aussagen werden zu Quasiaussageformen); wir haben so einmal die „Menge der Aussagen/Quasiaussageformen“  $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_3, \dots\}$  und die „Menge“ der fiktiven „Welten“  $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots\}$ . Die Bewertungsfunktion  $\beta$  bildet jedes Element des cartesischen Produkts  $(\mathfrak{A} \times W)$  in die Menge der Wahrheitswerte  $\mathfrak{B} = \{\mathcal{W}, \mathcal{F}\}$  ab:  $\beta: \mathfrak{A} \times W \rightarrow \mathfrak{B}$ . Ganz unabhängig davon wird eine zweistellige, reflexive „Zugangsrelation“  $\mathfrak{Z} \subseteq W \times W$  festgelegt. Das Kripkemodell ist dann ein Quadrupel  $\langle \mathfrak{A}, W, \beta, \mathfrak{Z} \rangle$ . Unter der (zwei-

felhaften) Voraussetzung, der Wohlbestimmtheit von  $\mathfrak{A}$  und  $\mathcal{W}$ , lassen sich dann beliebig viele unterschiedliche Fiktive-Welten-Semantiken konstruieren. Jedes „Modell“ beruht auf der vorgängigen Auswahl einer bestimmten Bewertungsfunktion  $\beta$  und einer bestimmten Zugangsrelation  $\mathfrak{Z}$ , d.h. jede Aussage/Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_i$  muss in jeder fiktiven „Welt“ durch  $\beta$  eindeutig bewertet sein. Zu beachten bleibt, dass durch  $\beta$  *nur* die vorgegebenen Elemente der Definitionsmenge ( $\mathfrak{A} \times \mathcal{W}$ ) in  $\mathfrak{B}$  abgebildet werden können!

Obwohl „ $(\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W})$ “ eine Aussage ist (eine Abbildungsaussage, die besagt, dass die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_i$  ist in der fiktiven „Welt“  $w_j$  „wahr“ ist), kann der Ausdruck „ $\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W}$ “ nicht wiederum durch  $\beta$  auf  $\mathfrak{B}$  abgebildet werden, denn *diese* Aussage kann keine Elementaraussage/Quasiaussageform werden, da der Wahrheitswert von  $\mathfrak{A}_i \times w_j$  durch  $\beta$  schon definitiv und unverrückbar bestimmt ist.

Diese Strukturen lassen sich mit der „Aussagenlogik“ verbinden. Alle *Abbildungsaussagen* und alle Aussagen über die Zugänglichkeit von „Welten“ können durch Gedankengefüge „verknüpft“ werden. Die Informationen, die durch  $\beta$  und  $\mathfrak{Z}$  immer schon vorgegeben sind, werden dabei nur entweder tautologisch oder informationsverschleiern wiederholt.

Es gibt tautologische Gedankengefügeaussagen:  $(\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W}) \vDash (\mathfrak{A}_k \times w_h \Rightarrow \mathcal{W})$  mit der Bedeutung: die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_i$  wird in der Welt  $w_j$  auf  $\mathcal{W}$  und die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_k$  wird in der Welt  $w_h$  auf  $\mathcal{F}$  abgebildet. Die FWS-Gedankengefügeaussage „ $(\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W}) \vDash (\mathfrak{A}_k \times w_h \Rightarrow \mathcal{W})$ “ ist genau dann wahr, wenn „ $(\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W})$ “ richtig und „ $(\mathfrak{A}_k \times w_h \Rightarrow \mathcal{W})$ “ unrichtig ist. Die Bewertung kann sich auf verschiedene fiktive „Welten“ beziehen (Version 1) oder auf ein und dieselbe fiktive „Welt“ (Version 2 – die in der Regel durch die Logistiker favorisiert wird).

Es gibt informationsverschleiernde Gedankengefügeaussagen wie:  $(\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W}) \Rightarrow (\mathfrak{A}_k \times w_h \Rightarrow \mathcal{F})$  mit der Bedeutung: es trifft nicht zu, dass die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_i$  in der Welt  $w_j$  auf  $\mathcal{W}$  und die Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_k$  in der Welt  $w_h$  nicht auf  $\mathcal{F}$  abgebildet wird.

Die Abbildungen im Rahmen von Version 1 können folgendermaßen dargestellt werden:

$((\mathfrak{A}_i \Rightarrow \mathfrak{A}_k) \times w_i \Rightarrow \mathcal{W})$  mit der Bedeutung: in der Welt  $w_i$  ist  $(\mathfrak{A}_i \Rightarrow \mathfrak{A}_k)$  wahr.

Die Abbildungen im Rahmen von Version 2 können folgendermaßen dargestellt werden:

$(\mathfrak{A}_i \times w_j \Rightarrow \mathcal{W}) \Rightarrow (\mathfrak{A}_k \times w_h \Rightarrow \mathcal{F})$  mit der Bedeutung: es trifft nicht zu, dass  $\mathfrak{A}_i$  in  $w_j$  wahr und  $\mathfrak{A}_k$  nicht in  $w_h$  falsch ist.

Es können auch die durch die Zugangrelation  $\mathfrak{Z}$  festgelegten Tatbestände mit Hilfe der Gedankengefüge tautologisch oder informationsverschleiernd ausgedrückt werden: z.B.  $\mathfrak{Z}(\mathfrak{A}_i, \mathfrak{A}_j)$  oder  $\mathfrak{Z}(\mathfrak{A}_i, \mathfrak{A}_j) \ \& \ \sim \mathfrak{Z}(\mathfrak{A}_h, \mathfrak{A}_k)$  oder informationsverschleiern  $\mathfrak{Z}(\mathfrak{A}_i, \mathfrak{A}_j) \Rightarrow \mathfrak{Z}(\mathfrak{A}_h, \mathfrak{A}_k)$ . — Das alles ist ohne jede kognitive Relevanz; die Informationen, die schon mit  $\beta$  und  $\mathfrak{Z}$  gegeben sind, werden bestenfalls tautologisch wiederholt.

Nun kann man die Bewertungsfunktion  $\beta$  noch weiter darlegen: es kann Quasiaussageformen  $\mathfrak{A}_i$  geben, die in jeder fiktiven „Welt“ auf  $\mathcal{W}$  abgebildet werden, was durch den Ausdruck „ $\forall w_i (\mathfrak{A}_i \times w_i \Rightarrow \mathcal{W})$ “ formuliert wird. Nun kann man für diese spezielle Allaussage natürlich eine zusätzliche zweite, gleichbedeutende Bezeichnung festsetzen, nämlich:  $\square \mathfrak{A}_i$ . Ein Ausdruck wie „ $\sim \forall w_i (\mathfrak{A}_i \times w_i \Rightarrow \mathcal{F})$ “ kann durch  $\diamond \mathfrak{A}_i$  ausgedrückt werden. In diesen Ausdrücken ist  $w_i$  ist eine gebundene Variable,  $\mathfrak{A}_i$  ist eine Konstante. Die Festlegung der *Abkürzungen* „ $\square$ “ und „ $\diamond$ “ ist nichts konzeptuell Neues!

Unter Zugrundelegung von Fregegesetzen (den allgemeingültigen Formeln des SFG) kann man nun Aussagen formulieren, die für beliebige Quasiaussageformen und beliebige fiktive „Welten“ richtig sind; diese Aussagen besagen aber alle nur, dass eine Quasiaussageform (Elementaraussage, „atomare Aussage“) in einer fiktiven „Welt“ nicht zugleich auf  $\mathcal{W}$  und auf  $\mathcal{F}$  abgebildet werden kann – man bleibt bei diesem trivialen Gehalt stehen, der zu den *Voraussetzungen* dieser „Kripke-Modelle“ gehört.

Beispiel: die allgemeingültige SFG-Formel  $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ ; die Aussagevariablen werden jetzt zu Beliebig-Element-Zeichen für Quasiaussageformen. Aus der trivialen SFG-Aussage „ $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ “ wird dann die triviale Aussage:

$$\forall A, B \in \mathfrak{A} \ \forall w_i \in \mathcal{W} \ ((A \Rightarrow (B \Rightarrow A)) \times w_i \Rightarrow \mathcal{W}).$$

Mit Hilfe des abkürzenden Zeichens  $\square$ :  $\forall A, B \in \mathfrak{A} \ (\square(A \Rightarrow (B \Rightarrow A)))$ .

Der Teilausdruck „ $\Box(A \Rightarrow (B \Rightarrow A))$ “ drückt diesen Zusammenhang noch nicht aus, denn er ist eine Aussageform, die erst durch Ersetzung der Variablen für Quasiaussageformen durch konkrete Quasiaussageformen oder durch Bindung dieser Variablen durch einen Quantor zu einer Aussage wird. Der Teilausdruck „ $\Box(A \Rightarrow (B \Rightarrow A))$ “ bindet nicht Beliebig-Element-Zeichen für Quasiaussageformen, sondern die Fiktive- Welten- Variablen, die jeweils zu einer Quasiaussageform gehört.

### 5.4.5.2 Die Zugangsrelation und die „Iteration der Modalitäten“

Weiterhin können die auf die Bewertungsfunktion  $\beta$  Bezug nehmenden NUM-Prädikate mit der Zugangsrelation  $\mathfrak{Z}$  verbunden werden – man kann von „**relativen NUM-Prädikaten**“ reden: eine Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_i$  wird in allen (bzw. in zumindest einer der) fiktiven „Welten“, die zu einer fiktiven „Welt“  $w_i$  in  $\mathfrak{Z}$  stehen, auf  $\mathcal{W}$  bzw.  $\mathcal{F}$  abgebildet:  $\forall w_j \in W$  mit  $\mathfrak{Z}(w_i, w_j) (\mathfrak{A}_i \times w_j) \Rightarrow \mathcal{W}$ ; man kann das abkürzen durch den Ausdruck „ $\Box_{w_i}(\mathfrak{A}_i)$ “. Die Relativierung muss unbedingt ausgedrückt werden! Die Logistiker verzichten regelmäßig darauf.

Bei den relativen NUM-Prädikaten ist der Bereich der Quantifikation beschränkt: i.R. auf die Teilmenge jener Elemente aus  $W$ , zu denen ein bestimmtes Element aus  $W$  in der Relation  $\mathfrak{Z}$  steht. Es kann sich dabei auch um Kompositionen der Relation  $\mathfrak{Z}$  handeln (z.B.  $\mathfrak{A}_i$  ist in einigen fiktiven „Welten“ wahr, zu denen alle fiktive „Welten“ Zugang haben, die von einer bestimmten fiktiven „Welt“ aus zugänglich sind). Solche Relationen-Kompositionen der Relation  $\mathfrak{Z}$  werden von den Logistikern als eine „Iteration“ der NUM-Prädikate missinterpretiert.

Zu jedem Element  $w_i$  von  $W$  gibt es eine Teilmenge  $T_{w_i} \subseteq W$ , die folgendermaßen definiert ist:  $T_{w_i} = \{w_j \in W \mid \mathfrak{Z}(w_i, w_j)\}$ .

Um die Problematik der „Iteration“ der NUM-Prädikate zu bearbeiten, ist es notwendig, sich präzise an der **Bedeutung und Struktur der NUM-Prädikate**  $\Box$  und  $\Diamond$  zu orientieren. Die NUM-Prädikate sind spezielle Quantifikationen: sie sagen aus, ob eine *Quasiaussageform*  $\mathfrak{A}_i$  für alle Elemente aus  $W$  oder für zumindest ein Element aus  $W$  auf  $\mathcal{W}$  oder auf  $\mathcal{F}$  abgebildet wird; bei den relativen NUM-Prädikaten ist der Bereich, über den der Quantor läuft, nicht  $W$ , sondern eine Teilmenge von  $W$ , nämlich jene Teilmenge  $T_{w_i} \subseteq W$ , für die gilt  $\{w_j \mid \mathfrak{Z}(w_i, w_j)\}$ . Die NUM-Prädikate haben als Prädikand demnach Prädikatoren, und zwar Prädikate der Art:  $(\mathfrak{A}_i \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W}$ , mit der Bedeutung: die konkrete Quasiaussageform  $\mathfrak{A}_i$  wird durch die Bewertungsfunktion  $\beta$  in  $w_i \in W$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet.  $\mathfrak{A}_i$  ist hierbei eine Konstante, und  $w_i$  ist eine Variable (beliebiges Element aus  $W$ ). Der Ausdruck „ $(\mathfrak{A}_i \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W}$ “ ist ein einstelliges Prädikat, eine Aussageform, aus der eine Aussage wird, wenn das Beliebig-Element-Zeichen  $w_i$  durch die Bezeichnung eines Elements aus  $W$  ersetzt wird, oder wenn ein Quantor vor den Ausdruck gesetzt wird. Im letzten Fall haben wir eine NUM-Prädikation.

Es kann  $A$  auch eine Variable sein:  $(A \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W}$ ; dann aber resultiert aus der Bindung der Fiktive-Welten-Variable  $w_i$  durch ein absolutes oder relatives NUM-Prädikat eine Aussageform mit der freien Variable  $A$ , die ihrerseits durch einen Quantor gebunden werden kann, der – anders als die NUM-Prädikate – nicht über den Bereich der fiktiven „Welten“ läuft, sondern über den Bereich der Aussagen (= Quasiaussageformen).

Bei der nicht-relativen NUM-Prädikation haben wir Ausdrücke „ $\Box_{w_i}((\mathfrak{A}_i \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W})$ “, bei der relativen NUM-Prädikation haben wir Ausdrücke „ $\Box_{w_i}((\mathfrak{A}_i \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W}_{w_k})$ “, wobei  $w_k$  eine Konstante ist (die Bezeichnung eines ganz bestimmten Elements aus  $W$ ); in beiden Ausdrücken ist nur der Teilausdruck „ $w_i$ “ eine (gebundene) Variable. Diese Ausdrücke lassen sich durch den Gebrauch der Zeichen  $\Box$  und  $\Diamond$ , wie oben angegeben, *abkürzen*: der Ausdruck „ $\forall w_i ((\mathfrak{A}_i \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W})$ “ ist gleichbedeutend mit dem Ausdruck „ $\Box \mathfrak{A}_i$ “, der Ausdruck „ $\forall w_i ((\mathfrak{A}_i \times w_i) \Rightarrow \mathcal{W}_{w_k})$ “ hat dieselbe Bedeutung wie der Ausdruck „ $\Box_{w_k}(\mathfrak{A}_i)$ “

Jetzt wird offensichtlich, dass Ausdrücke wie „ $\Box \Box \mathfrak{A}_i$ “ in den Kripke-Modellen undefiniert und sinnlos sind. Denn nur Quasiaussageformen können Argumente der NUM-Prädikate  $\Box$  und  $\Diamond$  sein. Doch der Ausdruck „ $\Box \mathfrak{A}_i$ “ bezeichnet keine Quasiaussageform, sondern eine Quantorenaussage über eine ganz bestimmte Quasiaussageform bezüglich der Menge  $W$  bzw. einer bestimmten Art von Teilmenge von  $W$ . Es kann nur  $\mathfrak{A}_i$ , nie aber  $\Box \mathfrak{A}_i$  Argument eines NUM-Prädikats sein.

Die Logistiker unterstellen, dass hier eine rekursive Struktur vorliegt: wenn  $\mathfrak{A}_i$  eine Aussage ist, ist auch  $\Box \mathfrak{A}_i$  eine Aussage; da nun  $\Box \mathfrak{A}_i$  eine Aussage ist, ist auch  $\Box \Box \mathfrak{A}_i$  eine Aussage. Der Haken an der Sache ist, dass das nicht stimmt. Denn damit  $\Box \mathfrak{A}_i$  eine Aussage ist, muss  $\mathfrak{A}_i$  eine Aussage sein, die zur Quasiaussageform werden

und Bestandteil der Bewertungsfunktion ( $\mathcal{A} \times W$ )  $\rightarrow \mathfrak{B}$  sein kann, was für die NUM- Aussage  $\Box A$  eben nicht gilt.  $\Box A$  kann keine Quasiaussageform sein, die erst noch auf eine Bewertungsfunktion bezogen werden könnte; denn das „A“ in „ $\Box A$ “ ist schon auf die Bewertungsfunktion bezogen, ist durch die Bewertungsfunktion vorgegeben.

**WANSING** meint: „Die große Attraktivität und der nachhaltige Erfolg der *Mögliche-Welten-Semantik* beruht wesentlich auf dem Umstand, dass viele wichtige Eigenschaften zweistelliger Relationen  $R$ , wie etwa die Transitivität und die Reflexivität, in einem präzisen Sinne mit interessanten modalen Formelschemata korrespondieren.“<sup>77</sup> Die Logistiker nennen diesen angeblichen Zusammenhang „Korrespondenz“; da aber die meisten dieser „modalen Formelschemata“ im Widerspruch zur definierten Struktur der „Kripke-Modelle“ stehen, ist diese „Korrespondenz“ illusionär.

Die verschiedenen Eigenschaften der Zugangsrelation haben nur Auswirkungen auf die Komposition der Zugangsrelation: Der Bereich  $W$  wird mit Hilfe der Zugangsrelation – einfach oder komponiert – eingeschränkt. Die Zugangsrelation und ihre Kompositionen beziehen sich gar nicht auf die „Bewertungsfunktion“ wie die NUM-Prädikate, sondern beschränken nur den Bereich der fiktiven „Welten“, über den die NUM-Prädikate quantifizieren.

### 5.4.5.2.1 Reflexivität der Relation $\mathfrak{Z}$

Gilt für ein  $w_i$  und eine Quasiaussageform  $A$ :  $\Box_{w_i} A$ , dann gilt aufgrund der Reflexivität von  $\mathfrak{Z}$ , dass  $A$  in  $w_i$  fiktivwahr ist. Diese triviale Gesetzmäßigkeit kann folgendermaßen ausgedrückt werden: Für alle  $A \in \mathcal{A}$  und alle  $w_i \in W$ :  $\Box_{w_i} A \rightarrow A_{w_i}$ . Dieser Zusammenhang wird in der Modalitätenlogistik regelmäßig durch den Ausdruck „ $\Box A \Rightarrow A$ “ falsch dargestellt, denn die Relativität des NUM-Prädikats muss zum Ausdruck gebracht werden (abgesehen davon, dass das Gedankengefügezeichen „ $\Rightarrow$ “ nicht die Implikation bezeichnet).

### 5.4.5.2.2 Symmetrie der Relation $\mathfrak{Z}$

Es sei  $\mathfrak{Z}$  symmetrisch und irgendein Element  $A \in \mathcal{A}$  werde bezüglich irgendeiner fiktiven „Welt“  $w_i$  durch  $\beta$  auf  $x \in \{W, \mathcal{F}\}$  abgebildet. Für alle Elemente  $w_k$  aus  $W$  mit  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$  gilt dann auch  $\mathfrak{Z}(w_k, w_i)$ . Für alle diese Elemente  $w_k$  gibt es also zumindest ein Element aus  $W$  (nämlich  $w_i$ ), zu dem die Elemente  $w_k$  in der Relation  $\mathfrak{Z}$  stehen und bezüglich dieses Elements wird das Element  $A$  durch  $\beta$  auf das Element  $x$  abgebildet. Es gilt also im Falle der Symmetrie der Relation  $\mathfrak{Z}$  die Implikation:

Für alle  $A \in \mathcal{A}$ :  $[\beta(A, w_i) \rightarrow W] \rightarrow [\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\Diamond w_k A)]$

Wenn ein Element  $A$  bezüglich eines Elements  $w_i$  durch  $\beta$  auf  $W$  abgebildet wird, dann gibt es unter allen Elementen  $w_k$  mit  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$  zumindest ein Element  $w_j$  mit  $R(w_k, w_j)$ , bezüglich dessen dieses Element  $A$  durch  $\beta$  auf  $W$  abgebildet wird.

Es geht hier allein um die nähere Bestimmung derjenigen  $w_k$ , für die  $\Diamond w_k A \equiv \exists w_j \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_k, w_j) (\beta(A, w_j) \rightarrow W)$  gilt. Zu der NUM-Quantifikation  $\Diamond w_k A$  kommt eine *zusätzliche* und *andersartige* Quantifikation, die den Bereich der  $w_k$  bestimmt:  $\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ : diese Elemente  $w_k$  sind jene Elemente aus  $W$ , für die gilt  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ .

Die Logistiker stellen diesen Zusammenhang durchweg fehlerhaft dar. Die zusätzliche Quantifikation  $\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ ... wird fälschlicherweise durch ein NUM-Prädikat dargestellt. Statt des Ausdrucks „ $\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\Diamond w_k A)$ “ schreiben sie:  $\Box_{w_k} \Diamond w_k A$ . Der logistische Ausdruck „ $\Box_{w_k} \Diamond w_k A$ “ bedeutet nämlich: Bezüglich aller Elemente, zu denen  $w_k$  in der Beziehung  $\mathfrak{Z}$  steht, wird das „ $\Diamond w_k A$ “ durch  $\beta$  auf  $W$  abgebildet. Der Ausdruck „ $\Diamond w_k A$ “ bezeichnet aber kein Element aus  $\mathcal{A}$ ! Eine NUM-Prädikation wie  $\Diamond w_k A$  kann niemals selbst durch ein absolutes oder relatives NUM-Prädikat prädiert werden!

Ein entsprechender Fehler wäre (trotz **FREGE**), wenn man die Funktionsgleichung ( $x^2 = y$ ) oder den Ausdruck „ $(3^2 = 9)$ “ selbst ins Quadrat setzen würde: die Ausdrücke „ $(x^2 = y)^2$ “ und „ $(3^2 = 9)^2$ “ sind in analoger Weise sinnlos wie der Ausdruck „ $\Box_{w_k} \Diamond w_k A$ “.

Die Logistiker übersehen, dass hier zwei ganz verschiedene Quantifikationen in Spiel kommen: Einmal die auf  $\beta$  bezogene NUM-Quantifikation, dann die auf  $\mathfrak{Z}$  bezogene Quantifikation, die den Bereich  $W$  einschränkt.

Was bedeutet der Ausdruck „ $\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\Diamond w_k A)$ “ genau? Der Teilausdruck „ $\Diamond w_k A$ “ besagt „Es gibt zumindest ein  $w_j$  mit  $\mathfrak{Z}(w_k, w_j)$  für das gilt:  $\beta(A \times w_j) = W$ . Diese NUM-Quantifikation besagt also, dass alle oder

einige der Elemente  $w_j$ , für die gilt  $\mathfrak{Z}(w_k, w_j)$ , durch  $\beta$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet wird. Der Teilausdruck  $\forall w_k$  mit  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$  bestimmt diese Elemente  $w_k$  näher als alle jene Elemente  $w_k$ , für die gilt  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ .

### 5.4.5.2.3 Transitivität der Relation $\mathfrak{Z}$

Angenommen  $\mathfrak{Z}$  ist transitiv und bezüglich irgendeiner Quasiaussageform  $A$  und irgendeines gegebenen Elements  $w_i$  gilt:  $\Box_{w_i}A \{ \equiv \forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\beta(A \times w_k) \rightarrow \mathcal{W}) \}$  – eine NUM-Quantifikation. Wenn für Elemente  $w_k$  gilt  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$  und  $\mathfrak{Z}(w_k, w_j)$ , gilt aufgrund der Transitivität von  $\mathfrak{Z}$  auch  $\mathfrak{Z}(w_i, w_j)$  und folglich gilt  $\Box_{w_k}A$  (d.h. bezüglich aller Elemente  $w_j$  mit  $\mathfrak{Z}(w_k, w_j)$  wird  $A$  durch  $\beta$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet):

Im Falle der Transitivität von  $\mathfrak{Z}$  gilt für alle  $A \in \mathfrak{A}$ :  $(\Box_{w_i}A) \rightarrow \forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\Box_{w_k}A)$ ; <sup>78</sup>

die ausführliche Darstellung ist:

Für alle  $A \in \mathfrak{A}$ :  $(\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\beta(A \times w_k) \rightarrow \mathcal{W})) \rightarrow \forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) [\forall w_j \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_k, w_j) (\beta(A \times w_j) \rightarrow \mathcal{W})]$

Der Ausdruck ist ein Gesetz: es gilt für jedes beliebige Element  $A$  und  $w_i$ : wenn bezüglich aller Elemente  $w_k$ , zu denen *irgendein* Element  $w_i$  in  $\mathfrak{Z}$  steht, irgendein Element  $A$  von  $\beta$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet wird, dann wird  $A$  bezüglich aller  $w_j$ , zu denen jedes der  $w_k$  in  $\mathfrak{Z}$  steht, wobei *dieses*  $w_i$  zu den Elementen  $w_k$  in  $\mathfrak{Z}$  steht, durch  $\beta$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet.

Der Teilausdruck „ $\Box_{w_k}A$ “ besagt, dass bezüglich aller  $w_j$ , für die gilt  $\mathfrak{Z}(w_k, w_j)$ , das Element  $A$  durch  $\beta$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet wird. Die zusätzliche, unmittelbar davor stehende Quantifikation „ $\forall w_k$  mit  $R(w_i, w_k)$ “ bestimmt dann den Bereich dieser  $w_k$  als alle jene Elemente, für die gilt  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ . Diese zusätzliche Quantifikation darf nicht, wie es in der Modallogik geschieht, durch ein NUM-Prädikat ausgedrückt werden.

Die Kripke-„Semantiker“ sagen: Ist  $\mathfrak{Z}$  transitiv, dann gilt das „Axiom“: Wenn eine Aussage notwendig ist, ist sie „notwendig notwendig“ und schreiben:  $\Box A \Rightarrow \Box \Box A$ .

Zum einen müssten die NUM-Prädikate relativiert sein; also ist zumindest zu schreiben:  $\Box_{w_i}A \Rightarrow \Box_{w_i} \Box_{w_k}A$ . Das wird dann folgendermaßen gedeutet: Wenn in allen von  $w_i$  aus zugänglichen Welten eine Aussage  $A$  wahr ist, dann ist es in allen von  $w_i$  aus zugänglichen Welten  $w_k$  wahr, dass  $A$  in allen von den Welten  $w_k$  aus zugänglichen Welten wahr ist.

Das ist freilich falsch: denn die Aussage, dass  $A$  in allen von  $w_k$  aus zugänglichen Welten wahr ist, kann nicht Quasiaussageform werden (denn dies steht ja definitiv aufgrund der Bewertungsfunktion und der Zugangsrelation fest) und deshalb nicht Prädikand eines NUM-Prädikats werden.

Richtig ist nur der Ausdruck: unter der Voraussetzung der Transitivität von  $\mathfrak{Z}$  gilt,  $\Box_{w_i}A \Rightarrow \forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\Box_{w_k}A)$ ; mit der Bedeutung: Unter Voraussetzung der Transitivität von  $\mathfrak{Z}$  gilt, dass wenn eine Aussage  $A$  in allen von irgendeiner Welt  $w_i$  aus zugänglichen Welten  $w_k$  wahr ist, dann  $A$  in allen von  $w_k$  aus zugänglichen Welten wahr ist, wobei alle  $w_k$  von  $w_i$  aus zugänglich sind.

Der Teilausdruck „ $\forall w_k$  mit  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ “ spezifiziert der Bereich der  $w_k$ !

### 5.4.5.2.4 Die Relation $\mathfrak{Z}$ ist euklidisch

Unter der Voraussetzung der „Euklidizität“ der Relation  $\mathfrak{Z}$  soll – in der fehlerhaften Darstellung der Logistiker – die Beziehung  $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$  gelten. Eine Relation  $R$  ist euklidisch gdw  $(wRv \ \& \ wRu) \rightarrow vRu$ . Auch dieser *gemeinte* Zusammenhang ist trivial, wird aber von den Logistikern falsch dargestellt.

Für eine Aussage  $A$  und ein Element  $w_i$  gelte  $\Diamond_{w_i}A$ . Da die Elemente  $w_k$  aus  $W$ , für die gilt  $\mathfrak{Z}(w_i, w_k)$ , auch untereinander paarweise in der Relation  $\mathfrak{Z}$  stehen, gilt dann:  $\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\Diamond_{w_k}A)$ , in ausführlicher Schreibweise:

Für alle  $A \in \mathfrak{A}$ :  $\exists w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) \beta(A, w_k) \rightarrow \forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) (\exists w_j \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_k, w_j) \chi(A \times w_j) \rightarrow \mathcal{W})$

Dieser Ausdruck lässt sich mit Hilfe der NUM-Prädikate abkürzen:

$\Diamond_{w_i}A \rightarrow \forall w_k \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_i, w_k) \Diamond_{w_k}A$ .

Ausführlich lautet der Ausdruck:  $[\mathfrak{B} \text{ ist euklidisch und } \diamond_{w_i} A] \rightarrow (\forall w_k \text{ mit } \mathfrak{B}(w_i, w_k) \diamond_{w_k} A)$  Es ist ein Implikationsgesetz zwischen den Sachverhaltsklassen  $S_1$  und  $S_2$ :  $S_1 = \text{„Die Relation R ist euklidisch und irgendeine A wird bezüglich zumindest eines Elements } w_k \text{ mit } \mathfrak{B}(w_i, w_k) \text{ durch eine Abbildung } \beta \text{ auf } \mathcal{W} \text{ abgebildet“}$  –  $S_2 = \text{„dieses Element A wird durch diese Abbildung } \beta \text{ bezüglich zumindest eines Elements } w_h, \text{ für das gilt } \mathfrak{B}(w_k, w_h), \text{ wobei für alle } w_k \text{ gilt, dass } \mathfrak{B}(w_i, w_k), \text{ auf } \mathcal{W} \text{ abgebildet“}$ . Die Sachverhaltsklassen  $S_1$  und  $S_2$  haben ein gemeinsames Ereignis-Bezugssystem.

Falsch ist aber der logistische Ausdruck:  $\diamond_{w_i} A_1 \rightarrow \square_{w_k \text{ mit } R(w_i, w_k)} (\diamond_{w_k} A_1)$ , denn der Ausdruck „ $\diamond_{w_k} A_1$ “ ist ja eine relative NUM-Prädikation und keine Element aus  $\mathfrak{A}$ ! Noch falscher ist der Ausdruck „ $\diamond A \rightarrow \square \diamond A$ “, denn es geht hier ja um eine relative NUM-Prädikation.

### Die Komposition der Zugangsrelation als „Iteration“ der NUM- Prädikate

In der Modalitätenlogistik werden Ausdrücke wie „ $\square \square \square \square A$ “ oder „ $\square_{w_j} \square_{w_i} \square_{w_h} \square_{w_g} A$ “ für korrekt erachtet. Der rechts stehende Teilausdruck „ $\square A$ “ besagt: ein  $A \in \mathfrak{A}$  wird von  $\beta$  bezüglich aller Elemente  $w_f$ , für die gilt  $\mathfrak{B}(w_g, w_f)$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet. Diese Relativierung wird im logistischen Ausdruck unterschlagen. Der Bereich der  $w_g$  bleibt zu bestimmen, und dies geschieht vom unmittelbar links davon stehenden Teilausdruck „ $\square$ “ bzw. „ $\square_{w_h}$ “: hier werden die  $w_g$  näher bestimmt als alle jene  $w_g \in W$ , für die gilt  $\mathfrak{B}(w_h, w_g)$ ; die Elemente  $w_h$  sind noch unbestimmt und der Bereich der  $w_h$  wird nun vom nächst links stehenden Ausdruck „ $\square$ “ bzw. „ $\square_{w_i}$ “ spezifiziert: alle jene Elemente  $w_h \in W$ , für die gilt:  $\mathfrak{B}(w_i, w_h)$ . Nun muss der Bereich der  $w_i$  bestimmt werden, was durch den nächst links stehenden Ausdruck „ $\square$ “ bzw. „ $\square_{w_j}$ “ geschieht: alle diejenigen  $w_i$ , für die  $\mathfrak{B}(w_j, w_i)$  gilt. Der Ausdruck  $w_j$  kann jetzt – der Ausdruck bricht hier ab – auf ein ganz bestimmtes Element von  $W$  verweisen – dann ist der Ausdruck eine NUM-Aussage – oder  $w_j$  kann ein Beliebig-Element-Zeichen sein, dann ist der Ausdruck ein Sachverhaltsausdruck mit der freien Fiktive-Welten-Variablen  $w_j$ . Dieses Beliebig-Element-Zeichen  $w_j$  kann auch durch einen Quantor gebunden sein.

Wenn wir die Reihe hier abrechnen lassen, dann haben wir folgenden gemeinten Sachverhalt:

Für alle Elemente  $w_i$ , für die gilt  $\mathfrak{B}(w_j, w_i)$  (mit einem bestimmten Element  $w_j$ ) gilt: für alle Elemente  $w_h$ , für die gilt  $R(w_i, w_h)$  gilt: für alle Elemente  $w_g$ , für die gilt  $R(w_h, w_g)$  gilt: die Quasiaussageform  $A$  wird durch  $\beta$  bezüglich aller Elemente  $w_f$ , für die gilt  $\mathfrak{B}(w_g, w_f)$  auf  $\mathcal{W}$  abgebildet. Nur dieser letzte Teil darf von einem relativen NUM-Prädikat ausgedrückt werden.

$\forall w_i \text{ mit } \mathfrak{B}(w_j, w_i): \{ \forall w_h \text{ mit } \mathfrak{B}(w_i, w_h): [ \forall w_g \text{ mit } \mathfrak{B}(w_h, w_g): (\square_{w_g} A) ] \}$  oder ausführlicher:

$\forall w_i \text{ mit } \mathfrak{B}(w_j, w_i): \{ \forall w_h \text{ mit } \mathfrak{B}(w_i, w_h): [ \forall w_g \text{ mit } \mathfrak{B}(w_h, w_g): (\forall w_f \text{ mit } \mathfrak{B}(w_g, w_f): \beta(A \times w_f) \rightarrow \mathcal{W}) ] \}$

Nur der ganz rechts stehende (rote) Teilausdruck bezeichnet die NUM-Prädikation; die weiter links stehenden Quantoren bestimmen den Bereich der Elemente  $w_f$  aus  $W$  näher, die zu den abgebildeten Elementen aus  $(A \times w_f)$  gehören. Der ganz links stehende Quantor – im Beispiel  $\forall w_i \text{ mit } \mathfrak{B}(w_j, w_i)$  – bezieht sich auf ein bestimmtes Element aus  $W$  – im Beispiel auf  $w_j$  –  $w_j$  ist also eine Konstante; wenn  $w_j$  eine Fiktive-Welten-Variable wäre, müsste diese Variable durch einen Quantor gebunden sein.

Der korrekte Ausdruck „ $\exists w_g \text{ mit } \mathfrak{B}(w_h, w_g): (\forall w_f \text{ mit } \mathfrak{B}(w_g, w_f): \beta(A \times w_f) \rightarrow \mathcal{F})$ “ besagt:

Die Quasiaussageform  $A$  wird bezüglich aller Elemente  $w_f$  von  $\beta$  auf  $\mathcal{F}$  abgebildet, wobei für  $w_f$  gilt, dass ein Element oder mehrere Elemente  $w_g$  in Relation  $\mathfrak{B}(w_g, w_f)$  stehen, und dass  $w_g$  zumindest eines der Elemente ist, für die gilt  $\mathfrak{B}(w_h, w_g)$ , wobei  $w_h$  eine Konstante ist (ein ganz bestimmtes Element von  $W$ ). In diesem Ausdruck ist  $w_f$  eine Fiktive-Welten-Variable, die durch den Quantor  $\forall w_f \text{ mit } \mathfrak{B}(w_g, w_f) \dots$  gebunden wird; in diesem Quantorenausdruck ist auch  $w_g$  eine Fiktive-Welten-Variable, die durch den Quantor  $\exists w_g \text{ mit } \mathfrak{B}(w_h, w_g) \dots$  gebunden wird;  $w_h$  ist hingegen eine Konstante (Bezeichnung einer bestimmten fiktiven „Welt“).

Der Ausdruck „ $\exists w_g \text{ mit } \mathfrak{B}(w_h, w_g): (\forall w_f \text{ mit } \mathfrak{B}(w_g, w_f): \chi(A \times w_f) \rightarrow \mathcal{F})$ “ kann kürzer geschrieben werden; in der Fiktive-Welten-Semantik wäre die korrekte „Interpretation“:

$\exists w_g \text{ mit } \mathfrak{B}(w_h, w_g): \square_{w_g} \sim A$ : Für zumindest eine oder mehrere von  $w_h$  aus zugänglich Welten  $w_g$  gilt, dass in allen von  $w_g$  aus zugänglichen Welten die Quasiaussageform  $A$  falsch ist.

Es wird die Teilmenge der  $\{w_f \mid A \text{ in } w_f \text{ ist falsch} \ \& \ \mathfrak{B}(w_g, w_f) \subseteq W$  bestimmt, wobei diese  $w_f$  alle von  $w_g$  aus zugänglich sind,  $w_g$  aber zumindest eine der von  $w_h$  aus zugänglichen Welten ist.

Die falsche logistische Deutung dieses Zusammenhangs lautet: In zumindest einer der von  $w_h$  aus zugänglichen Welten  $w_g$  ist es wahr, dass  $A$  in allen von  $w_g$  aus zugänglichen Welten falsch ist.

Das wird wie folgt dargestellt:  $\diamond_{wh} \Box_{wg} \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_h, w_g) A$  {noch fehlerhafter ist die Darstellung, die auf Angabe der Relativierungen verzichtet – also die Darstellung  $\diamond \Box A$ .}

Dass in irgendwelchen fiktiven „Welten“ die Quasiaussageform  $A$  in bestimmter Weise bewertet wird, ist durch die Bewertungsfunktion  $\beta$  bereits festgelegt: jede Aussage, die diese vorgegebenen Festlegungen ausführt – wie etwa die Aussage, dass  $A$  in allen von  $w_g$  aus zugänglichen Welten falsch ist (wobei dann  $w_g$  keine Variable, sondern eine Konstante sein muss), kann selbst keine Quasiaussageform werden, also kann dieser Aussage kein NUM-Prädikat zugeschrieben werden! Freilich ist der Teilausdruck „ $\Box_{wg} \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_h, w_g) A$ “ gar keine Aussage, sondern eine Aussageform, denn  $w_g$  ist eine Variable; erst dadurch, dass die Fiktive-Welten-Variable  $w_g$  durch den Quantor „ $\exists w_g \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_h, w_g)$ “ gebunden wird, ergibt sich eine Aussage: eine Aussage ist also nur der ganze Ausdruck „ $\exists w_g \text{ mit } \mathfrak{Z}(w_h, w_g): \Box_{wg} \sim A_1$ “. In der modallogistischen Fehldeutung und Fehldarstellung verschränken sich also zwei schwerwiegende Fehler.

Dazu kommt folgender Fehler: im Rahmen der Kripke-Modelle werden nicht die relativen, sondern die absoluten NUM-Prädikate angeführt: es sind aber eindeutig die relativen NUM-Prädikate, denn sie berücksichtigen neben der Abbildung  $\beta$  auch die Relation  $\mathfrak{Z}$ .

Wir können festhalten: Die Kripke-Modelle können keinen Aufschluss geben über die Geltungsbedingungen von modallogistischen Ausdrücken wie „ $\Box A \rightarrow \Box \Box A$ “, „ $A \rightarrow \Box \diamond A$ “, „ $\diamond A \rightarrow \Box \diamond A$ “, „ $\diamond \Box A \rightarrow \Box \diamond A$ “, usw. Diese Ausdrücke stehen vielmehr in Widerspruch zur Struktur dieser „Modelle“, die für jede Quasiaussageform  $A$  bezüglich jeder fiktiven „Welt“ eine eindeutige und definitive Bewertung voraussetzt. Dies schließt jede „Iteration“ der NUM-Prädikate – also Teilausdrücke wie „ $\diamond \Box$ “, „ $\Box \Box \diamond$ “ aus. Wenn die Bewertungsfunktion  $\beta$  festlegt, dass eine Quasiaussageform  $A$  in allen von  $w_i$  aus zugänglichen fiktiven „Welten“ wahr ist, dann kann dies in keiner fiktiven „Welt“ falsch sein.

## 5.5. Resümee

Die Modalitätenlogistik kann nicht die Ungereimtheiten beseitigen, die sich aus der nachträglichen logischen Missdeutung der Gedankengefüge ergeben. Im Gegenteil, diese Ungereimtheiten werden durch unglaublichen logischen Widersinn „bereichert“: der logische Widerspruch selbst wird zum Prinzip dieser „neuen Logik“. Man löst Aussagen von den ihnen wesentlich zugehörigen Raum-Zeit-Stellen, projiziert sie in fiktive „Welten“, die doch in der Logik am allerwenigsten Platz haben dürften, und behauptet es stets mit denselben Aussagen zu tun zu haben.

Das Prinzip der Wahrheitswertdefinitheit, auf dem doch die fregesche „Aussagenlogik“ beruht (und in dem sich der Gehalt dieser „Logik“ auch schon erschöpft), wird kurzerhand außer Kraft gesetzt.

## Anmerkungen zu Teil II, Kapitel 5

- 
- 1 STEINACKER, Modallogik, S. 114f; vgl. S.HAACK, S. 176ff; C.I.LEWIS/C.H.LANGFORD, Symbolic Logic, S. 261
  - 2 HUGHES G.E./CRESSWELL E.J.: An Introduction to Modal Logic, S. 214; H.WEIDEMANN, Kalküle und Systeme der Modallogik, Sp. 23
  - 3 HUGHES/CRESSWELL, S. 24. Beim Aufbau einer Modallogik solle so nahe wie möglich an der „vertrauten Grundlage“ der „klassischen Logik“ angeknüpft werden. „Wir verfahren darumso, dass wir für die modalen Ausdrucksmittel ‚es ist notwendig, dass...‘ bzw. ‚es ist möglich, dass...‘ entsprechende Zeichen einführen und diese zu den Junktoren der klassischen Aussagenlogik hinzufügen.“ (STEINACKER, S. 88f) Als „Modallogiken“ sollten nur solche Systeme gelten, „die die klassische Aussagenlogik als echten Teil enthalten, also eine Erweiterung derselben“ sind“ (ebd. S. 98)
  - 4 HAACK, S. 175 – Erweitert man die „Aussagenlogik“ um „die Worte: ‚möglich‘, ‚notwendig‘, ‚unmöglich‘, so gelangen wir zur Modallogik.“ (STEGMÜLLER, Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie II, S. 149). „Die Modallogik wäre danach dadurch

gekennzeichnet, dass zu den Bedeutungspostulaten für die logischen Ausdrücke die Bedeutungspostulate für die drei erwähnten Modalbegriffe hinzugenommen werden.“ (ebd. S. 150)

Es ist eine oberflächliche und falsche Ansicht, erst der *ausdrückliche* Gebrauch von Wörtern wie „notwendig“, „möglich“ und „unmöglich“ ermöge die Darlegung modaler Zusammenhänge; diese Auffassung belegt erneut den Sprachzentrismus der „modernen Logik“. Alle Gesetzeszusammenhänge sind Modalisationen, ob ihre Darstellung nun derartige Wörter explizit benutzt oder nicht. Das Wenn<sub>1</sub>-Gesetz „Wenn ein Kind Masern hat, hat es Fieber“ enthält keinen derartigen Modalausdruck und drückt doch einen umfassenden Zusammenhang relativer Modalisierung aus; das Gesetz besagt, dass ein Kind, das Masern hat, *notwendig* auch Fieber hat, dass ein Kind, das Fieber hat, *möglicherweise* ( $\mathcal{K}$ ) Masern hat, dass ein Kind, das keine Masern hat, *möglicherweise* ( $\mathcal{K}$ ) Fieber hat, schließlich dass ein Kind, das kein Fieber hat, *unmöglich* Masern hat. Die logischen Formen müssen und können nicht durch die Modalitäten zusätzlich „erweitert“ werden; sie sind Formen der relativen Modalisierung und können nur ausgehend von den unbedingten und relativen Modalitäten rekonstruiert werden.

- 5 „Die Aufgabe des Modaloperators ist es ..., das veritative ‚ist‘ zu modifizieren: ‚es ist notwendig, dass‘ wäre sozusagen ein verstärktes veritatives ‚ist‘, ‚es ist möglich, dass‘ ein abgeschwächtes.“ (TUGENDHAT/WOLF, Logisch-semantische Propädeutik, S.247); vgl. RESCHER, Modallogik, Sp. 16.
- 6 BOCHENSKI/MENNE, Grundriss der Logistik, S.112 (statt A bei BOCHENSKI/MENNE p); STEINACKER, S.87f; HAACK, S.170
- 7 HUGHES/CRESSWELL, S.22
- 8 STEINACKER, S.87
- 9 HUGHES/CRESSWELL, S.5
- 10 Ebd, S.22
- 11 Sollten Ausdrücke wie „Eine Aussage A ist notwendigerweise wahr“, „Eine Aussage A ist möglicherweise wahr“ sinnvoll sein, müssten sie ja wohl entweder wahr oder falsch sein (und nicht *mehr als wahr* bzw. *weniger als wahr*); dann aber würde der modale Zusatz im Widerspruch zur Bestimmung der „alethischen Modalitäten“ gar nicht zum Wahrheitswert gehören, sondern zu dem, was FREGE den „begrifflichen Inhalt“ eines Gedankens/Urteils nennt.
- 12 GEORG KLAUS, Semiotik und Erkenntnistheorie, Berlin 1972<sup>3</sup>, S. 47. Ebenso etwa STEGMÜLLER, S. 152f, JACOBI, Möglichkeit, S.931, TUGENDHAT/WOLF 1983, S. 247.
- 13 Der Ausdruck „ $\mathcal{B}(p^*)$ “ bezeichnet die Behauptung, dass das einzelne Ereignis  $p^*$ , das einer bestimmten Raum-Zeit-Stelle zugeordnet ist, stattfindet, wobei das Einzelereignis  $p^*$  der Ereignisklasse  $p$  angehört.
- 14 Der Ausdruck „ $q_1 \wedge q_2 \wedge q_3$ “ bedeutet den allgemeinen Sachverhalt: von drei Sachverhalten/Ereignissen liegen alle drei vor.
- 15 Der Ausdruck „ $p \leftrightarrow (q_1 \wedge q_2 \wedge q_3)$ “ drückt nur unvollständig aus, dass die Sachverhalts-/Ereignisklassen  $q_1, q_2$  und  $q_3$  alle notwendigen Bedingungen für  $p$  darstellen; dieser bedingungslogische Zusammenhang wird vollständig durch den Ausdruck „ $[p, q_1, q_2, q_3 \mathbb{K} \odot \mathbb{D} \vee]$ “ dargestellt (unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass die Sachverhalte/Ereignisse  $q_1, q_2, q_3$  unabhängig von einander auftreten können).
- 16 Das Schema dieses Schlusses lautet:
- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| Gesetzesprämissen:                    | $p \leftrightarrow (q_1 \wedge q_2 \wedge q_3)$ |
| Subsumtionsprämissen:                 | $q_1^* \wedge q_2^* \wedge q_3^*$               |
|                                       |   |
| Konklusion nach $\mathbb{E}/\gamma$ : | $\mathcal{N}(p^*)$                              |
- „ $\mathcal{B}(p^*)$  ist notwendig wahr“ ist bedeutungsgleich mit „Es ist notwendig ( $\mathcal{N}$ ), dass  $\mathcal{B}(p^*)$  wahr ist“.
- 17 In diesem Sinne sind die Modalitäten für FREGE überflüssig; Modalitäten würden nur auf die Sätze verweisen, aus denen ein Satz schließend hergeleitet wird (vgl. ANGELELLI, IGNACIO.: Freges Ort in der Begriffsgeschichte, S. 15); allerdings wird in FREGES „Aussagenlogik“ kein Satz hergeleitet, die Wahrheiten werden stets fertig, begründet und vorgegeben vorausgesetzt.
- 18 Bereits bei ARISTOTELES findet sich die Unterscheidung zwischen dem *Wissen des Dass* ( $\tau\acute{o} \acute{o}\tau\iota \acute{\epsilon}\pi\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\iota\sigma\theta\alpha\iota$ ) und dem *Wissen des Warum* ( $\tau\acute{o} \delta\acute{\iota}\omicron\tau\iota \acute{\epsilon}\pi\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\iota\sigma\theta\alpha\iota$ ) und den entsprechenden Schlüssen (*demonstratio quia* und *demonstratio propter quid*). Das Wissen des Dass ist stets Voraussetzung des Wissens des Warum, letzteres jedoch die höhere, umfassendere, erklärende und allein planvolles Verhalten und Prognosen ermöglichende Form des Wissens. (Etwa Anal.post A 13, B 1, B 8)
- 19 Das Beispiel stammt von ARISTOTELES: Wenn es z.B., während man einen Weg geht, blitzt, so ist das akzidentell ( $\sigma\upsilon\mu\beta\epsilon\theta\eta\kappa\acute{o}\varsigma$ ). Denn es hat nicht wegen des Gehens geblitzt, sondern es ist, sagen wir, per accidens geschehen ( $\sigma\upsilon\nu\acute{\epsilon}\beta\eta$ ). Anal. Post A 4, 73 b,11-13)

Auch an anderer Stelle trägt ARISTOTELES ein entsprechendes Beispiel der Modalität  $Z$  vor (Met,  $\Delta 30$ , 1025a 15f): jemand gräbt ein Loch und findet einen Schatz. Wenn man sagt, dies sei zufällig, dann wird das Faktum nicht im Sinne einer Graduierung des Wahrheitswerts selbst durch eine „alethische Modalität“ in Frage gestellt: die allgemeinen Kriterien für das Ereignis *Loch graben*, *Schatz finden* sind erfüllt; die Modalisierung durch  $Z$  ordnet das unumstößliche Faktum in einen allgemeinen gesetzmäßig-bedin-

- gungslogischen Zusammenhang, der zwischen der Ereignisklasse *Graben eines Lochs* und der Ereignisklasse *Finden eines Schatzes* besteht.
- 20 Mehrwertige Logiken in: MLWP 2, S.719
- 21 **VON KUTSCHERA**, Einführung in die intensionale Semantik, S.22
- 22 **STEINACKER**, S.89f
- 23 **HUGHES/CRESSWELL**, S.23
- 24 **LEIBNIZ**, Necessary and Contingent Truths, S. 16; **RESCHER**, Modallogik, Sp. 17f
- 25 Die Gültigkeit eines rein empirisch-erfahrungsmäßigen Implikationsgesetzes  $p \rightarrow q$  kann durch empirische *Beobachtungen* nie vollständig begründet werden; dass  $p$  mit  $q$ ,  $q$  ohne  $p$  und weder  $p$  noch  $q$  vorliegen können, ist – unter Voraussetzung objektiv-gültiger Kriterien für derartige Sachverhalte/Ereignisse – direkt beobachtbar; der Fall, dass  $p$  ohne  $q$  unter keinen Umständen vorliegt, ist hingegen nicht beobachtbar (was für unmöglich gehalten wird, dessen Beobachtbarkeit wird ja ausgeschlossen), man kann sich nur auf die nie hinreichende Erfahrungen in der Vergangenheit (es ist bisher noch nie vorgekommen) und insbesondere auf theoretische Gründe und andere Gesetze stützen; eine Vorläufigkeit und eventuelle Korrektur, eine mögliche Einschränkung des Geltungsbereichs solcher empirischer Gesetzesaussagen muss prinzipiell eingeräumt werden. Anders verhält es sich mit mathematischen Implikationsgesetzen wie „für alle natürlichen Zahlen  $a$ :  $(a > 1) \rightarrow (a^2 > 1)$ “; hier kann auf Grund der eindeutigen Konstruierbarkeit und exakten Bestimmung jeder beliebigen natürlichen Zahl apodiktisch ausgeschlossen werden, dass der Fall auftritt, dass eine natürliche Zahl größer als 1, ihr Quadrat jedoch nicht größer als 1 ist.
- 26 „A necessary truth is one which could not be otherwise, a contingent truth one which could.“ (**HAACK**, 170)
- 27 Die Gedankengefügeaussagen (etwa die fregesche Pseudoimplikation „Wenn der Rechberg der höchste Berg der Schwäbischen Alb ist, dann wurde Napoleon ermordet“) sind hingegen Verhältnisse von wahrheitswertdefiniten Aussagen.
- 28 **VON WRIGHT**, Truth, Knowledge, and Modality, S.6. — „Es gibt doch *Sätze*, die einen bestimmten Sinn haben, der mal falsch, mal wahr ist, – Sätze nämlich, die okkasionelle Elemente enthalten, die seine Verwendung auf Sprecher, Zeit und Ort beziehen.“ (**CARL**, Sinn und Bedeutung, S. 72)
- 29 Ebd. S.96
- 30 Ebd. S.104 und 108
- 31 Nur bei Sachverhalten/Ereignissen ist es möglich, zwischen dem *allgemeinen* Sachverhalt/Ereignis (intensional dem *Begriff*, extensional der Klasse der betreffenden Sachverhalte/Ereignisse) und dem *einzelnen* Sachverhalt zu unterscheiden; es gibt das allgemeine Ereignis des Regnens (die Sachverhalts-/Ereignisklasse) und es gibt das Einzelereignis: es regnet an dieser bestimmten Raum- und Zeitstelle: nur die Feststellung eines solchen Einzelereignisses kann Inhalt einer feststellenden Aussage sein, kann behauptend sein; auf das allgemeine Ereignis (auf die Sachverhalts-/Ereignisklasse, d.h. auf den Begriff derartiger Sachverhalte/Ereignisse kann ich nur in einem benennenden, nicht behauptenden Sachverhaltsausdruck verweisen). Der Ausdruck „Ein Kind ist krank“ *benennt* eine Sachverhalts-/Ereignisklasse (der Ausdruck kann also keine Aussage, auch keine „generische“ sein), der Ausdruck „Dieses Kind ist krank“ behauptet das Vorliegen eines Sachverhalt/Ereignisses. Es ist sachlich falsch und ganz unnötig, aus nicht behauptenden Sachverhaltsausdrücken ohne Rücksicht auf das PNW „Aussagen“ zu machen. Nur das bedingungslose Festhalten an **FREGES** Logikentwurf, der die logischen Formen als Verhältnisse von Aussagen zu begreifen sucht, führt heutzutage dazu, dass die Bezeichnungen von Sachverhalts-/Ereignisklassen, von allgemeinen Sachverhalten als Sätze aufgefasst werden, „Sätze“ für dann allerdings dem PNW/PAD nicht weiter unterliegen.
- 32 **LUKASIEWICZ, JAN**: Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls, S. 143f (Hervorhebungen von mir, J.P.)
- 33 Schon **ARISTOTELES** hat den Zusammenhang von PNW/PAD und Determinismus thematisiert: „Denn wenn es wahr ist, dass etwas weiß oder dass es nicht weiß ist, so muss es weiß oder nicht weiß sein, und wenn es weiß oder nicht weiß ist, so war es wahr, es zu behaupten oder zu bestreiten; ... und so ist denn notwendig entweder die Bejahung oder die Verneinung wahr oder falsch. Folglich ist nichts und wird nichts und geschieht nichts durch Glück oder Zufall, noch wird etwas durch Glück oder Zufall sein oder nicht sein, sondern alles ist aus Notwendigkeit ... Denn sonst könnte es ebenso gut geschehen wie nicht geschehen. Denn das Zufällige kann ebenso gut so sein oder bevorstehen wie so.
- Ferner, wenn etwas jetzt weiß ist, so war es vorher wahr, zu sagen, dass es weiß sein werde, und also war es immer wahr, von allem, was je geworden ist, zu sagen, dass es sei oder sein werde. Wovon es aber unmöglich ist, dass es nicht wird, das muss werden. Also wird alles, was in der Zukunft wird, notwendig und mithin wird nichts durch Glück oder Zufall sein. ...
- Man kann aber auch nicht behaupten, dass keins von beiden wahr ist, dass nämlich etwas sein kann, was weder sein wird noch nicht sein wird. Denn dann wäre erstens, wenn die Bejahung falsch wäre, die Verneinung nicht wahr, und wenn diese falsch wäre, folgte, dass die Bejahung nicht wahr wäre. Und es muss zweitens, wenn es wahr ist, zu sagen, dass etwas weiß und groß ist, beides sein, und etwas wird, wenn es morgen sein wird, morgen sein. Wenn es aber morgen weder sein noch nicht sein wird, so gäbe es kein Zufälliges, z.B. eine Seeschlacht. Denn es müsste dann morgen eine Seeschlacht weder bevorstehen noch nicht bevorstehen.

- Diese und andere solche Ungereimtheiten müssten sich also ergeben, wenn bei jeder entgegengesetzten Bejahung und Verneinung, sei es nun eine allgemeine Aussage von Allgemeinem oder eine Aussage von Einzelnem, die eine notwendig wahr und die andere falsch sein müsste und nichts von alledem, was geschieht, zufällig sein könnte, sondern alles notwendig wäre und geschähe. Man brauchte mithin weder zu überlegen (βουλευέσθαι) noch sich zu bemühen (προγματεύεσθαι) in dem Gedanken, dass das und das geschehen werde, wenn man so oder so, und nicht geschehen werde, wenn man nicht so verfährt.“ (De Interpretatione, Kap. 9, 18 a 39 – b 20)
- 34 Dieser fatalistische, absolute Determinismus widerspricht krass vielen unserer zentralen Erfahrungen; unsere ganze Lebensführung beruht auf der unablässigen Notwendigkeit zur verantwortlichen Entscheidung, zur Wahl zwischen alternativen Möglichkeiten, auf dem Zwang, unablässig in unsre Lebensumstände einzugreifen.
- 35 Völlig offen ist z.B., ob am nächsten Sonntag im Lotto die Zahl 29 gezogen wird; es gibt keinerlei Fakten und Gesetzmäßigkeiten, aus denen dies mit Sicherheit vorhergesagt werden könnte.
- 36 Unter den Voraussetzungen von **LUKASIEWICZ** würden die betreffenden „Aussagen“ im Laufe der Zeit auch ihren Wahrheitswert ändern müssen: was heute unsicher ist, kann morgen entschieden sein.
- 37 Der eine informationsverheimlichende Gedankengefügeaussage äußernde Sprecher macht aus einer wahren bzw. falschen Aussage eine ungewisse Aussage, von der jedoch feststeht, dass sie entweder wahr oder falsch ist.
- 38 Ist A wahr und B ungewiss (entweder wahr oder falsch), dann ist A&B ungewiss, denn bei wahren B ist A&B wahr und bei falschem B ist A&B falsch. Ist A wahr und B ungewiss, dann ist  $A \Rightarrow B$  wahr, wenn B wahr ist, und falsch, wenn B falsch ist; und so auch in den anderen Fällen. Alle diese Zuordnungen sind schon durch die fregesche Definition der Gedankengefüge gegeben: aus der fregeschen Definition etwa des Gedankengefüges **C** geht hervor, dass  $A \Rightarrow B$  entweder wahr oder falsch (also ungewiss) ist, wenn A wahr und B entweder wahr oder falsch (also ungewiss) ist, dass  $A \Rightarrow B$  wahr ist, wenn A falsch und B entweder wahr oder falsch (also ungewiss) ist, und dass  $A \Rightarrow B$  wahr oder falsch (also ungewiss) ist, wenn sowohl A und B beide jeweils entweder wahr oder falsch (also ungewiss) sind.
- 39 **LUKASIEWICZ**, S.129; auch **S.HAACK**, Logics, S.206
- 40 Die „Wahrheitstafeln“ der Gedankengefüge unter Einschluss des Wertes **U** habe er erstellt „auf Grund eingehender Überlegungen, die für mich mehr oder minder einleuchtend waren.“ (S.144) Anstatt auf Erleuchtungen zu vertrauen, hätte er sich klar machen sollen, dass sein „dritter Wahrheitswert“ nicht *weder wahr noch falsch* sondern *entweder wahr oder falsch* bedeutet.
- 41 Nur weil **LUKASIEWICZ** die „Wahrheitstafeln“ für die Gedankengefüge **C** und **B** falsch bestimmt, kann er meinen, in seinem vorgeblich dreiwertigen System könne es Fregegesetze geben, die im SFG nicht gültig sind, oder manche Fregegesetze seien nicht gültig.
- 42 Wenn **STEGMÜLLER** zu Recht bezüglich des lukasiewiczischen Systems darauf verweist, dass er „die Natur des dritten Wahrheitswertes überhaupt nicht geklärt“ hat (185), so bedeutet dies, dass man auch nicht von einer „dreiwertigen Logik“ des **LUKASIEWICZ** reden darf.
- 43 Grundriss der Logistik, S.119
- 44 Wenn diese Gedankengefüge mit Hilfe von Wertetafeln dargestellt werden, stehen in den Spalten unter den Gedankengefügen nur die Werte **W** und **F**. Diese Gedankengefüge lassen sich nicht dadurch bilden, dass man in die 9 (den Wertekombinationen entsprechenden) Stellen dieser Spalten alle möglichen Kombinationen der drei Werte **W**, **F** und **S** einträgt.
- 45 Vgl. II, Kapitel 3: Freges Versuch einer ›Verallgemeinerung‹ des Funktionsbegriff. Das System der Fregealgebra.
- 46 Für die fregeschen Gedankengefüge gilt, dass sie wie die präzidierten Aussagen entweder wahr oder falsch sind. Wenn ausgehend von anderen Werten analoge Gedankengefüge gebildet werden, gilt nicht mehr, dass den Gedankengefügen genau dieselben Werte zukommen können wie den Gegebenheiten, denen diese Gedankengefüge präzidiert werden.
- 47 **VON KUTSCHERA**, Einführung in die intensionale Semantik, S.23.
- 48 **CRESSWELL**, S.1
- 49 **CRESSWELL**, S.5
- 50 **VON KUTSCHERA**, S.24; auch **CRESSWELL**, S.26
- 51 Für jede Aussage wird eine eigenständige Abbildung unterstellt.
- 52  $w_1, w_2, w_3, \dots$  sind dann Bezeichnungen bestimmter fiktiver „Welten“,  $w_i, w_j, \dots$  sind Beliebig-Element-Zeichen („Variablen“) für fiktive „Welten“
- 53 **CRESSWELL**, S.9
- 54 **VON KUTSCHERA**, S.IX
- 55 **CRESSWELL**, S.15

- 56 VON KUTSCHERA, S.23f
- 57 CRESSWELL, S.2
- 58 STEGMÜLLER, HGP II,318. Schon die Grundidee der Fiktive-Welten-Semantik, das objektiv Mögliche durch die reine Fiktion zu ersetzen, macht die Logik zur Sache der Willkür. STEGMÜLLER sagt zu Recht, dass die Problemstellung schon ihre hoffnungslose Unlösbarkeit impliziert (ebd.318). Die Suche nach einem Kriterium für *Quer-Welt-ein-Identität* ist ein echtes Scheinproblem.
- 59 Vgl. S.HAACKS, S. 191ff
- 60 VON KUTSCHERA, S. 25f. Dass die Lösung eines „logischen Problems“ davon abhängt, welche Grenzen man der Phantasie setzen möchte, kennzeichnet präzise den Zustand der heute vorherrschenden „Logik“.
- 61 In entsprechender Weise überantwortet KRIPKE die Logik der Willkür; man könne von dem bekannten Aristoteles auch dann sprechen, wenn keine jener biographischen Daten, durch die wir diese Persönlichkeit kennen, dieser Person zukäme; es wäre ja auch „möglich“ gewesen, dass ARISTOTELES Sohn armer Leute, Matrose usw. gewesen wäre; jede Bestimmung, die wir einem Ding zuschreiben, sei nur ein auf Annahmen beruhender „Bestandteil unserer Beschreibung dieser möglichen Welt“. Das Problem der „Querweltein-Identität“ verschwindet bei KRIPKE: „Diejenige Identität, für welche in dieser Problemstellung ein Kriterium verlangt wird, ist jetzt zu einem Bestandteil unserer Charakterisierung der möglichen Welt geworden, über die wir reden.“ (STEGMÜLLER, S.322f) Wir würden „einfach“ voraussetzen, dass es ein bestimmtes Ding in einer bestimmten „Welt“ gebe und dass diesem Ding eine bestimmte Bestimmung zukäme.
- 62 D.LEWIS, Counterfactual Dependence and Time’s Arrow, S.51ff
- 63 STEGMÜLLER (eine fremde Meinung referierend), ebd., S.319
- 64 ebd. S.324f
- 65 Die Geltung eines Gesetzes für eine andere als die wirkliche Welt liegt jenseits jeder Überprüfbarkeit.
- 66 VON KUTSCHERA, S.25.
- 67 Einführung in die intensionale Semantik, S.23
- 68 RESCHER, N., Modallogik, Sp.18f.
- 69 vgl. ebd. — Hier wird deutlich, dass in der Fiktive-Welten-Semantik zugleich vorausgesetzt werden muss, dass eine konkrete Aussage  $\mathfrak{A}$  bezogen auf die verschiedenen fiktiven „Welten“ jeweils ein unterschiedliches Element darstellt ( $\mathfrak{A}$  wird ja für jede fiktive „Welt“ auf einen Wahrheitswert „abgebildet“, die Elemente dieser „Abbildung“ müssen wohlunterschieden sein), dass  $\mathfrak{A}$  jedoch in allen diesen Fällen dieselbe identische Aussage ist – es kann ja nur von ein und derselben Aussage behauptet werden, sie sei „in allen fiktiven ›Welten‹ wahr“. Der Widerspruch ergibt sich daraus, dass die einzelne Aussage in der Fiktive-Welten-Semantik vervielfältigt wird, anstatt dass das einzelne Ereignis, auf das sich die Aussage  $\mathfrak{A}$  bezieht, auf die entsprechende Ereignisklasse bezogen wird; in der Fiktive-Welten-Semantik wird das Verhältnis des Einzelnen zum Allgemeinen mystifiziert: das Einzelne wird nicht seinem allgemeinen Begriff und Gesetz subsumiert, sondern gedankenlos und widersprüchlich vervielfältigt.
- 70 Soll eine „Welt“  $w_2$  von einer „Welt“  $w_1$  aus zugänglich sein, dann müssen sich die Bewohner von  $w_1$  die „Welt“  $w_2$  denken oder vorstellen können,  $w_2$  darf ihrem „Verstand nicht verschlossen bleiben“ „Die Welt  $w_2$  soll als eine von  $w_1$  aus erreichbare Welt gelten, wenn es in  $w_1$  mindestens ein Wesen gibt, das sich  $w_2$  denken oder vorstellen kann.“ (STEGMÜLLER, S.155) — “A world,  $w_2$ , is accessible to a world,  $w_1$ , if  $w_2$  is conceivable by some living in  $w_1$ .” (HUGHES/CRESSWELL, S.77; auch JACOBI, S.935)
- 71 KRIPKE zufolge ist eine fiktive „Welt“  $w_2$  von einer „Welt“  $w_1$  aus „zugänglich“, wenn die „Welt“  $w_2$  bezüglich der Welt  $w_1$  in dem Sinne möglich ist, dass jeder in  $w_2$  wahre Satz in der Welt  $w_1$  möglich ist.“ (BERKA/KREISER, Logik-Texte, S.161) Das ist eine zirkuläre Bestimmung, denn um beurteilen zu können, ob eine Aussage in  $w_2$  wahr ist, muss ich Zugang zu  $w_2$  haben. — „The accessibility relation  $R$  holds between worlds  $w$  and  $w'$  iff  $w'$  is possible given the facts of  $w$ .“ (GARSON) Es wird freilich nicht gesagt, auf Grund welcher Fakten eine andere fiktive „Welt“ in genau welchem Sinne „möglich“ ist.
- 72 Als Minimalerfordernis der „Zugangsrelation“ gilt die Reflexivität – jede fiktive „Welt“ hat „Zugang“ zu sich selber.
- 73 „A ist in einer Welt genau dann notwendig, wenn A in jeder von dieser Welt aus erreichbaren Welt wahr ist.“ (STEGMÜLLER, S.155; bei STEGMÜLLER p statt A)
- 74 Es ist nicht möglich, dass  $\mathcal{W}_{w_i}(\Box_{w_1}\mathfrak{A})$  – in  $w_i$  ist wahr, dass  $\mathfrak{A}$  in allen von  $w_1$  aus zugänglichen „Welten“ wahr ist – und  $\mathcal{F}_{w_k}(\Box_{w_1}\mathfrak{A})$  – in  $w_k$  ist es falsch, dass  $\mathfrak{A}$  in allen von  $w_1$  aus zugänglichen „Welten“ wahr ist – mit  $w_i \neq w_k$  gelten, da  $(\Box_{w_1}\mathfrak{A})$  im Gegensatz zu  $\mathfrak{A}$  in den verschiedenen fiktiven „Welten“ nicht unterschiedlich bewertet werden kann.
- 75 Allenfalls kann man beispielsweise sagen: dass  $\Box_{w_{12}}\mathfrak{A}$  gilt, ist vom Standpunkt der fiktiven „Welt“  $w_{13}$  nicht erkennbar, weil von  $w_{13}$  aus nicht erkennbar ist, welche „Welten“ für  $w_{12}$  zugänglich sind.
- 76 „ $\Diamond\Box_{w_i}\mathfrak{A}$ “ bedeutet: in zumindest einer (zugänglichen) fiktiven „Welt“ ist es wahr, dass  $\mathfrak{A}$  in allen von  $w_i$  aus zugänglichen fiktiven „Welten“ wahr ist. Tatsächlich aber kann „ $\Box_{w_i}\mathfrak{A}$ “ nicht in der einen fiktiven „Welt“ wahr, in einer anderen fiktiven „Welt“ falsch sein. Wenn „ $\Box_{w_i}\mathfrak{A}$ “ wahr ist, dann in allen fiktiven „Welten“ – denn es ist ja jeweils eine ganz bestimmte „Bewertungsfunktion“ und eine ganz bestimmte Zugangsrelation vorauszusetzen.

- 
- 77 Wansing, Heinrich, Modallogik, in Enzyklopädie Philosophie, herausgegeben von J.Sandkühler, S.851b.
- 78 Die roten Teilausdrücke stellen NUM-Quantifikationen dar.