

II, Kapitel 1. Das System der fregeschen Gedankengefüge („Aussagenlogik“).

Ausgehend von der Einsicht, dass das umgangssprachliche *Wenn-dann* bedingungslogische Gesetzeszusammenhänge ausdrückt, die nicht zwischen Aussagen, sondern zwischen Klassen von Sachverhalten/Ereignissen bestehen, habe ich ein infinites System bedingungslogischer Formen konstruiert, und Verfahren aufgestellt zur Entscheidung der Gültigkeit beliebiger logischer Gesetze, d.h. der Gesetzeszusammenhänge, die zwischen diesen Formen bestehen. Das System dieser Formen werde ich nun systematisch mit jenen Konzepten vergleichen, die von **FREGE** und seinen Nachfolgern konstruiert und als logische Formen ausgegeben wurden. Das von mir dargelegte System logischer Formen ist keine der vielen Erweiterungen, die **FREGES** Logikentwurf im Laufe der Zeit erfahren hat; es handelt sich um ein konkurrierendes Projekt; sowohl für die im ersten Teil dieser Arbeit dargelegten Formen wie diejenigen des Logikentwurfs **FREGES** wird der Anspruch erhoben, dass sie das System aller nur möglichen logischen Formen bilden, und den logischen Gehalt des umgangssprachlichen Ausdrucks logischer Zusammenhänge aufgreifen, präzisieren und vervollständigen. Diese sich gegenseitig ausschließenden Präntentionen sind sorgfältig zu bewerten.

Die wesentlichen Begriffsbildungen der „modernen Logik“ gehen auf **GOTTLIB FREGE** zurück. Der entscheidende Schritt bei **FREGES** Versuch einer Neugestaltung der Logik bestand in der Konstruktion der so genannten *Aussagejunkturen*¹. Das System dieser „Aussagejunkturen“, die sog. *Aussagenlogik*, ist das Alles tragende Fundament der gesamten „modernen Logik“, auch in ihren verschiedenen Erweiterungen und Differenzierungen. **FREGE** nennt die Aussagejunkturen „*Gedankengefüge*“; er gibt sie als „Denkformen“ und als „logische Verhältnisse“ aus (WBB 113f [55f]), er hält sie für zwischen „Urteilsinhalten“ bestehende „logische Beziehungen“ (ZB 104 [8]; auch BRL 15). Alle nur möglichen logischen Formen sollen in diesem System erfasst sein². Nach anfänglichem Zögern sind **FREGES** Neuerungen, insbesondere die Konstruktion der Gedankengefüge/Junkturen, vorbehaltlos und allgemein akzeptiert worden, sie bilden mittlerweile den selbstverständlichen, „klassischen“ und, wie meist unterstellt wird, keiner Klärung und Rechtfertigung bedürftigen Bezugspunkt aller gegenwärtigen theoretischen Logik; als Logik gilt nur, was an **FREGES** System der Gedankengefüge anknüpft³. – Das System der fregeschen Gedankengefüge wird als die „Aussagenlogik“ bezeichnet; ich werde vom „*System der fregeschen Gedankengefüge*“ (abgekürzt: SFG) sprechen, denn es handelt sich dabei, wie ich zeigen werde, keineswegs um ein System logischer Formen oder um eine „Logik der Aussagen“. Um unmissverständlich auf den fregeschen Logikentwurf und die an **FREGE** anknüpfende theoretische Logik Bezug zu nehmen, benutze ich neben dem in distanzierende Anführungszeichen gesetzten Namen „moderne Logik“ die mittlerweile ungebräuchlichen Namen „Logistik“ und „logistisch“.

Zunächst werde ich die Prinzipien vorstellen, die **FREGES** Versuch einer Rekonstruktion der logischen Formen zu Grunde liegen. Resultieren diese Prinzipien aus einer sachgerechten verallgemeinernden und präzisierenden Reflexion des vorthematischen, intuitiven Verständnisses logischer Zusammenhänge, welches noch untrennbar an die jeweiligen besonderen Inhalte gebundenen ist und sich ausschließlich umgangssprachlicher logischer Ausdrucksmittel bedient? Was genau bedeuten die Gedankengefüge gemäß den fregeschen Festsetzungen? Kann von **FREGES** Gedankengefügen gezeigt werden, dass sie echte, gehaltvolle logische Formen und damit unabdingbare Bedingung jeder Art von Erkenntnis und Schlussfolgerung sind?

1.1. Die Postulate der Aussagenbezogenheit und Wahrheitsfunktionalität der Gedankengefüge

FREGE fordert, dass die *Gedankengefüge Beziehungen von Aussagen* sein sollen. Diese für sein System wesentliche Forderung steht im Widerspruch zu seiner eigenen Einsicht, dass in Wenn-Sätzen wie „Wenn jemand ein Mörder ist, ist er ein Verbrecher“, deren Gehalt er doch zu rekonstruieren vorgibt, gar keine Aussagen in Beziehung stehen; das Postulat ist ein von **FREGE** nicht näher begründeter Einfall. „Aber nehmen wir erst einmal an“, schreibt **FREGE** über Äußerungen der Gestalt *Wenn A, dann B*, „dass die Buchstaben ›A‹ und ›B‹ eigentliche Sätze vertreten.“ (Briefe XIX/3, 42) „Es ist da zunächst denkbar, dass der Bedingungssatz einen Gedanken ausdrückt, und dass der Folgesatz einen Gedan-

ken ausdrückt.“ (Briefe IX/4, 104). Ich nenne im Folgenden die Aussagen, welche als Relata von Gedankengefügen fungieren, *prädizierte Aussagen*⁴.

FREGE postuliert des Weiteren, dass *jedes Gedankengefüge selbst wieder eine Aussage* sein soll: „Das Gedankengefüge soll selbst ein Gedanke sein, nämlich etwas, von dem gilt: es ist entweder wahr oder falsch.“ (Gef 73 [37]) Eine Aussage kann sich auf n andere Aussagen nur in der Weise beziehen, dass sie eine Aussage *über* diese Aussagen darstellt, diesen Aussagen also ein n -stelliges Prädikat zuspricht; Gedankengefüge sind also den ersten beiden Forderungen FREGES entsprechend *Aussagen über Aussagen*; als logische Formen müssten sie logisch bedeutsame Beziehungen zwischen diesen prädizierten Aussagen beinhalten.

Im ersten Teil dieser Arbeit ist die Folgerungsrelation „aus ... folgt ...“ als ein solches logisches, *Aussagen betreffendes* Prädikat erklärt; dieses Prädikat wird durch die Angabe aller Bedingungen definiert, die erfüllt sein müssen, wenn zwischen irgendwelchen n -Tupeln gegebener Aussagen diese logische Relation besteht: zwischen Aussagen besteht diese Folgerungsrelation genau dann, wenn eine oder mehrere dieser Aussagen die Form von Bezugsgesetzen, andere dieser Aussagen die Form von geeigneten Subsumtionsprämissen haben, und wenn in den restlichen Aussagen, den Konklusionen oder Schlusssätzen, die Gesetzmäßigkeiten der Bezugsgesetze korrekt – gemäß einem geeigneten, durch das Bezugsgesetz vorgegebenen Schlusschema – auf die besonderen und einzelnen Fälle übertragen sind, die in den Subsumtionsprämissen den Bezugsgesetzen untergeordnet sind. Wie jede andere Relation nimmt die Folgerungsrelation Bezug auf bestimmte Beschaffenheiten der in Relation stehenden Relata; im Falle der Folgerungsrelation sind dies die logischen Formen der in Beziehung stehenden Aussagen.

Auf welche Eigenschaften der prädizierten Aussagen nehmen nun die Gedankengefüge als Aussagen über Aussagen Bezug – was sagen die Gedankengefüge demgemäß über den Zusammenhang diese Aussagen? FREGE legt – ohne dies jemals in irgendeiner Weise zu begründen – fest, „dass von dem Gedanken nur in Betracht kommen soll, ob er wahr oder falsch ist, gar nicht eigentlich der Gedankeninhalt selbst.“ (EL 76)⁵ Weil die Gedankengefüge alleine die vorgegebenen Wahrheitswerte der prädizierten Aussagen berücksichtigen, werden sie als „Wahrheitsfunktionen“ bezeichnet; dabei besagt diese Charakterisierung zunächst nichts anderes, als dass die Wahrheit der Gedankengefüge allein von den vorausgesetzten Wahrheitswerten dieser Aussagen *abhängt*⁶. Diese „Wahrheitsfunktionalität“ bedeutet nicht, dass es sich hier um *echte* Abbildungen im Sinne der Algebra handelt; Gedankengefüge sind Prädikate, keine Funktionen oder Abbildungen⁷.

1.2. Die aus den Postulaten der Aussagenbezogenheit und Wahrheitsfunktionalität resultierenden Konstruktionsprinzipien der Gedankengefüge

Die Forderungen, dass Gedankengefüge sich erstens auf Aussagen beziehende Aussagen sein sollen und zweitens nur die Wahrheitswerte der in Relation gesetzten Aussagen berücksichtigen sollen, bestimmen vollständig und unverrückbar die Konstruktionsprinzipien und damit die Bedeutungen der Gedankengefüge – nichts liegt in den Gedankengefügen, das nicht schon durch diese beiden fregeschen Forderungen gesetzt wäre. Ausgehend von diesen Postulaten ergeben sich für die Konstruktion der Gedankengefüge die folgenden drei Prinzipien.

1.2.1. Das Prinzip der Wahrheitswertdefinitheit

Für die Wahrheitswerte der durch Gedankengefüge prädizierten Aussagen gilt das *Prinzip der Wahrheitswertdefinitheit*; aufgrund des Prinzips des Nichtwiderspruchs (PNW) gilt für jede beliebige Aussage A : „Entweder A ist wahr oder A ist falsch; tertium non datur.“ (BFH 43) Den Tatbestand, dass irgendeine Aussage A als wahr behauptet wird, bezeichnet FREGE durch den Ausdruck „ $\vdash A$ “; dass irgendeine Aussage A als falsch bestritten („verneint“) wird, bezeichnet er durch „ $\neg \vdash A$ “. Ich schreibe im Folgenden für „ $\vdash A$ “ auch „ A “, und für „ $\neg \vdash A$ “ auch „ $\neg A$ “⁸. Im fregeschen Logikentwurf wird der Stellenwert der Bestimmungen *wahr* und *falsch* für eine Theorie logischer Formen allerdings nicht weiter untersucht; das unreflektiert-intuitive, vorthoretische Verständnis von Wahrheit und Falschheit wird einfach, ohne näher theoretisch bestimmt zu werden, aufgenommen und vorausgesetzt. Die umgangssprachlichen Bezeichnungen der Wahrheitswerte werden, ohne dass das mit ihnen verbundene intuitive Verständnis in irgendeiner Weise vertieft würde, durch begriffsschriftliche Symbole ersetzt⁹.

1.2.2. Das Prinzip der Zusammenhanglosigkeit

Da es bei der Prädizierung von Aussagen durch Gedankengefüge nur auf deren Wahrheitswerte ankommt, ist nicht erforderlich, dass zwischen verschiedenen Aussagen, denen eines der Gedankengefüge zugesprochen wird, irgendein inhaltlicher und logischer Zusammenhang besteht – dadurch, dass Aussagen einen Wahrheitswert aufweisen, ist noch keinerlei Zusammenhang zwischen ihnen gestiftet. Aus dem Postulat der „Wahrheitsfunktionalität“ folgt das *Prinzip der Zusammenhanglosigkeit oder Irrelevanz*: durch die Prädikation von Gedankengefügen wird keinerlei inhaltlich-logischer Zusammenhang ausgedrückt. (BS 5f; Gef 80, 84 [42, 46]; EL 76). Durch dieses Prinzip der Zusammenhanglosigkeit ist die Bedeutung der Gedankengefüge vollständig festgelegt, und – man mag es drehen, wie man wolle – es resultiert aus diesem Prinzip unvermeidlich die logische Irrelevanz der Gedankengefüge selbst: die Konstruktion der grundlegenden Konzepte des fregeschen Logikentwurfs basiert auf einem fundamentalen und unheilbaren Widerspruch – einerseits gründet die Konstruktion und Bedeutung der Gedankengefüge auf dem Grundsatz der Beziehungslosigkeit, auf der anderen Seite meinen **FREGE** und seine Anhänger im Widerspruch dazu darauf bestehen zu können, dass Gedankengefüge logische *Beziehungen* darstellen. Dieser Widerspruch äußert sich dann darin, dass **FREGE** einerseits die Bedeutung der Gedankengefüge auf der Basis der erwähnten Postulate und Prinzipien klar und präzise bestimmt, dann aber im Nachhinein den Gedankengefüge logische Deutungen gibt, die seinen *eigenen* Definitionen krass widersprechen.

1.2.3. Die kombinatorische Bildung der Wahrheitswertprädikate und der Gedankengefüge; die Festsetzung der Bedeutungen der Gedankengefüge mit Hilfe umgangssprachlicher Ausdrucksmittel

Ausgehend vom *Prinzip der Wahrheitswertdefinitheit* und vom *Prinzip der Zusammenhanglosigkeit* lassen sich für beliebige, zufällig zu Paaren verknüpfte Aussagen A und B vier *Wahrheitswertkombinationen* bilden:

„Wenn man zwei Gedanken hat, so sind nur vier Fälle möglich:

1. der erste ist wahr und desgleichen der zweite;
2. der erste ist wahr, der zweite falsch;
3. der erste ist falsch, der zweite wahr;
4. beide sind falsch.“ (EL 76; auch BS 5; Briefe XIX/3, 43; ZB 101f [5f]; KÜL 215; BRL 39f; BLF 54f)¹⁰

Es gibt für zwei Aussagen genau diese vier Kombinationen ihrer Wahrheitswerte, und jede dieser *Wahrheitswertkombinationen* besteht im Zuspprechen eines von vier disjunkten *Wahrheitswertprädikaten*: „...ist wahr und ...ist wahr“; „...ist wahr und ... ist falsch“; „... ist falsch und ... ist wahr“ und „... ist falsch und ... ist falsch“. Als unmittelbare Konsequenz des Prinzips der Wahrheitswertdefinitheit ergibt sich die *Vollständigkeit und durchgängige Disjunktivität der Wahrheitswertprädikate*: zwei beliebigen wahrheitswertdefiniten Aussagen kommt *genau eines und nur eines* dieser Wahrheitswertprädikate zu.

FREGE konstruiert die zweistelligen Gedankengefüge auf der Basis dieser Vollständigkeit und Disjunktivität der Wahrheitswertprädikate, indem er Paaren von Aussagen entweder vier, drei, zwei, eines oder keines der vier Wahrheitswertprädikate *ausdrücklich abspricht* – dies bedeutet dann, dass dem Aussagenpaar genau eines und nur eines der restlichen (nicht ausdrücklich abgesprochenen) Wahrheitswertprädikate zukommt; auf diese Weise ergeben sich genau 16 verschiedene zweistellige Gedankengefüge, darunter das leere, widersprüchliche Gedankengefüge \bullet ¹¹. Man sagt oft ungenau, ein Gedankengefüge werde für eine Wahrheitswertkombination entweder wahr oder falsch. „Um die zweistelligen Verknüpfungszeichen zu *definieren*, brauchen wir bloß den Wahrheitswert der zusammengesetzten Aussage für jede der möglichen Kombinationen von Wahrheitswerten der zwei Teilaussagen anzugeben.“ (W.C. SALMON, Logik, 76) Zwei Aussagen, denen ein bestimmtes Gedankengefüge zugesprochen werden kann, kommt von den Wahrheitswertprädikaten, für die das Gedankengefüge wahr ist, genau eines und nur eines zu; dass ein Gedankengefüge für eine Wahrheitswertkombination wahr ist, bedeutet also, dass dieses Wahrheitswertprädikat *nicht ausdrücklich ausgeschlossen* ist – es können mehrere Wahrheitswertkombinationen nicht ausdrücklich ausgeschlossen sein, aber nur eine Wahrheitswertkombination kann tatsächlich zutreffen („wahr sein“); dass ein Gedankengefüge für eine Wahrheitswertkombination falsch wird, bedeutet, dass diese Wahrheitswertkombination *ausdrücklich ausgeschlossen* ist. Gehören Wahrheitswerte

zweier Aussagen einer Wahrheitswertkombination an, die durch ein Gedankengefüge nicht ausdrücklich ausgeschlossen wird, so kommt den zwei Aussagen das betreffende Gedankengefüge zu; es ist aber unmöglich, dass zwei Aussagen, denen ein bestimmtes Gedankengefüge zukommt, allen Wahrheitswertkombinationen angehört, für die das Gedankengefüge wahr ist.

1.2.4. Die drei aufeinander aufbauenden Schritte bei der Bildung der Gedankengefüge

Ein sachgerechtes und unvoreingenommenes Verständnis des fregeschen Logikentwurfs ist nur dann möglich, wenn beachtet wird, dass die Gedankengefüge nur in einer bestimmten Reihenfolge von aufeinander aufbauenden Schritten konstruiert werden können – und in eben dieser Reihenfolge von **FREGE** konstruiert worden sind. In einem **ersten Schritt** werden auf der Grundlage der dargelegten Prinzipien alle Gedankengefüge mit Hilfe einiger weniger umgangssprachlicher Partikeln, die in ihrer gebräuchlichen, unreflektiert-intuitiven Bedeutung einfach aufgenommen werden, eindeutig und unmissverständlich definiert und ausgedrückt; dafür erforderlich sind neben der Bezeichnung von konkreten und beliebigen Aussagen einzig das Adjektiv „wahr“ und die Partikeln „nicht“, „und“, und „entweder – oder“ („nicht wahr“ kann durch „falsch“ ersetzt werden). Ohne auf *diese* vorgegebenen umgangssprachlichen Ausdrucksmittel zurückzugreifen, können die Gedankengefüge erst gar nicht gebildet werden.

Alle Gedankengefüge außer ∇ und \bullet können umgangssprachlich auf zwei Weisen ausgedrückt und gebildet werden. Entweder werden die ausdrücklich ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate („negativ“) dargelegt (zum Ausdruck sind dann nur die Wörter „wahr“, „nicht“ und „und“ erforderlich) oder es werden die nicht ausdrücklich ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate („positiv“) dargelegt (zum Ausdruck ist zusätzlich die Partikeln „entweder–oder“ erforderlich, falls mehr als ein Wahrheitswertprädikat nicht ausdrücklich ausgeschlossen ist). Werden z.B. zwei Aussagen für falsch gehalten, so kann dies positiv ausgedrückt werden als „Die erste Aussage ist nicht wahr und die zweite Aussage ist nicht wahr“ und negativ als „Es ist nicht wahr, dass die erste Aussage wahr und die zweite Aussage wahr ist, *und* es ist nicht wahr, dass die erste Aussage wahr und die zweite nicht wahr ist, *und* es ist nicht wahr, dass die erste Aussage nicht wahr und die zweite Aussage wahr ist“. Soll etwa ausgedrückt werden, dass zwei Aussagen nicht denselben Wahrheitswert haben, so kann man positiv sagen „*Entweder* ist die erste Aussage wahr und die zweite Aussage nicht wahr, *oder* es ist die erste Aussage nicht wahr und die zweite Aussage wahr“ oder negativ „Es ist nicht wahr, dass beide Aussagen wahr sind *und* es ist nicht wahr, dass beide Aussagen nicht wahr sind“. *Zuerst müssen die Gedankengefüge mit diesen umgangssprachlichen Ausdrucksmitteln definiert werden; ihre Bedeutungen liegen dadurch bereits klar und unmissverständlich fest und, es gibt keinerlei Spielraum für zusätzliche und andere „Deutungen“.*

In einem **zweiten Schritt**, der auf dem ersten aufbaut, können für die konstitutiven umgangssprachlichen Ausdrucksmittel zum Zwecke einer besseren Übersichtlichkeit Abkürzungen festgelegt werden; zur Bezeichnung beliebiger Aussagen können die Buchstabe A, B, C, ... verwendet werden; dass eine Aussage A wahr behauptet wird, kann durch „A“, dass eine Aussage A als nicht-wahr (falsch) behauptet wird, kann durch „ $\neg A$ “ ausgedrückt werden; die Partikeln „und“ und „entweder – oder“ können durch die Zeichen „&“ und „ \bowtie “ abgekürzt werden. Dass zwei Aussagen falsch sind, lässt sich dann z.B. einmal „positiv“ durch „ $\neg A \& \neg B$ “ oder „negativ“ durch „ $\neg(A \& B) \& \neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B)$ “ ausdrücken. Dass zwei Aussagen denselben Wahrheitswert haben, kann durch „ $(A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ “ oder durch „ $\neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B)$ “ formuliert werden. Die umgangssprachlichen Ausdrücke werden jetzt zum Zwecke der Übersichtlichkeit und Kürze durch „künstliche“ (d.h. nicht umgangssprachliche) *abkürzende* Symbole ersetzt, ohne dass dadurch die Bedeutung der umgangssprachlichen Wörter irgend verändert (vertieft oder präzisiert) würde: es wird die umgangssprachliche Ausdruck nur symbolisch abgekürzt ausgedrückt.

In einem **dritten Schritt** können dann für die primären Abkürzungen selbst wieder (sekundäre) Abkürzungen festgesetzt werden; *dieser Schritt setzt die ersten beiden voraus*. Die bedeutungsgleichen Ausdrücke „ $(A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ “ und „ $\neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B)$ “ können etwa durch den Ausdruck „ $A \leftrightarrow B$ “ abgekürzt werden. Alle zweistelligen Gedankengefüge sind in ihrer exakten, von **FREGE** festgesetzten umgangssprachlichen Bedeutung und ihren primären und sekundären Abkürzungen in der folgenden Tabelle angeführt:

Tabelle 1: Die zweistelligen fregeschen Gedankengefüge

| Gedankengefüge (Benennung, sekundäre Abkürzung) | ursprünglicher umgangssprachlicher Ausdruck der Gedankengefüge | primäre Abkürzung des umgangssprachlichen Ausdrucks der Gedankengefüge ¹² |
|--|--|--|
| ⊖ : $A \triangle B$ | Es ist falsch, dass A und B beide wahr, dass A wahr und B falsch ist, dass A falsch und B wahr ist, dass A und B beide falsch sind ¹³ . | $\neg(A \& B) \& \neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B)$ |
| ⋈ : $A \& B$ | A ist wahr und B ist wahr \equiv Es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist, und es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist, und es ist falsch, dass A falsch und B falsch ist | $A \& B \equiv$ $\neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B)$ |
| ⋉ : $A \neq B$ | A ist wahr und B ist falsch \equiv Es ist falsch, dass A wahr und B wahr ist, und es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist, und es ist falsch, dass A falsch und B falsch ist | $A \& \neg B \equiv$ $\neg(A \& B) \& \neg(\neg A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B)$ |
| ⋊ : $A \neq B$ | A ist falsch und B ist wahr \equiv Es ist falsch, dass A wahr und B wahr ist, und es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist, und es ist falsch, dass A falsch und B falsch ist | $\neg A \& B \equiv$ $\neg(A \& B) \& \neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& \neg B)$ |
| ⋋ : $A \Downarrow B$ | A ist falsch und B ist falsch \equiv Es ist falsch, dass A wahr und B wahr ist, und es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist, und es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist | $\neg A \& \neg B \equiv$ $\neg(A \& B) \& \neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B)$ |
| ⋌ : $A \Leftrightarrow B$ | Es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist, und es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist \equiv \equiv Entweder ist A wahr und B wahr, oder es ist A falsch und B falsch. | $\neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B) \equiv$ $(A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |
| ⋍ : $A \bowtie B$ | Es ist falsch, dass A und B beide wahr sind, und es ist falsch, dass A und B beide falsch sind \equiv Entweder ist A wahr und B falsch oder es ist A falsch und B wahr ¹⁴ | $\neg(A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B) \equiv$ $(A \& \neg B) \bowtie (\neg A \& B)$ ¹⁵ |
| ⋎ : $A \not\subseteq B$ | Es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist, und es ist falsch, dass A und B beide falsch sind \equiv Entweder ist A wahr und B wahr oder es ist A wahr und B falsch ¹⁶ | $\neg(\neg A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B) \equiv$ $(A \& \neg B) \bowtie (A \& B)$ |
| ⋏ : $A \supseteq B$ | Es ist falsch, dass A und B beide wahr sind, und es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist \equiv Entweder ist A falsch und B wahr oder es ist A falsch und B falsch ¹⁷ | $\neg(A \& B) \& \neg(A \& \neg B) \equiv$ $(\neg A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |
| ⋐ : $A \supseteq B$ | Es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist, und es ist falsch, dass A und B beide falsch sind \equiv Entweder es ist A wahr und B wahr oder es ist A falsch und B wahr ¹⁸ | $\neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& \neg B) \equiv$ $(A \& B) \bowtie (\neg A \& B)$ |
| ⋑ : $A \equiv B$ | Es ist falsch, dass A und B beide wahr sind, und es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist \equiv Entweder ist A wahr und B falsch oder es ist A falsch und B falsch ¹⁹ | $\neg(A \& B) \& \neg(\neg A \& B) \equiv$ $(A \& \neg B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |
| ⋒ : $A \Uparrow B$ | Es ist falsch, dass A und B beide wahr sind ²⁰ \equiv Entweder ist A wahr und B falsch oder es ist A falsch und B wahr oder es sind A und B beide falsch | $\neg(A \& B) \equiv$ $(A \& \neg B) \bowtie (\neg A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |
| ⋓ : $A \Rightarrow B$ | Es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist ²¹ \equiv Entweder es ist A wahr und B wahr, oder es ist A falsch und B wahr, oder es ist A falsch und B falsch | $\neg(A \& \neg B) \equiv$ $(A \& B) \bowtie (\neg A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |
| ⋔ : $A \Leftarrow B$ | Es ist falsch, dass A falsch und B wahr ist ²² \equiv Entweder es ist A wahr und B falsch, oder es ist A wahr und B falsch, oder es ist A falsch und B falsch | $\neg(\neg A \& B) \equiv$ $(A \& B) \bowtie (A \& \neg B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |
| ⋕ : $A \nabla B$ | Es ist falsch, dass A und B beide falsch sind ²³ \equiv Entweder es ist A wahr und B wahr, oder es ist A wahr und B falsch, oder es ist A falsch und B wahr | $\neg(\neg A \& \neg B) \equiv$ $(A \& B) \bowtie (A \& \neg B) \bowtie (\neg A \& B)$ |
| ⋖ : $A \nabla B$ | Entweder sind A und B beide wahr, oder A ist wahr und B ist falsch, oder A ist falsch und B ist wahr, oder A und B sind beide falsch ²⁴ . | $(A \& B) \bowtie (A \& \neg B) \bowtie (\neg A \& B) \bowtie (\neg A \& \neg B)$ |

Die zweite Spalte führt die Bedeutungen auf, die **FREGE** zunächst für die Gedankengefüge eindeutig und unmissverständlich ausschließlich mit Hilfe umgangssprachlicher Ausdrucksmittel festgelegt hat, einmal (negativ) als Angabe der *ausdrücklich ausgeschlossenen* Wahrheitswertprädikate, und einmal (positiv) als Angabe der disjunkten *nicht ausdrücklich ausgeschlossenen* Wahrheitswertprädikate (kursiv). Ein Ausdruck „ $X \equiv Y$ “ drückt die Bedeutungsgleichheit aus; X und Y sind dann irgendwelche *verschiedenen* Ausdrücke *gleicher* Bedeutung. Die dritte Spalte enthält *primäre* abkürzende Bezeichnungen dieser umgangssprachlichen Ausdrücke: „ \neg “ für „nicht wahr“, „ $\&$ “ für „und“ sowie „ \boxtimes “ für „entweder–oder“; „ A “ und „ B “ bezeichnen beliebige (als wahr behauptete) Aussagen. In der ersten Spalte, sind für diese primären Abkürzungen, dann *sekundäre* abkürzende Bezeichnungen verwendet: Die primäre Abkürzung „ $\neg(A \& \neg B)$ “ bzw. „ $(A \& B) \boxtimes (\neg A \& B) \boxtimes (\neg A \& \neg B)$ “ wird z.B. selbst noch einmal durch „ $A \Rightarrow B$ “ abgekürzt; diese sekundären Abkürzungen setzen immer schon die primären Abkürzungen, und damit auch die konstitutiven, ursprünglichen umgangssprachlichen Festlegungen voraus; man kann mit diesen sekundären Ausdrücken nur operieren, wenn sie auf die primäre Bezeichnung und damit auf den umgangssprachlichen Ausdruck zurückgeführt werden. Ob Abkürzungssymbole wie „ ∇ “, „ \Leftrightarrow “ oder „ \Rightarrow “, „ \Uparrow “ in der dargelegten Weise sekundär sind, und deshalb zu ihrer Festlegung und zu ihrem Ausdruck keine anderen als die angegebenen umgangssprachlichen Fügungen in Frage kommen, ist für die Beurteilung der logischen Ambitionen, die **FREGE** mit den Gedankengefügen verbindet, *von höchster Relevanz*, und wir werden diese Frage eingehend erörtern müssen.

Ich spreche vom Gedankengefüge **C**, vom Gedankengefüge **A**, vom Gedankengefüge **B** usw. (erste Spalte der obigen Tabelle). Die in der „modernen Logik“ üblichen Namen der Gedankengefüge vermeide ich – etwa den Namen „(materiale) Implikation“, „Subjunktion“ oder „(materiales) Konditional“ für das Gedankengefüge **C**, den Namen „Alternative“, „Disjunktion“, „Adjunktion“ usw. für das Gedankengefüge **A**, den Namen „Bikonditional“ oder „Äquivalenz“ für das Gedankengefüge **B**, usw. –, denn alle diese Benennungen beinhalten eine *nachträgliche* logische Deutung der Gedankengefüge, die durch die unmissverständlichen, *allein maßgeblichen* fregeschen Festsetzungen, die in der zweiten Spalte der obigen Tabelle aufgeführt sind, nicht abgedeckt sind, sondern diesen widersprechen. Die Gedankengefüge dürfen auf keinen Fall mit den bedingungslogischen Relationen verwechselt werden; deshalb benütze ich – auch in Zitaten – grundsätzlich die in der obigen Tabelle aufgeführten Bezeichnungen; z.B. für das Gedankengefüge „Es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist“ die Zeichen „**C**“ oder „ $A \Rightarrow B$ “, auch dann, wenn dieses Gedankengefüge in einem zitierten Text durch „ \rightarrow “, „ \supset “ oder andere Symbole bezeichnet wird; „ \rightarrow “ bezeichnet bei mir *immer* die bedingungslogische Implikation **C**. **Für die folgenden Erörterungen setze ich voraus, dass den Gedankengefügen keine andere Bedeutung zugeschrieben werden darf, als jene, die aus den eindeutigen fregeschen Festsetzungen resultiert** (angeführt in der zweiten Spalte der obigen Tabelle).

Diese originär-unverfälschte Bedeutung der Gedankengefüge wird oft mit Hilfe von so genannten „Wahrheitstafeln“ dargestellt. Für jedes Gedankengefüge geben diese Wahrheitstafeln von jedem Wahrheitswertprädikat an, ob es ausgeschlossen oder nicht ausgeschlossen ist. Der Ausdruck „ W “ bedeute den Wahrheitswert *wahr*, „ F “ bedeute den Wahrheitswert *falsch*.

| | A, B | A & B | $\neg(A \& \neg B) \equiv$ A \Rightarrow B | $\neg(A \& \neg B) \& \neg(\neg A \& B)$ \equiv A \Leftrightarrow B | usw. |
|------------------------------|------------------------------------|---|---|---|------|
| Wahrheitswertkombination I | $\mathcal{W}(A) \& \mathcal{W}(B)$ | \mathcal{W} (nicht ausgeschlossen) | \mathcal{W} (nicht ausgeschlossen) | \mathcal{W} (nicht ausgeschlossen) | |
| Wahrheitswertkombination II | $\mathcal{W}(A) \& \mathcal{F}(B)$ | \mathcal{F} (ausdrücklich ausgeschlossen) | \mathcal{F} (ausdrücklich ausgeschlossen) | \mathcal{F} (ausdrücklich ausgeschlossen) | |
| Wahrheitswertkombination III | $\mathcal{F}(A) \& \mathcal{W}(B)$ | \mathcal{F} (ausdrücklich ausgeschlossen) | \mathcal{W} (nicht ausgeschlossen) | \mathcal{F} (ausdrücklich ausgeschlossen) | |
| Wahrheitswertkombination IV | $\mathcal{F}(A) \& \mathcal{F}(B)$ | \mathcal{F} (ausdrücklich ausgeschlossen) | \mathcal{W} (nicht ausgeschlossen) | \mathcal{W} (nicht ausgeschlossen) | |

Diese „Wahrheitstafeln“ drücken übersichtlich die *umgangssprachliche* Festlegung der Bedeutungen der Gedankengefüge, und damit die *Bedingungen der Wahrheit* für die Prädikation der Gedankengefüge²⁵ aus. Sind z.B. z.B. zwei Aussagen A und B wahr, so ist dies eine hinreichende und notwendige Bedingung dafür, dass (A&B) wahr ist, es ist eine hinreichende, nicht notwendige Bedingung dafür, dass (A \Rightarrow B) wahr ist. Ist es z.B. falsch, dass eine Aussage A wahr, eine Aussage B falsch, so ist dies eine notwendige, nicht hinreichende Bedingung dafür, dass (A&B) falsch ist, es ist eine hinreichende und notwendige Bedingung dafür, dass (A \Rightarrow B) falsch ist. Die Bedingungen der Wahrheit von Gedankengefügen liegt so *ausschließlich* im vorgegebenen Wahrheitswert der durch das betreffende Gedankengefüge prädizierten Aussage – um die Wahrheit eines Gedankengefüges zu beurteilen, müssen die Wahrheitswerte der prädizierten Aussagen schon bekannt sein – *auf andere Gegebenheiten darf nicht zurückgegriffen werden*.

Man muss sich vor dem Missverständnis hüten, die Bedeutung der Gedankengefüge, die durch die „Wahrheitstafeln“ festgelegt werden, könne eine andere sein, als jene, die aus den angeführten Ausdrucksmitteln der Umgangssprache (und *nur* aus diesen) hervorgeht; die „Wahrheitstafeln“ stellen die umgangssprachlich festgelegte Bedeutung der Gedankengefüge nur besonders übersichtlich dar. Die Wahrheitstafel von \blacklozenge drückt aus, dass von zwei Aussagen jedenfalls nicht die erste wahr und die zweite falsch ist – keinen Deut mehr. Die Gedankengefüge haben keinerlei Gehalt, der über ihre durch **FREGE** mit umgangssprachlichen Ausdrucksmitteln festgelegten Bedeutungen hinausgeht²⁶.

Man darf beispielsweise nicht annehmen das Gedankengefüge $\neg(A \& \neg B)$ [$\equiv A \Rightarrow B$] behaupte, das Aussage A die Aussage B impliziert, und diese Behauptung einer Implikationsbeziehung sei dann wahr, wenn A falsch oder A und B beide wahr sind: nein – der Ausdruck $A \Rightarrow B$ bedeutet nichts als: es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist – von einer Implikation ist hier nicht die Rede: wenn dies unterstellt wird, ergeben sich Widersprüche, etwa die so genannten Paradoxien der „materialen Implikation“

Festzuhalten bleibt: Die Postulate, auf denen die Konstruktion der Gedankengefüge beruht, resultieren nicht aus einer verallgemeinernden Analyse der Bedeutung umgangssprachlicher logischer Partikeln; die Stellen, in denen **FREGE** auf den umgangssprachlichen Gebrauch der logischen Partikel eingeht (EL 75ff; Gef 84f [46f]; GLG IV 295 [377]), belegen, dass **FREGE** seine Konstruktionen bewusst in einen Gegensatz zum normalen Sprachgebrauch setzt; er stellt nämlich richtig fest, dass in bestimmten Wenn-dann-Sätzen (jene, die Implikationsgesetze ausdrücken) keine wertdefiniten Aussagen in Beziehung stehen. Ohne weiter danach zu fragen, welche Relata, wenn offenbar keine Sätze, in diesen umgangssprachlichen Wenn-dann-Aussagen tatsächlich aufeinander bezogen sind, postuliert **FREGE** ohne jede Begründung, in den „Wenn-dann-Sätzen“ seines Systems sollten wertdefinite Aussagen verbunden werden. Diese Forderung determiniert, zusammen mit der Auffassung, dass die Wahrheitswerte die einzigen logisch relevanten Bestimmungen von Urteilen sind (Ged 33 [61], Fn.1) (Postulat der „Wahrheitsfunktionalität“), vollständig Konstruktion und Gehalt der Gedankengefüge; keines dieser konstitutiven Postulate wird durch die Reflexion des Gehaltes der umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel nahe gelegt. Festzuhalten bleibt ferner, dass für die Bildung der Gedankengefüge andere umgangssprachliche Partikeln als „nicht (wahr)“, „und“ und evtl. „entweder-oder“ keinerlei Rolle spielen.

1.3. Zum Gehalt der Gedankengefüge

1.3.1. Die Gedankengefüge sind keine echten Relationen

Der wissenschaftliche Wert des fregeschen Logikentwurfs steht und fällt mit der Behauptung, dass die mit „Wahrheitstafeln“ darstellbaren Gedankengefüge *logische Beziehungen* zwischen Aussagen sind. Dass diese Behauptung kaum auf Bedenken stößt²⁷, ist erstaunlich, hat FREGE für die Gedankengefüge doch festgesetzt, dass zwischen Aussagen, denen ein Gedankengefüge zugesprochen wird, *keine* Beziehung vorausgesetzt werden darf, und der jeweilige Aussagegehalt völlig unbeachtet bleiben kann. Welche „Zusammenhänge“ sind es denn, die wir mit Hilfe der Gedankengefüge ausdrücken können?

Dem Prinzip der „Wahrheitsfunktionalität“ entsprechend sind die Gedankengefüge Prädikate, die nur die *schon vorausgesetzte* Wahrheit bzw. Falschheit von Aussagen betreffen: Aussagen kann ich nur dann ein Gedankengefüge zusprechen, „wenn ich die Wahrheitswerte der Teilsätze von vorneherein kenne... Über den Wahrheitswert ... muss schon entschieden sein, damit ... dann auch über den Wahrheitswert der Verknüpfungen entschieden werden kann (man sagt: hier werden wertdefinite Aussagen vorausgesetzt und hergestellt).“²⁸ Da die Wahrheitswerte der prädierten Aussagen die *vorgegebenen* und ganz unabhängig von der Bildung irgendwelcher Gedankengefüge *bereits feststehenden* Bezugspunkte der Bildung der Gedankengefüge sind, werden die durch Gedankengefügen prädierten Aussagen durch die Gedankengefüge nicht näher bestimmt: *die fregeschen Gedankengefüge sind deshalb keine echten Relationen*. Eine *echte Relation* liegt nur dann vor, wenn den Relata die Bestimmung, die vom Relationenprädikat ausgesagt wird, nur im Hinblick auf die jeweils anderen Relata zukommt, nicht aber unabhängig von den jeweils anderen Relata²⁹. Ein Mensch ist z.B. *Vater* nur in Bezug auf ganz bestimmte Menschen, in Bezug auf andere Menschen ist er nicht Vater, sondern z.B. Bruder, oder nicht-verwandt; die Relation „x ist Vater von y“ ist eine echte Relation, weil x in Bezug auf y Vater ist. Die bedingungslogischen Relationen sind ebenfalls echte Relationen. Gilt für irgendwelche Sachverhalts-/Ereignisklassen p, q, r beispielsweise $[p, q, r \in \mathbb{D}]$, so sind q und r die einzigen notwendigen Bedingungen von p. Das Ereignis q ist aber eine von zwei notwendigen Bedingungen für ein drittes Ereignis nur im Hinblick auf p und r, relativ zu anderen Ereignisklassen kann q hinreichende Bedingung, zufällig, usw. sein. Was hingegen in den Gedankengefügen über die prädierten Aussagen gesagt wird, nämlich ihr *vorausgesetzter* Wahrheitswert, kommt diesen Aussagen aufgrund des Prinzips der Zusammenhanglosigkeit ganz unabhängig von den jeweils anderen Aussagen zu und die Gedankengefüge sind deshalb keine echten Relationen, es sind *Scheinrelationen*³⁰. Wer für die Bildung der Gedankengefüge voraussetzt, dass zwischen den durch Gedankengefüge gekennzeichneten Aussagen keine Beziehung besteht, darf nicht zugleich behaupten, die Gedankengefüge prädierten doch echte Beziehungen. Immer dann, wenn die Gedankengefügen entgegen den Prinzipien ihrer Konstruktion für echte, gehaltvolle (etwa logische) Beziehungen gehalten werden, ergibt sich unvermeidlich paradoxer Widersinn.

1.3.2. Die vorausgesetzten Wahrheitswerte von Aussagen werden durch die Gedankengefüge entweder tautologisch oder mit einem unterschiedlichen Ausmaß an Informationsverschleierung kundgegeben

Was behaupten wir eigentlich, wenn wir Paaren vorgegebener, wertdefiniter Aussagen ein Gedankengefüge zuschreiben? Jedem Paar wertdefiniter Aussagen kommt von vornherein aufgrund der Disjunktivität und Vollständigkeit der Wahrheitswertkombinationen *genau eines und nur eines* der vier Wahrheitswertprädikate, d.h. eines der vier Gedankengefüge **K**, **L**, **M** oder **X** zu. Diese vier Gedankengefüge besitzen eine Sonderstellung, da sie der Bildung aller anderen Gedankengefüge zu Grunde liegen; ein Gedankengefüge bestimmt ja für *jedes* Wahrheitswertprädikat, ob es ausgeschlossen wird oder nicht. Die Prädikation dieser vier Gedankengefüge bringt unverkürzt die *vorausgesetzten* Wahrheitswerte der prädierten Aussagen zum Ausdruck, und sie haben deshalb in jeder rationalen Diskussion ihren legitimen Platz; denn was jemand für wahr oder falsch hält, muss offen gelegt werden und bildet den *Ausgangspunkt* jeder Diskussion, in der die Begründung oder Widerlegung des vorausgesetzten Fürwahr- oder Fürfalschhaltens erstrebt wird. Die vier Gedankengefüge **K**, **L**, **M** oder **X** drücken freilich nicht mehr aus, als was der Sprecher auch schon vor und unabhängig von der Bildung dieser Gedankengefüge-Prädikate weiß und behaupten kann; sie legen dar, *was für wahr bzw. für falsch gehalten wird* – aber sie bestimmen oder begründen den Inhalt, den sie voraussetzen und dem sie prädi-

ziert werden, nämlich die Wahrheitswerte der betreffenden Aussagen, nicht näher; sie sind deshalb *Tautologien* im Sinne der traditionellen Logik, d.h. Scheinbehauptungen, die ihre Voraussetzungen in verbaler Abwandlung nur wiederholen, anstatt näher zu bestimmen.

Den übrigen nicht-leeren zweistelligen Gedankengefügen kann nicht einmal ein solcher tautologischer Gehalt zugute gehalten werden, denn sie bringen das vorausgesetzte Wissen der Wahrheitswerte nicht mehr unverkürzt zum Ausdruck; sie besagen nämlich, dass den prädierten Aussagen genau eines der vier Wahrheitswertprädikate jedenfalls nicht zukommt (es werden dann die restlichen drei disjunkten Möglichkeiten nicht ausgeschlossen), oder dass ihnen jedenfalls zwei der vier Wahrheitswertprädikate nicht zukommen (es bleiben dann zwei disjunkte Möglichkeiten übrig), oder es werden – beim Gedankengefüge **▼** – alle vier disjunkten Möglichkeiten offen gelassen. So kann ich etwa die Voraussetzung, dass ich die Aussagen „ $2 > 3$ “ und „ $5 + 1 = 4$ “ beide für falsch halte, mit dem Gefüge **▼** ohne Unterschlagung des vorausgesetzten Fürfalschhaltens kundtun; ich kann aber auch – ohne damit etwas Falsches zu sagen – ein Gedankengefüge **●** formulieren: „Es ist falsch, dass die Aussage ‚ $2 > 3$ ‘ wahr und zugleich die Aussage ‚ $5 + 1 = 4$ ‘ falsch ist“; jetzt verneine ich beim eindeutigen Vorliegen des Wahrheitswertprädikats $\mathcal{F} \sim \mathcal{F}$ (beide Aussagen falsch) ausdrücklich nur das Wahrheitswertprädikat $\mathcal{W} \sim \mathcal{F}$ (die erste Aussage wahr, die zweite falsch). Diese **●**-Aussage ist zwar richtig, bringt aber das, worüber die Rede geht, nämlich die vorausgesetzte Falschheit der beiden „verknüpften“ Aussagen, nicht mehr unmissverständlich und vollständig zum Ausdruck; der Sprecher sagt nicht alles, was er weiß, er begeht eine absichtliche *Informationsverschleierung*: obwohl er weiß, dass beide Aussagen falsch sind, lässt er es für den Hörer auch offen, dass beide Aussagen wahr sind oder die erste falsch und die zweite wahr ist.

Mit Hilfe des Systems der zweistelligen fregeschen Gedankengefüge kann die vorausgesetzten Wahrheitswerte von zwei vorgegebenen Aussagen einmal eindeutig und unverkürzt – tautologisch –, siebenmal aber mehrdeutig und unvollständig – informationsverschleiernd – wiedergegeben werden. Bin ich beispielsweise von der Wahrheit zweier Aussagen A und B überzeugt, so kann ich beiden wahren Aussagen acht verschiedene Gedankengefüge zusprechen: $A \& B$, $A \vee B$, $A \supset B$, $A \not\supset B$, $A \not\supset B$, $A \leftrightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ und $A \leftrightarrow B$. Aber nur $A \& B$ gibt meine Voraussetzungen eindeutig und ohne vorsätzliche Informationsverschleierung wieder. Die 15 nicht-leeren Gedankengefüge lassen sich nach dem Ausmaß ordnen, in dem sie das *vorausgesetzte* Wissen von den Wahrheitswerten unterschlagen; **K**, **L**, **M** und **X** weisen den „Informationsverschleierungsgrad“ 0 auf (ein Wahrheitswertprädikat wird definitiv zugesprochen); **E**, **J**, **F**, **G**, **H** und **I** haben den „Informationsverschleierungsgrad“ 1 (es kommen zwei Wahrheitswertprädikate in Frage), **A**, **B**, **C** und **D** den „Informationsverschleierungsgrad“ 2 (es kommen drei Wahrheitswertprädikate in Frage); das Gedankengefüge **▼** weist schließlich den maximalen „Informationsverschleierungsgrad 3“ (es kommen alle vier Wahrheitswertprädikate in Frage – die Prädikation von **▼** verheimlicht die vorausgesetzten Wahrheitswerte vollständig; **▼** ist ganz nichts sagend und besagt so dasselbe wie der Grundsatz der disjunkten Vollständigkeit der Wahrheitswertkombinationen). Wer ein informationsverschleierndes Gedankengefüge formuliert, lässt offen, dass bestimmte Wahrheitswertkombinationen zutreffen, obwohl er weiß, dass diese Wahrheitswertkombinationen nicht zutreffen.

Aus den von **FREGE** konstruierten Gedankengefügen können wir so keinen anderen „Nutzen“ ziehen, als dass wir mit ihrer Hilfe die schon feststehende und stets vorauszusetzende Wahrheit von Aussagen nochmals explizit mit oder ohne Informationsverschleierung formulieren können. Zumindest jene Gedankengefüge, die einen Informationsverschleierungsgrad größer als 0 haben, sind völlig überflüssig und unnützlich, sie sind eine wertlose Mystifikation des vorausgesetzten Fürwahrhaltens; niemals darf ihnen der Rang logischer Formen, d.h. die Bedeutung universeller Bedingungen jeder Art von Erkenntnis, zugeschrieben werden.

Insbesondere **LUDWIG WITTGENSTEIN** hat versucht, der Tatsache, dass man mit Hilfe der Gedankengefüge sein vorausgesetztes Fürwahr- und Fürfalschhalten entweder tautologisch und ohne Abstriche kundtut oder aber in unterschiedlichem Ausmaß verschleiert, einen tieferen epistemologischen „Sinn“ abzugewinnen; sein „Tractatus Logico Philosophicus“ ist ein Versuch, die von den Konstruktionsprinzipien und Voraussetzungen des SFG involvierte Ontologie und Erkenntnistheorie herauszuarbeiten und als endgültige Lösung bzw. Beseitigung der philosophischen Probleme anzupreisen. Die Tatsache, dass von **FREGE**s SFG alle gehaltvollen, wirklichkeitsbezogenen Aussagen mitsamt ihren Wahrheitswerten schon vorausgesetzt werden, und dass dieses SFG keinerlei logische Beziehungen zwischen diesen Aussagen und den Sachverhalten, die sie bezeichnen, berücksichtigt, führt **WITTGENSTEIN** zur Aufstellung einer extrem empiristischen Erkenntnistheorie; jeder reale Einzelsachverhalt spiegelt sich in einem Satz, dem „Bild“ dieses Sachverhalts; dieses Wissen soll aus einer unmittelbaren Erfahrung resultieren, die selbst noch keinerlei Logik voraussetzt; jeder einzelne Gegenstand mit seinen einzelnen Aspekten ist unmittelbar und ohne Vermittlung allgemeiner Beg-

riffe und Gesetze in Sätzen und ihren Wörtern abgebildet³¹ und einfach vorgegeben wie die Aussagen dem System der Gedankengefüge.

Dem SFG-Prinzip der Zusammenhanglosigkeit entsprechend behauptet **WITTGENSTEIN** dann, zwischen den von den Elementarsätzen abgebildeten Sachverhalten bestehe keinerlei gesetzmäßiger Zusammenhang, entsprechend keine Möglichkeit der Prognose (das Wissen von der Wirklichkeit ist ein aggregathaftes Wissen von unverbundenen Einzel-fakten – beziehungslos wie die Aussagen im SFG): was der Fall ist, kann nur im Nachhinein direkt festgestellt werden – solches Feststellen setzt noch keinerlei Logik voraus. Für n vorausgesetzte Elementarsätze, die einzelnen Tatsachen entsprechen, können dann freilich kombinatorisch die möglichen Wahrheitswertkombinationen ermittelt werden; da die Wahrheitswerte jedoch schon festliegen, und eben dadurch den vorgegebenen Aussagen genau eine der kombinatorisch konstruierbaren Wahrheitswertprädikate zukommt, entsteht durch die Konstruktion der Wahrheitswertprädikate keinerlei Information, die über die Voraussetzungen hinaus ginge. **WITTGENSTEIN** nennt aber die Wahrheitswertkombinationen, die für die vorgegebenen Aussagen konstruiert werden können, die „logische Form“ dieser Aussagen, oder auch den „logischen Raum“, die Gesamtheit aller „logischen Möglichkeiten“, die – als das, was überhaupt denkbar ist – alles Wirklichkeit (als Konglomerat aller möglichen Tatsachen) umfassen und begrenzen.

Auch **RUDOLF CARNAP** behauptet, wir könnten „uns leicht klarmachen, dass ein Satz um so mehr besagt, je kleiner sein Spielraum ist... Wird uns nun ‚A&B‘ mitgeteilt, so erfahren wir genau, welcher von den vier möglichen Fällen ... wirklich zutrifft... Die Mitteilung ‚ $A \leftrightarrow B$ ‘ ist unbestimmter, weil sie zwei Möglichkeiten offen lässt; ‚ $A \vee B$ ‘ ist noch unbestimmter, weil drei Möglichkeiten offen gelassen werden, und nur eine einzige ausgeschlossen wird. Hat ein Satz den *totalen Spielraum*, der sämtliche möglichen Bewertungen zulässt..., so schließt er gar keine Möglichkeit aus und besagt daher überhaupt nichts.“³² **WITTGENSTEIN** meint, die „Wahrheitsbedingungen“ der Gedankengefüge, d.h. jene Wahrheitswertprädikate, deren Zukommen in einem Gedankengefüge nicht ausdrücklich ausgeschlossen ist, bestimmen „den Spielraum, der den Tatsachen durch den Satz gelassen“ werde³³. Der „logische Spielraum“ sei maximal, wenn wir – in der Prädikation von \mathbf{V} – es völlig offen lassen, welche der vier überhaupt möglichen Wahrheitswertprädikate zwei vorgegebenen Aussagen zukommt. **F. WAISMANN** führt dazu aus: „Die Wahrheit kann innerhalb der Grenzen variieren, die durch den Satz gezogen wird, ohne dass dieser durch sie falsch gemacht wird.“³⁴ Ein Gedankengefüge wie A&B lasse *der Wirklichkeit* weniger „Spielraum“ als ein Gefüge wie $A \vee B$. „Je größer der Spielraum, desto weniger legt er die Wirklichkeit fest.“³⁵

Diese Konzeption der „logischen Spielräume“ stellt den informationsverschleiern den Charakters der meisten Gedankengefüge nicht sachgerecht dar. Es ist falsch, in diesem Zusammenhang von möglichen „Variationen der Wahrheit“ oder von „Spielräumen der Wirklichkeit“ zu reden; da die Prädikation der Gedankengefüge die Wahrheitswerte der „prädierten“ Aussagen als *vorgegebenen* voraussetzen muss, steht von vorneherein *eindeutig* fest, welches der vier Gedankengefüge \mathbf{K} , \mathbf{L} , \mathbf{M} oder \mathbf{X} zwei Aussagen zukommt; hier kann keine Wahrheit variieren, hier haben nicht Tatsachen einen objektiven Spielraum, denn diese „Wahrheit“ und diese „Tatsachen“ werden von der Bildung der Gedankengefüge schon als feststehend vorausgesetzt. Diese vorausgesetzte Wahrheit und Falschheit von Aussagen wird allerdings *willkürlich und nachträglich, ohne irgendwelchen nachvollziehbaren Nutzen und Informationswert* in unterschiedlichem Ausmaß mutwillig verschwiegen. Weil die von \mathbf{K} , \mathbf{L} , \mathbf{M} oder \mathbf{X} verschiedenen Gedankengefüge, wie **CARNAP** selber eingesteht, über vorgegebene Aussagen viel weniger aussagen als erstere, diese *aber voraussetzen*, sind letztere Bildungen nicht nur unnützlich, sondern auch irreführend.

Die zitierten Ausführungen unterstellen, dass aus der Prädikation von Gedankengefügen inhaltvolle und informative Aussagen über die Wirklichkeit resultieren können, welche echte und objektive Möglichkeiten aufzeigen, wie dies bei den im erste Teil dieser Arbeit dargelegten Formen oder den Formen der Wahrscheinlichkeitstheorie der Fall ist. Es handelt sich bei den „logischen Spielräumen“, die die Gedankengefüge der Wirklichkeit angeblich „zugestehen“, nicht um *objektive* Möglichkeiten, sondern um die subjektive Ungewissheit, die ein Sprecher, der es besser weiß, ohne erkennbaren Nutzen durch willkürliche Informationsverheimlichung bei seinen Hörern erst erzeugt (für den Sprecher selbst sind diese Möglichkeiten rein fiktiv, also Schein-Möglichkeiten); diese „Spielräume“ absichtlicher Informationsverschleierung erklären oder bestimmen den Inhalt, nämlich die vorausgesetzte Wahrheit und Falschheit der „prädierten“ Sätze nicht im Geringsten. Derjenige handelt unverständig, der die Tatsache, dass er eine Aussage A für falsch, eine andere Aussage B für wahr hält, in der Weise ausdrückt, dass er behauptet, beide Aussagen seien jedenfalls nicht beide wahr ($A \wedge B$), oder beide Aussagen seien jedenfalls nicht beide falsch ($A \vee B$), oder jedenfalls sei nicht A wahr und B falsch ($A \Rightarrow B$), usw. Im Gegensatz zu den Gedankengefügen betreffen und begrenzen bedingungslogische Formen objektiv bestehende Realmöglichkeiten: nur wenn im Raum des Hypothetischmöglichen das Realmögliche vom Nicht-realmöglichen geschieden wird, können objektive gesetzmäßige Zusammenhänge erfasst werden. Weil z.B. von zwei

Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q bestimmt ist, dass es objektiv realmöglich ist, dass sie jeweils alleine oder zusammen vorliegen, und dass es objektiv nicht-realmöglich ist, dass von p und q keines vorliegt, weiß ich, dass bei p q möglich, bei $\sim p$ q aber notwendig ist, usw. Jedes Gesetz beruht in dieser Weise auf der Scheidung des Hypothetisch-möglichen in objektiv Realmögliches und objektiv Nichtrealmögliches.

Auch FREGE gibt der Informationsverschleierung durch Gedankengefüge eine unrichtige Auslegung; er meint, je größer der Grad der Informationsverschleierung ist, desto „einfacher“, und je kleiner dieser Grad, desto „reichhaltiger“ sei der „Inhalt“ der Gedankengefüge; das Gedankengefüge **A** lasse mehr „freie Wahlen“ zu als das Gedankengefüge **J** (BRL 40f). „Im Allgemeinen wird immer das Zeichen die mannigfachste Anwendung zulassen und die übersichtlichsten Ausdrücke abgeben, welches den einfachsten Inhalt hat.“ (BRL 41) Es sei günstiger **A** als **J** zu gebrauchen: denn durch inhaltsreichere Zeichen könnten die einfacheren nicht ausgedrückt werden; **E** kann durch **C**, aber **C** nicht durch **E** ausgedrückt werden (ebd.). Wenn zwei Aussagen **A** statt **J**, oder **J** statt **L** zugeschrieben, wenn **C** anstatt **E**, oder **E** statt **K**, usw. behauptet wird, dann bedeutet dies jedoch keinen Zuwachs an Allgemeinheit und Anwendbarkeit, sondern einen Zuwachs an willkürlich hergestellter Ungewissheit beim Adressaten der Mitteilung. Der Sprecher drückt nicht seine eigene Unwissenheit aus, wie es z.B. beim problematischen Konditional der Fall ist, sondern erzeugt lediglich – ohne Sinn und rationalen Zweck – beim Hörer unnötige Ungewissheit.

1.3.3. Die Reifikation und Verabsolutierung der Gedanken. Freges Psychologie des Gedankenfassens

Bei der Präzisierung der fregeschen Gedankengefüge wird die Wahrheit und Falschheit der präzisierten Aussagen einfach aufgenommen, weder problematisiert noch begründet, noch auf irgendwelche Bedingungen des Wahr- und Falschseins bezogen; die vorgegebenen Wahrheitswerte werden tautologisch oder informationsverschleiern wiedergegeben. Wo es nur auf die vorgegebenen Wahrheitswerte der Aussagen (Urteile) ankommt, spielt ihre logische Form keine Rolle. FREGE hat versucht, diesem SFG-Standpunkt des bloßen Aufgreifens vorgegebener Wahrheiten eine umfassende philosophisch-erkenntnistheoretische Untermauerung zu geben: er verabsolutiert und reifiziert die wahrheitswertdefinierten Gedanken und verselbständigt sie sowohl gegenüber der objektiven Wirklichkeit, von der die Gedanken handeln, wie gegenüber den Subjekten, die jene Gedanken produzieren. Er reduziert die Erkenntnistätigkeit der Menschen auf ein unmittelbares, nicht weiter erklärbares Auf- und Hinnehmen („Fassen“) fertiger und ewiger Wahrheiten – eine Einstellung, die derjenigen bei der Bildung von Gedankengefügeaussagen entspricht.

FREGE versucht die Verabsolutierung und Reifikation der Aussagen mit ihren vorgegebenen und feststehenden Wahrheitswerten durch folgende Argumente zu begründen. Wahrheit lasse sich nicht als *Übereinstimmung der Gedanken mit der Wirklichkeit* (Log II, 33; Ged 31f [59f]) definieren³⁶, da diese Definition in einen infiniten Regress münde. Wer Wahrheit als „Übereinstimmung“ eines Gedankens mit der objektiven Wirklichkeit bestimme, müsse dieser „Definition“ entsprechend auch nachweisen, dass die Behauptung des „Übereinstimmens“ wahr sei, d.h. mit der Wirklichkeit übereinstimme. Dies könne wiederum nur in einer Behauptung geschehen, die ihrerseits als wahr nachzuweisen sei; ihre Übereinstimmung mit der entsprechenden Wirklichkeit sei zu zeigen – und wiederum in einer wahren Aussage darzulegen; und so ohne Ende. „Wenn man also wissen wollte, ob ein Gedanke wahr wäre, so müsste man fragen, ob diese Beziehung stattfände, mithin, ob der Gedanke wahr wäre, dass diese Beziehung bestände. Und so wären wir in der Lage eine Menschen, in einer Treitmühle. Er macht einen Schritt vorwärts; aber die Stufe, auf die er tritt, gibt immer nach, und er sinkt auf den vorigen Stand zurück.“ (Log II, 47; auch Ged 32f [60]) Darüber hinaus könne es eine „Übereinstimmung“ „nur dann geben, wenn die übereinstimmenden Dinge zusammenfallen, also gar keine verschiedenen Dinge sind... Eine Vorstellung mit einem Ding zur Deckung zu bringen, wäre nur möglich, wenn auch das Ding eine Vorstellung wäre.“ (Ged 32 [60]) So scheitere „aber auch jeder andere Versuch, das Wahrsein zu definieren.“ (Ged 32 [60])

Es ergeben sich in der Tat enorme Schwierigkeiten, wenn wir die im alltäglichen Erkennen selbstverständlich und problemlos voraussetzende und vorausgesetzte „Übereinstimmung“ von Wissen/Gedanken und realer Wirklichkeit zu erklären versuchen. Da es objektiv bestehenden Sachverhalte und ihre jeweilige Beschaffenheit *für uns* nur dann gibt, sofern wir von ihnen wissen, ist jeder Versuch, den Wirklichkeitsbezug und die Wahrheit von Gedanken dadurch zu überprüfen, dass die Gedanken mit den gedachten objektiven Sachverhalten auf ihrer „Übereinstimmung“ hin verglichen werden, undurchführbar – es kann nur Wissen mit Wissen verglichen werden. Die logische Reflexion kann nur am verfügbaren Wissen, das von der gegenständlichen, objektiven Wirklichkeit handelt, ansetzen; dieses reflektierte gegenständliche Wissen kann seine orientierende Funktion nur dann erfüllen, wenn sein Aussagegehalt die realen Dinge und

Ereignisse, mit denen wir umgehen müssen, betrifft; dieses Wissen von der gegenständlichen Wirklichkeit ist kein Wissen von sich selbst und von seinem eigenen Entstehen; um in der alltäglichen Praxis zu bestehen, brauchen wir Wissen über die Gegenstände unseres Handelns, nicht aber ein Wissen über das gegenständliche Wissen. Deshalb kann die logische Reflexion sich immer nur Wissen über die gegenständliche Wirklichkeit vornehmen, seinen gegenständlichen Gehalt vergleichend ausbreiten und in seiner allgemeinen Struktur beschreiben; sie kann und braucht nicht klären, wie im vorgegebenen Wissen eine Realität erfasst sein kann, die unabhängig von diesem Wissen besteht, sie kann nicht erklären, wie wir zu solchem Wissen gekommen sind. Wenn die logische Reflexion auch nicht zur Erklärung des Wirklichkeitsbezuges des reflektierten Wissens gelangen kann, so kann sie diesen Wirklichkeitsbezug weder bestreiten oder auch nur ignorieren; dieser Wirklichkeitsbezug ist als eine in der Logik selbst nicht erklärbar Voraussetzung der Logik mit dem Wissen schon gegeben, das zum Gegenstand der logischen Reflexion wird. Wenn die logische Reflexion den Wirklichkeitsbezug des gegenständlichen Denkens nicht aufklären kann, bedeutet das freilich noch nicht, dass dieser Bezug überhaupt nicht erklärbar wäre.

Aus der Undurchführbarkeit eines direkten Vergleichs von Wissen und gegenständlichem Gewusstem folgert **FREGE**, dass jede Erklärung des Wirklichkeitsbezugs von Wissen prinzipiell unmöglich ist und deshalb als Voraussetzung der Logik nicht anerkannt werden dürfe; was wahr ist, sei nicht definier- und erklärbar, sondern „ursprünglich“ und nicht auf Einfacheres zurückführbar (Log II, 35 und 43; Ged 32 [60]; Kernsätze 23). Das einfache Wahre ruhe in sich selbst und sei frei von jedem Bezug zu einem Objekt: „Eine Übereinstimmung ist eine Beziehung. Dem widerspricht aber die Gebrauchsweise des Wortes ‚wahr‘, das kein Beziehungswort ist, keinen Hinweis auf etwas anderes enthält, mit dem etwas übereinstimmen sollte.“ (Ged 32 [59])

Diese Dissoziation der wahrheitswertdefiniten Gedanken der objektiven Wirklichkeit verlangt auch die Abspaltung der Gedanken von erkennenden Subjekten. Während die Rede von Wissen doch nur dann Sinn macht, wenn man sie als erkennende Beziehung von Subjekten zur Welt der Objekte fasst, wenn also im Wissen Subjekt und Objekt verbunden sind, hält **FREGE** in seltener erkenntnistheoretischer Naivität die Dissoziation dieser drei Seiten – *Subjekt - Wissen - Objekt* – und ihre Hypostasierung zu je eigenständigen, und für sich bestehenden „Welten“ für methodisch geboten: er unterscheidet eine (Außen-)Welt der objektiven, wahrnehmbaren, physischen Dinge, eine (Innen-)Welt der subjektiven Vorstellungen und eine (Sonder-)Welt der objektiv und unabhängig von Anderem existierenden Gedanken. Die Verselbständigung des Wissens (der Gedanken) gegenüber der menschlichen Subjektivität soll zugleich die Eigenständigkeit der Logik gegenüber der Psychologie sichern und den „Verwüstungen... die der Einbruch der Psychologie in die Logik angerichtet hat“ (RH 192 [332]), entgegenwirken³⁷. Für **FREGE** ist Psychologismus nicht nur der unzulässige Versuch, die Geltung logischer Gesetze durch Hinweise auf psychologische Fakten und psychologische Gesetzmäßigkeiten zu begründen, sondern jede Anbindung des Logischen an die menschliche Subjektivität; er fordert den Entwurf einer *Logik ohne Subjekt*³⁸.

Gegen den Psychologismus betont **FREGE** zurecht, dass die Geltung der logischen Gesetze völlig unabhängig von irgendwelchen psychischen Gegebenheiten ist und dass „die Gesetze der Logik ... nicht durch psychologische Untersuchungen gerechtfertigt werden“ können (Kernsätze 24); die Gesetze der Logik beschreiben nicht den tatsächlichen, empirisch nachzuweisenden Ablauf irgendeines wirklichen Denkens³⁹. Die Unabhängigkeit der Logik von der Psychologie setzt nach **FREGE** voraus, dass die Gedanken (das Wissen) eigenständig und unabhängig von jedem Wissenden bestehen; diese Eigenständigkeit gründe v.a. auch darin, dass das Wahre ganz unabhängig von seiner Anerkennung und seinem Erkanntwerden wahr sein müsse. „Gedanken – z.B. Naturgesetze – bedürfen nicht nur unserer Anerkennung nicht, um wahr zu sein, sie brauchen dazu nicht einmal von uns gedacht werden. Ein Naturgesetz wird nicht von uns ersonnen, sondern entdeckt... Wir entnehmen hieraus, dass Gedanken nicht nur, falls sie wahr sind, unabhängig von unserer Anerkennung wahr sind, sondern, dass sie überhaupt unabhängig von unserem Denken sind.“ (Logik II 46; auch Kernsätze 24; Ged 50 [74]; Neg 63f [151]; GLA XVII)

FREGES These von der Unabhängigkeit der Wahrheit von unserer Anerkennung behält den Anschein der Plausibilität nur, solange nicht strikt zwischen dem Wissen (*unseren* wirklichkeitsbezogenen Gedanken) und dem Gewussten (denjenigen *objektiven* Sachverhalten und Gesetzmäßigkeiten, von denen wir wissen) unterschieden wird. Es klingt einleuchtend, dass die Wahrheit einer Aussage nicht erst von dem Zeitpunkt an besteht, da die Tatsache oder die Gesetzmäßigkeit, von der die Aussage handelt, von Menschen gewusst und anerkannt wird. Hier fällt die Zweideutigkeit ins Gewicht, mit der vom Wahrsein gesprochen wird: einmal in dem Sinn, dass eine bestimmte objektive Tatsache besteht oder eine bestimmte Gesetzmäßigkeit gilt, dann aber in dem Sinne, dass die von Subjekten vertretene Behauptung, es bestehe eine derartige objektive Tatsache oder es gelte eine derartige Gesetzmäßigkeit, wahr ist.

Das objektive Bestehen von Tatsachen und das objektive Wirken und Gelten von Gesetzmäßigkeiten darf nicht mit dem Wissen von diesen Tatsachen und Gesetzmäßigkeiten identifiziert werden. Die Forderung nach Rechtfertigung und Begründung der Wahrheit und nach logischer Kohärenz kann nicht der objektive Wirklichkeit selbst gestellt werden, sondern nur an unsere, von uns zu verantwortende Aussagen über diese Wirklichkeit: es wäre unsinnig, von objektiven Tatsachen oder Gesetzmäßigkeiten zu fordern, sie sollten sich erst einmal begründen; sie bestehen und wirken ganz unabhängig von uns und unserem Wissen. Rechenschaft schuldet uns nur derjenige Mensch, der behauptet, er wisse, dass ein bestimmtes Faktum objektiv besteht oder ein bestimmtes Gesetz objektiv gilt, der bestimmte Behauptungen für wahr erklärt. Wenn ein Wissenschaftler die Entstehung der Erde untersucht, untersucht er einen Prozess, der unabhängig von ihm und seiner Erkenntnis ist; dass dieser Prozess auf eine bestimmte Weise verlaufen ist, ist von ihm völlig unabhängig. Dies bedeutet nicht, dass es ein wahres Wissen von diesem objektiven Vorgang unabhängig von seiner entscheidenden Mitwirkung geben könnte. Die Logik untersucht nicht von uns unabhängige „Wahrheiten“, sondern sie erforscht bestimmte Bedingungen, denen *unsere* Erkenntnistätigkeit und das dieser Tätigkeit entspringende Wissen genügen muss, wenn wir objektive Tatbestände wahrheitsgemäß erkennen wollen. *Objektiv sein* ist für **FREGE** gleichbedeutend mit *unabhängig vom Urteilenden und Wissenden bestehen* (GLA XVIII); diese richtige Bestimmung kann jedoch nicht, wie **FREGE** unterstellt, in derselben Bedeutung einem Wissen zugesprochen werden. Denn Wissen kann nie ohne wissende Subjekte bestehen; objektives Wissen kann nur bedeuten, dass wir ein Wissen von Tatsachen haben, in dem *wir* diese Tatsachen so bestimmen, wie sie selber ansich, objektiv sind und bestehen. Diesen Unterschied nimmt **FREGE** nicht zur Kenntnis⁴⁰. Es ist deshalb nicht richtig, dass **FREGE** das selbständige Bestehen der Gedanken zur Bedingung von *Wahrsein* macht, und dann, wenn das erkennende Subjekt mit in Spiel kommt, von einem bloßen *Fürwahrhalten* spricht. Bei den logischen Gesetzen handele es sich „nicht darum, was dieser oder jener Mensch für wahr hält, sondern darum, was wahr ist.“ (Log II, 68) Auch wer beteuert, dass dieser oder jener Gedanke ganz unabhängig von seiner Meinung wahr *ist*, drückt, auch wenn er Recht haben sollte, nur aus, was er für wahr hält. Das Wahre kann dem *Fürwahrhalten* nicht dissoziativ entgegengesetzt werden, so, als ob ein Gedanke entweder wahr sein oder für wahr gehalten werden könnte. Zunächst haben wir es *immer* mit unserem *Fürwahrhalten* zu tun. Die Logik soll dazu verhelfen, nicht das Wahre vom *Fürwahrhalten* zu sondern (denn auch das Wahre müssen wir, soll es *für uns* sein, für wahr halten), sondern das begründete von unbegründeten *Fürwahrhalten* zu scheiden. Wenn **FREGE** die Wahrheiten auf ein selbständiges Bestehen gründet, drückt er sich gerade um die Aufgabe, bestimmte logische Bedingungen darzutun, durch welche sich das begründete vom unbegründeten *Fürwahrhalten* unterscheidet. Wäre **FREGES** Behauptung richtig, dass die Wahrheit unseres Wissens von unserem Dazutun unabhängig wäre, dann läge die Wahrheit unseres Wissens ganz außerhalb unserer Verantwortung und könnte allenfalls unmittelbar „aufgenommen“ werden; eine Logik wäre ohne Funktion.

So richtig es ist, dass die Geltung der logischen Gesetze völlig unabhängig von psychologischen Gegebenheiten ist, so falsch ist diese totale Trennung der Logik von der menschlichen Subjektivität. Die Logik ist eine theoretische Disziplin, deshalb wesentlich mit Subjekten verbunden, die dieses theoretische Wissen entwerfen, entwickeln und rechtfertigen; ebenso verweist der normative Charakter der Logik (den **FREGE** an anderer Stelle nachdrücklich hervorhebt) auf Subjekte, die sich an diesen Normen orientieren. Auch wenn die Reifikation und Verabsolutierung der Gedanken rechtens wäre (sie ist es nicht – man kann die Gedanken nicht vom Denken denkender Subjekte abspalten!), würde sich immer noch die Frage stellen: wie kommt es, dass *wir* von diesen „objektiv bestehenden“ Gedanken wissen können, wie *wir* zu dem Wissen von diesen angeblich unabhängig von uns existierenden Gedanken und ihren Wahrheitswerten kommen? Auf diese entscheidende Frage gibt **FREGE** eine recht simple *psychologische* Antwort. Frege, der sich aus einer Tretmühle befreien will, landet wieder in einer Tretmühle.

Es ist unmöglich, das Wissen und die Gedanken von den wissenden und denkenden Subjekten abzutrennen; unvermeidbar führt **FREGES** Konstruktion deshalb nicht vom Psychologismus weg, sondern zu einer besonders simplen und vordergründigen psychologischen Scheinerklärung *unseres* Wissens. Die angeblich für sich bestehenden Gedanken sind laut **FREGE** ewig, außer der Zeit, an keinem Ort, kein Bewusstseinsinhalt, nicht geschaffen, unsinnlich, „objektiv“; nur dann könnten sie „gemeinsames Eigentum von Vielen sein“. (FB 46) „Die Gedanken gehören nicht wie die Vorstellungen der einzelnen Seele an (sind nicht subjektiv), sondern unabhängig vom Denken, stehen jedem in gleicher Weise (objektiv) gegenüber; sie werden durch das Denken nicht gemacht, sondern nur erfasst. Hierin sind sie den physikalischen Körpern ähnlich.“ (Log II, 69) Die von **FREGE** behauptete Unlösbarkeit des Problems, wie wir zu einem Wissen von einer unabhängig von uns und dem Wissen bestehenden Wirklichkeit gelangen, und wie es zugeht, dass unser Wissen mit einer gegenständlichen Realität „übereinstimmt“, hat ihn zur Verselbständigung der Gedanken veranlasst; das Problem einer „Übereinstimmung“ stellt sich jedoch auch jetzt von neuem – jedoch in mystifizierter Form. Denn jetzt

steht die Frage, wie wir von diesen „selbstständig existierenden Gedanken“, so wie sie angeblich an sich und unabhängig von uns und unserem Wissen bestehen, wissen können. Wir müssen, so **FREGE**, den Gedanken *fassen* und uns seiner *bemächtigen*, wenn er uns als derselbe in gleicher Weise *gegenübertritt* (Log II, 46, 52f). Beim Gedankenfassen trete man zum Gedanken in eine „gewisse Beziehung“, die verschieden sei vom Sehen der Dinge und von Haben von Vorstellungen (Ged 44). Wie aber sollte ein außer Zeit und Raum stehender Gedanke *vor uns hintreten* können, wie sollen wir uns seiner, der doch ganz immateriell sein soll, *bemächtigen* können?⁴¹

Das Gedankenfassen selbst soll ein psychologischer Vorgang sein, freilich „schon an der Grenze des Seelischen“, weil der nichtseelische Gedanke ins Spiel käme⁴²; es sei der „geheimnisvollste“ aller Vorgänge (Log II, 64) und könne nur metaphorisch umschrieben werden (Ged 49 [74]). „Für die Logik“ sei nicht das psychologische Gedankenfassen ausschlaggebend, sondern, dass wir dadurch in den Besitz fertiger Wahrheiten kommen. „Uns genügt, dass wir Gedanken fassen und als wahr erkennen können“; wie das zugehe, sei „eine Frage für sich“, um die sich die Logik nicht kümmern brauche (Log II, 64;).

Logik im vorfregeschen Sinne muss darlegen, wie wir *unsere* Behauptungen begründen müssen, wenn sie Anspruch auf Wahrheit haben sollen. Bei **FREGE** führt schon das seinem Verständnis von Logik immer vorausgehende „Fassen“ vorgegebener Gedanken zum Erwerb wahren Wissens; man müsse die Gedanken so „nehmen, wie sie sind.“ (Ged 53 [77]) Die Klarheit unserer Gedanken hänge nicht von ihrer logischen Durchgliederung und ihrer kohärenten Einordnung in ein System des Wissens ab, sondern sei „eigentlich eine Vollkommenheit der Aneignung, der Auffassung von Gedanken...“, nicht eine Eigenschaft der Gedanken.“ (Log II, 53) Im Rahmen dieser Theorie könnte die Rechtfertigung unserer Behauptungen nur in der Versicherung bestehen, wir hätten den entsprechenden Gedanken „richtig gefasst“; da das *Denken* als Fassen von Gedanken und da das *Urteilen* als Für-Wahr-Anerkennen dieser gefassten Gedanken für **FREGE** seelische Prozesse sind (ALD 273), könnten wir allenfalls psychische Vorgänge erläutern. Diese Konzeption **FREGES**, die beim bloßen Fürwahrhalten und „geheimnisvollen“ psychischen Vorgängen stehen bleibt, ist nicht die endgültige Überwindung des Psychologismus in der Logik⁴³, sondern ein besonders einfältiger Psychologismus; wäre **FREGES** Psychologie des Gedankenfassens richtig, wäre eine Logik überflüssig, da wir durch das unmittelbare, bestenfalls psychologisch beschreibbare Aufnehmen vorgegebener Wahrheiten zu unserem Wissen kämen. **FREGES** eigene Rede von „Gesetzen des Wahrseins“ verlöre jeden Sinn. Wenn selbständige Gedanken seit jeher wahr oder falsch wären, könnte das einzig mögliche „logische Gesetz des Wahrseins“ nur besagen, dass ein Gedanke eben seit Ewigkeit entweder wahr oder falsch ist; dieses „Gesetz des Wahrseins“ haben wir freilich schon kennen gelernt – in ihm erschöpft sich der logische Gehalt des fregeschen Systems der Gedankengefüge.

FREGE erweitert in seiner Konzeption des Gedankenfassens die Voraussetzungen und den Gehalt des SFG zu einer recht simplen, psychologistischen Erkenntnistheorie. So wie im SFG die Wahrheiten einfach vorgegeben sind, und in dieser Vorgegebenheit einfach aufgenommen werden, so wird das menschliche Wissen generell beschrieben. Wahrheiten werden nicht begründet und bewiesen, sondern als schon immer bestehend gefasst; dies bedeutet faktisch nichts anderes als ein Stehenbleiben beim bloßen Fürwahrhalten. Da es im System der fregeschen Gedankengefüge (SFG) nur auf die *vorausgesetzten* Wahrheitswerte von Aussagen ankommt und nicht auf die logischen Formen der Aussagen, erklärt **FREGE** konsequent jene Leistung als logisch unnützlich, die **ARISTOTELES** erst die Erarbeitung der theoretischen Logik ermöglicht hat, nämlich die Unterscheidung verschiedener Arten oder Formen von Urteilen; diese Unterscheidungen, so **FREGE**, seien „logisch“ ohne Gewicht, weil es unter den Urteilen einer bestimmten Form sowohl wahre wie falsche Urteile gäbe. Mit der Form eines Urteils sei der Wahrheitswert noch nicht gegeben, auf den es im SFG alleine ankommt; seine Formbestimmtheit, etwa ob es affirmativ und negativ ist, komme einem „Inhalte auch zu, wenn er nicht als Urteil hingestellt wird“, wenn also über seine Wahrheit oder Falschheit nichts entschieden ist (BS 4). **FREGE** bezeichnet die Unterscheidung von Affirmation und Negation, die bei **ARISTOTELES** als *Zukommen* und *Nicht-Zukommen* am Anfang aller logischen Bestimmungen steht, als „eine für die Logik wenigstens ganz unnötige Unterscheidung, deren Grund außerhalb der Logik zu suchen ist.“ (Neg 61 [149]) „Die Einteilung der Gedanken (Urteile) in bejahende und verneinende hat keinen Nutzen für die Logik, ihre Durchführbarkeit bezweifle ich.“ (ALD 274) Es sei kein „Merkmal“ zu finden, welches die Unterscheidung von Affirmation und Negation in eindeutiger Weise zuließe (Log II, 71f; Neg 62 [150]); er selbst kenne kein logisches Gesetz, „bei dem eine Einteilung der Gedanken in die Klasse der bejahenden und verneinenden in Betracht käme.“ (Log II, 72; auch Neg 61f [149f]⁴⁴) **FREGE** ignoriert, dass jedes Urteil Unterscheidung und damit Negation involviert. Ohne Negation wären auch die Gedankengefüge nicht bestimmbar; ein Grundgesetz des SFG besagt, dass eine Aussage entweder wahr oder *nicht* wahr ist; auch muss für jedes Paar wertdefiniter Aussagen feststehen, ob ihm ein bestimmtes Gedankengefüge zukommt oder *nicht* zukommt. Wie alle anderen logischen Formen

nutzt **FREGE** die logische Grundbeziehung der Affirmation und Negation beim Aufbau und der Darstellung des SFG, offenbar ohne sich dieser Formen explizit bewusst zu sein.

In die Bildung und Prädikation von Gedankengefügen geht nur der einzelne Gedanke mit seinem *je besonderen* Gehalt⁴⁵ ohne jede Differenzierung von Form und Inhalt, und der Wahrheitswert ein. „Urteilen ... ist etwas als wahr anerkennen. Was als wahr anerkannt wird, kann nur ein Gedanke sein. Der ursprüngliche Kern scheint sich nun gespalten zu haben; ein Teil davon steckt im Worte ‘Gedanke’, der andere im Worte ‘wahr’. Hier wird man wohl stehen bleiben müssen.“ (Neg 63 [151]) Das SFG unterscheidet die verschiedenen Urteile nur danach, ob sie für wahr oder falsch gehalten werden; diese Einteilung der Urteile habe man getadelt, da sie „von allen möglichen Einteilungen der Urteile vielleicht die am wenigsten bedeutsame sei... Was die Bedeutsamkeit betrifft, so wird man sie doch nicht gering schätzen dürfen, wenn das Wort ‚wahr‘ ... der Logik die Richtung weist.“ (Ged 33 [61] Fn.1) Jede andere Einteilung hänge sich an „unwesentliche Nebensachen“, an Grammatik und Psychologie und bringe „die Untersuchung gleich anfangs auf ein falsches Gleis“ (Neg 63 [150]; Briefe XIX/3, 40f). Bei der Bildung der Gedankengefüge kommt es tatsächlich nur auf die Wahrheitswerte von Aussagen, nicht auf ihre logische Form an; die Gedankengefüge selbst sind keine logischen Formen, keine allgemeinen Schemata der logischen Synthesis und damit unabdingbare Bedingungen des Erfahrungsgewinns. Dem vorlogischen Charakter der Gedankengefüge entspricht die fregesche Theorie des Gedankenfassens. Die Behauptung, Wissen entstamme dem unmittelbaren Fassen vorgegebener und quasidinglicher Wahrheiten, ist der Versuch, die fundamentale Voraussetzung und den einzigen Gehalt des SFG, die Wahrheitswertdefinitheit von Aussagen, zu rechtfertigen. Wäre **FREGES** Theorie des Gedankenfassens richtig, wäre jede Logik überflüssig; tatsächlich aber sind die Gedankengefüge völlig überflüssig, da sie doch nur das bloße Fürwahrhalten kundgeben oder in sinnloser Weise verbergen.

1.3.4. An die Konstruktion der Gedankengefüge schließt sich die logische Missdeutung dieser Gedankengefüge an

FREGES Konstruktion der Gedankengefüge beruht einzig auf den eben dargelegten Grundsätzen der Aussagenbezogenheit, der „Wahrheitsfunktionalität“, der Wahrheitswertdefinitheit und Beziehungslosigkeit der durch die Gedankengefüge prädierten Aussagen, der Kombination der Wahrheitswertprädikate und ihrer vollständigen Disjunktivität; es ist unabweisbar, dass aus dieser Konstruktion ein bestenfalls tautologischer Gehalt und durchweg eine theoretische und praktische Belanglosigkeit der Gedankengefüge und des auf diesen Gebilden beruhenden Logikentwurfs resultieren kann. **FREGES** Logikentwurf wäre kaum sein durchschlagender Erfolg beschieden gewesen, wenn unvoreingenommen und konsequent danach gefragt worden wäre, was wir eigentlich mit Hilfe der Gedankengefüge aussagen können. Diese bare Selbstverständlichkeit ist unterblieben, weil **FREGE** und seine Anhänger die Gedankengefüge schon immer mit Deutungen versehen, die ihren tatsächlichen, den eigenen Festsetzungen entspringenden Bedeutungen und insbesondere dem Konstruktionsprinzip der Beziehungslosigkeit krass widersprechen, und weil sie diese nachträglichen Deutungen ohne Weiteres mit den ursprünglichen Festsetzungen identifiziert haben.

Die Bedeutung der Gedankengefüge kann nur mit den umgangssprachlichen Partikeln „und“ und „nicht“ *festgesetzt* werden, und **FREGE** hat sich auch keiner anderen Ausdrücke bedient⁴⁶; gleichwohl behauptet er, manche Gedankengefüge, und v.a. die informationsverschleiernden, seien eine zulässige sachgerechte, präzisierende Fassung der Bedeutung solcher umgangssprachlicher Partikeln, mit deren Hilfe in Alltag und Wissenschaft, wenn auch noch unreflektiert, bedingungslogische Zusammenhänge geprüft, erkannt und ausgedrückt, mit denen Schlüsse gezogen und Beweise geführt werden. **FREGE** behauptet, er habe in seine Bestimmung der Gedankengefüge die logische Kernbedeutung der umgangssprachlichen Ausdrucksmittel für logische Zusammenhänge hineingearbeitet und von allen Ungenauigkeiten, Mehrdeutigkeiten und logisch irrelevanten Nebenbedeutungen befreit, mit denen sie im unreflektierten alltäglichen Gebrauch noch behaftet seien. So gebe die **■**-Aussage, nach welcher von zwei vorgegebenen Aussagen jedenfalls nicht die erste wahr und die zweite falsch ist, den logischen Gehalt des umgangssprachlichen „Wenn-dann“, die **▲**-Aussage, welche nichts anderes besagt, als dass von zwei Aussagen jedenfalls nicht beide falsch sind, den logischen Sinn des umgangssprachlichen „oder“ im nicht-ausschließenden Sinne wieder (Gef 79 [42]; BS XIII).

FREGE glaubt, die *unter der Voraussetzung*, dass 2 nicht größer als 3, und dass 4 keine Primzahl ist, zweifellos richtige, aber unnütze und informationsverschleiernde Behauptung „Es ist falsch, dass einerseits ‚ $2 > 3$ ‘ wahr und andererseits ‚4 ist eine Primzahl‘ falsch ist“ sei „übersetzbar“ in den Satz „Wenn 2 größer als 3 ist, so ist 4 eine Primzahl“ (LU 83; Gef 83 [45]). Der zwar informationsverschleiernde, aber richtige Satz „Es ist falsch, dass die Sätze ‚Friedrich der Große

siegte bei Rossbach‘ und ‚Zwei ist größer als drei‘ beide falsch sind“ lasse sich „kürzer schreiben“ als „Friedrich der Große siegte bei Rossbach, oder zwei ist größer als drei“ (Gef 79f [42]). **HILBERT** und **ACKERMANN** zufolge kann statt „Es ist falsch, dass von den Aussagen ‚ $2 < 3$ ‘ und ‚Der Schnee ist schwarz‘ beide falsch sind“ gesagt werden „2 ist kleiner als 3 oder der Schnee ist schwarz“⁴⁷. Das Gedankengefüge **A**, demzufolge von zwei Aussagen jedenfalls nicht beide falsch sind, könne durch das (nicht-ausschließende) *Oder* der Umgangssprache ausgedrückt werden, und stelle die logische Beziehung zwischen „verträglichen Alternativen“ dar. **L.BORKOWSKI** behauptet zunächst, dass der Ausdruck „ $A \Rightarrow B$ “ dem Ausdruck „ $\neg(A \& \neg B)$ “ mit der Bedeutung „es ist nicht wahr, dass A und nicht B“ „äquivalent“ im Sinne von bedeutungsgleich sei; dies ist richtig, denn „ $A \Rightarrow B$ “ ist die sekundäre Abkürzung von „ $\neg(A \& \neg B)$ “ und „ $\neg(A \& \neg B)$ “ ist die primäre Abkürzung des Satzes „Es ist nicht wahr, dass A und nicht B“; dann aber meint er, man könne den Ausdruck „ $A \Rightarrow B$ “ auch als den umgangssprachlichen Bedingungssatz „wenn A, so B“ lesen⁴⁸ – und genau an diesem Punkt beginnt die Zerstörung der theoretischen Logik.

Die wichtigsten logischen Verhältnisse, die *angeblich* durch zweistellige Gedankengefüge ausgedrückt werden, sind in folgender Tabelle angegeben⁴⁹.

| Das Gedankengefüge | angeblich mögliche „Übersetzung“ in die Umgangssprache | die logische Form, mit der das Gedankengefüge verwechselt wird |
|--------------------|--|---|
| A | ... oder ... (nicht ausschließend) | Verhältnis einziger, verträglicher Alternativen; subkonträre Opposition; (nicht-strikte) Disjunktion |
| C | wenn ..., dann ... | Implikation; Subalternation; Beziehung der hinreichenden Bedingung; Folgebeziehungsbeziehung |
| B | nur wenn ..., dann ... | Beziehung der notwendigen Bedingung |
| D | nicht möglich, dass zugleich ... und ... | konträrer Gegensatz, Unverträglichkeit, Exklusion |
| E | genau wenn ..., dann ... | Äquivalenz, hinreichende und notwendige Bedingung |
| J | (ausschließendes) oder; entweder ..., oder ... | kontradiktorischer Gegensatz, strenge Disjunktion, Widerspruch, erschöpfendes Verhältnis von unverträglichen Alternativen |

FREGE hat die Gedankengefüge zunächst in der angegebenen Weise konstruiert; wenn den Gedankengefügen keine anderen als die aus dieser Konstruktion resultierenden Bedeutungen unterschoben werden, ist ihr nutzloser tautologischer oder gar informationsverschleiender Gehalt, damit ihre logische Irrelevanz offenkundig. Nur dadurch, dass **FREGE** bestimmte Gedankengefüge *im Nachhinein* und in Widerspruch zu ihrer festgelegten Bedeutung als präzisierende Bestimmungen umgangssprachlicher Ausdrucksmittel für logische Zusammenhänge ausgibt, kann er den Anschein erzeugen, die Gedankengefüge stellten logische Verhältnisse dar.

Der Ausdruck der informationsverschleienden Gedankengefüge mit Hilfe umgangssprachlicher, logische Verhältnisse ausdrückender Partikeln ist in allen Fällen eine nachträgliche unzulässig-falsche logische Deutung der Gedankengefüge. Die kritische Prüfung und Bewertung des fregeschen Logikentwurfs muss sich *zuerst und vor allem* der Tatsache dieser nachträglichen logischen Deutung stellen; denn mit der Berechtigung dieser nachträglichen logischen Deutung stehen oder fallen *alle* logischen Ansprüche, die mit **FREGES** Versuch, die Logik auf der Konzeption der Gedankengefüge neu aufzubauen, verbunden werden können. Was **FREGE** und seine Parteigänger zur Rechtfertigung dieser nachträglichen Deutung der Gedankengefüge vorbringen, ist unvoreingenommen zu prüfen. Im Folgenden sollen uns die wichtigsten Stellungnahmen der Anhänger **FREGES** zum Problem der Nachträglichkeit und Zulässigkeit der logischen Deutung der Gedankengefüge beschäftigen.

Anmerkungen zu Teil II, Kapitel 1

-
- 1 Diese „Aussagejunkturen“ werden auch „Wahrheits(wert)funktionen“, „Aussagefunktoren“, „Funktoren“, „Aussagenkonnektive“, „Aussageverknüpfungen“ u.a.m. genannt. **FREGE** spricht meistens von *Gedankengefügen*. Ich benutze nur die fregesche Bezeichnung „*Gedankengefüge*“.
- 2 **G.PATZIG** schreibt, durch **FREGES** Konstruktion der Gedankengefüge sei „die Leitfrage **KANTS** nach einem System der logischen Formen endgültig und befriedigend beantwortet.“ (Sprache und Logik, 2., durchges. und erw. Aufl., Göttingen 1981, S.84). In **FREGES** Logikentwurf könnten „alle logisch relevanten Formen von Sätzen eindeutig ausgedrückt werden.“ (ebd., S.82)
- 3 **SUSAN HAACK**: Philosophy of Logics, Cambridge/London/ New York/Melbourne, 1978. S.4f.
- 4 In der Logistik wird meist von elementaren oder atomaren Aussagen gesprochen.
- 5 „Nicht der Sinn der Aussage für die formale Logik maßgeblich ist, sondern nur der Wahrheitswert. Der Wahrheitswert lässt sich allerdings nur mit Berufung auf den Sinn rechtfertigen. Aber nicht diese Rechtfertigung, sondern nur, dass der Aussage einer der beiden Wahrheitswerte zukommt, ist für die Logik von Bedeutung.“ (**L.ELEY**, Philosophie der Logik, S. 87f) Hier treffen wir auf eine gängige, aber fragwürdige Weise der Argumentation: zunächst lässt sich doch nur behaupten, dass dieses Prinzip der „Wahrheitsfunktionalität“ für die Konstruktion der fregeschen Gedankengefüge maßgeblich ist; ob von diesem Prinzip ausgehend auch logische Formen rekonstruiert werden können (nur dann wäre es „für die formale Logik von Bedeutung“), müsste erst durch den Nachweis gezeigt werden, dass auch die logischen Formen, die dem erkennenden Denken schon vor jeder logischen Reflexion zu Grunde liegen, diesem Prinzip unterstehen. Ein solcher Nachweis ist weder von **FREGE** noch einem seiner Nachfolger erbracht worden. Dass **FREGES** System der Gedankengefüge Logik ist, ist „apriorische“, jeder Begründung entzogene Voraussetzung.
- 6 „Unter einer Wahrheitsfunktion versteht man eine Funktion, deren Argumente Aussagen sind, und deren Wahrheitswert *nur* von dem Wahrheitswert der Argumente abhängt.“ (**JAN LUKASIEWICZ**, Geschichte der Aussagenlogik, 116) – „Im Aussagenkalkül interessiert die Logik besonders die Abhängigkeit des Wahrheitswertes einer Verknüpfung von den Wahrheitswerten ihrer Teile... Die Junktoren bestimmen eindeutig den Wahrheitswert einer Verknüpfung, falls die Wahrheitswerte der verknüpften Teile bekannt sind, bzw. durch Einsetzungen bestimmt werden. Weil also der Wahrheitswert der Verknüpfung eine Funktion der Wahrheitswerte der Teile ist, nennt man die Junktoren auch wahrheitsfunktionale Zeichen.“ (**H.J.HERINGER**, Formale Logik und Grammatik, 11f) – „We shall here consider only those ways of forming compound statements which will allow us to determine the truth or falsity of the resulting compound statements *solely and entirely* on the basis of the truth or falsity of their constituent statements.“ (**NICHOLAS RESCHER**, Introduction to Logic, 175) – „Die elementare Aussagenlogik“ lässt sich „am einfachsten als eine inhaltlich-kombinatorische Theorie der ‚Wahrheitsfunktionen‘ entwickeln.“ (**HILBERT/BERNAYS**, 45) – Der „Grundgedanke“ der Konstruktion von Gedankengefügen besteht darin, „dass es bestimmte Möglichkeiten gibt, komplexe Aussagen aus Teilaussagen zu bilden, und zwar derart, dass der Wahrheitswert der zusammengesetzten Aussage *vollkommen* durch die Wahrheitswerte der Teilaussagen bestimmt ist.“ (**W.C.SALMON**, 73) – Die Gedankengefüge „müssen aus Sätzen solche neuen Sätze aufbauen können, deren Wahrheitswert schon durch die Wahrheitswerte der Ausgangssätze *eindeutig* bestimmt ist. Solche Konjunktionen (oder ‚Junktoren‘, oder ‚Funktoren‘) nennt man ‚Wahrheitsfunktionen‘.“ (**G.PATZIG**, Sprache und Logik, 14) – Um die Wahrheit oder Falschheit eines Gedankengefüges „bestimmen zu können, *genügt es*, die Wahrheit oder Falschheit ihrer Glieder zu kennen.“ (**QUINE**, Grundzüge der Logik, S. 33) – „Wir wollen dabei nur solche Funktoren betrachten, die neue Aussagen bilden, deren Wahrheitswerte *ausschließlich* von dem Wahrheitswert der Aussagen abhängt, die die Argumente dieser Funktoren sind. Um das zum Ausdruck zu bringen, nennen wir diese Funktoren auch Wahrheitsfunktionen.“ (**MENNE**, Einführung in die Logik, 33) – „Die Schemata, mit denen wir uns hier beschäftigen, sind so gestaltet, dass sie Ausdrücke betreffen, von denen wir *nichts* wissen, *außer* dass sie wahr oder falsch sind und dass sie einen der beiden Wahrheitswerte besitzen.“ (**PERELMAN, CHAIM**: Logik und Argumentation, S.7) „Wir müssen wieder betonen, dass bei alledem {der Festsetzung der Bedeutung der Junktoren} kein logisches Verhältnis zwischen den Bedeutungen der Ausdrücke gefragt ist, sondern *ausschließlich* der Wahrheitswerte.“ (9) – „A proposition is called a truth-function of n propositions, if the truth-value of the former is *uniquely* determined by the truth-value of the latter.“ (**G.V.WRIGHT**, On the Idea of Logical Truth, in: Logical Studies, S. 22) (Alle Hervorhebungen von mir – J.P.)
- 7 **FREGE** identifiziert die Operationen der Prädikation und der Abbildung; unter Voraussetzung der exakten algebraischen Definition der Abbildung erweist sich diese Identifikation als unhaltbar. Ich werde später zeigen, dass dann, wenn die Gedankengefüge als *echte* Abbildungen von Paaren von „Wahrheitswerten“ in die Menge der „Wahrheitswerte“ aufgefasst werden, ein anderes System als das der Gedankengefüge entsteht (s. **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**, S. 162)
- 8 In **FREGES** System kommt die fundamentale *logische Form* der Negation, die ich durch das Zeichen „~“ darstelle, nur in einer sehr speziellen Verwendung vor, nämlich als Negation des Als-wahr-Behauptens; die Betrachtung der logischen Negation im Allgemeinen, als logische Form, die unabhängig vom Wahrheitswert präzifizierbar ist, verwirft **FREGE** ausdrücklich als unnützlich und angeblich nicht präzise durchführbar. Die allgemeine logische Form der Negation bezeichne ich mit „~“, die spezielle Form der fregeschen Negation als Negation des Wahrseins einer Aussage A bezeichne ich in den meisten Fällen durch den Ausdruck „ $\neg A$ “.
- 9 Es ist im Rahmen der „modernen Logik“ die Regel, dass in ihrer vortheoretisch-intuitiven Form unanalysiert aufgenommene Vorstellungen einfach durch neu festgesetzte Symbole in der Illusion bezeichnet werden, dass solche „Symbolisierungen“ bereits eine Erkenntnisleistung darstellen, welche über das nur aufgenommene intuitive Verständnis hinausweisen und dieses präzisieren.

- 10 Unter einer Wahrheitswertkombination verstehe ich also nicht eine Kombination der Wahrheitswerte als solcher ($\mathcal{W} \sim \mathcal{W}$, $\mathcal{W} \sim \mathcal{F}$, usw.), sondern eine Kombination wahrheitswertdefiniter Aussagen, sofern sie entweder der Klasse der wahren oder der Klasse der falschen Aussagen angehören: Wahrheitswertkombination 1: *wahre Aussage* \sim *wahre Aussage*; Wahrheitswertkombination 2: *wahre Aussage* \sim *falsche Aussage*; Wahrheitswertkombination 3: *falsche Aussage* \sim *wahre Aussage*; Wahrheitswertkombination 4: *falsche Aussage* \sim *falsche Aussage*. Die Gedankengefüge **FREGES** werden ja nicht Wahrheitswerten, sondern wahrheitswertdefiniten Aussagen zugesprochen (man kann nur von Aussagen, nicht von Wahrheitswerten sagen sie seien wahr oder falsch).
- 11 Das Gedankengefüge **●** spricht einem Aussagenpaar alle vier Wahrheitswertprädikate ab; es kann keinem Paar von Aussagen zukommen, weil jedem Aussagenpaar genau eines der vier Wahrheitswertprädikate zukommt; andernfalls wären die beiden Aussagen jeweils weder wahr noch falsch.
- 12 Abkürzend werden das umgangssprachliche „und“ durch „&“, das umgangssprachliche „nicht wahr“ wird durch „ \neg “, das umgangssprachliche „entweder – oder“ (ausschließendes oder) durch „ \bowtie “ bezeichnet.
- 13 Dies bedeutet in Kürze: *Von den beiden Aussagen A und B ist jede jeweils weder wahr noch falsch*. Das Gedankengefüge **●** ist widersprüchlich und leer. Da alle Wahrheitswertprädikate ausgeschlossen sind, kann **●** nicht mit Hilfe von „entweder–oder“ ausgedrückt werden.
- 14 Andere bedeutungsgleiche Formulierungen sind „Von den beiden Aussagen A und B ist die eine wahr, die andere falsch“; möglich ist auch die Formulierung „Entweder ist A wahr oder es ist B wahr“.
- 15 Auch der Ausdruck „A \bowtie B“ ist eine primäre Abkürzung des umgangssprachlichen Ausdrucks „Entweder ist A wahr oder es ist B wahr“.
- 16 Kürzer: „Es ist jedenfalls A wahr“.
- 17 Kürzer: „Jedenfalls ist A falsch“.
- 18 Kürzer: „Jedenfalls ist B wahr“.
- 19 Kürzer: „Jedenfalls ist B falsch“.
- 20 Man kann auch sagen „Von den beiden Aussagen A und B ist mindestens eine falsch“.
- 21 Dieses Gedankengefüge lässt sich unter anderem auch so formulieren: „Entweder ist A falsch oder es ist B wahr oder beides trifft zu“ oder „Entweder ist A falsch oder A und B sind beide wahr“.
- 22 Man kann auch sagen „Entweder ist A wahr oder es ist B falsch oder beides trifft zu“.
- 23 Auch folgende Formulierungen sind möglich: „Von den beiden Aussagen A und B ist mindestens eine wahr“ „Entweder ist A wahr, oder es ist B wahr, oder beide Aussagen sind wahr“.
- 24 Dies bedeutet „Beide Aussagen A und B sind *jeweils* entweder wahr oder falsch“; das Gedankengefüge **▼** muss also jedem Paar von Aussagen zugeschrieben werden. Da kein Wahrheitswertprädikat ausgeschlossen ist, kann das Gedankengefüge **▼** nicht alleine mit „und“ und „nicht“ ausgedrückt werden.
- 25 „Die Kenntnis der Wahrheitsbedingungen eines Satzes ist dasselbe wie das Verstehen seines Sinns.“ (R.CARNAP, Symbolische Logik, S. 15)
- Bejaht ein Gedankengefüge genau ein Wahrheitswertprädikat (nur dieses eine Wahrheitswertprädikat wird dann nicht ausgeschlossen, alle restlichen ausdrücklich ausgeschlossen), dann ist der Umstand, dass zwei Aussagen dieses Wahrheitswertprädikat zukommt, eine *notwendige und hinreichende* Bedingung dafür, dass diesen Aussagen das betreffende Gedankengefüge zukommt.
- Schließt ein Gedankengefüge zumindest zwei Wahrheitswertprädikate nicht ausdrücklich aus, dann ist die Tatsache, dass zwei Aussagen eines dieser Wahrheitswertprädikate zukommt, jeweils eine *hinreichende, nicht notwendige* Bedingung dafür, dass den beiden Aussagen das Gedankengefüge zukommt.
- Schließt ein Gedankengefüge genau ein Wahrheitswertprädikat ausdrücklich aus, dann ist die Tatsache, dass zwei Aussagen dieses Wahrheitswertprädikat nicht zukommt, eine *hinreichende und notwendige* Bedingung dafür, dass beiden Aussagen das betreffende Gedankengefüge zukommt.
- Schließt ein Gedankengefüge mehr als ein (höchstens drei) Wahrheitswertprädikate ausdrücklich aus, dann ist die Tatsache, dass zwei Aussagen eines dieser Wahrheitswertprädikate nicht zukommt, eine *notwendige, nicht hinreichende* Bedingung dafür, dass beiden Aussagen das betreffende Gedankengefüge zukommt.
- 26 „Die Wahrheitstafel gibt zunächst nur eine hinreichende und notwendige Bedingung für die Wahrheit eines Satzes mit diesem Zeichen, in Bezug auf die Wahrheitswerte der Glieder. Wir können uns nun aber überzeugen, dass die Angabe einer solchen Bedingung die Bedeutung des Zeichens eindeutig festlegt, dass also die weitere Angabe einer Übersetzung des Zeichens durch ein deutsches Wort oder eine Phrase theoretisch überflüssig ist.“ (R.CARNAP, Symbolische Logik, S.14) Das Umgelehrte ist richtig (und das ist äußerst wichtig!): die „Wahrheitstafeln“ sind nichts anderes als „Übersetzungen“ der primären umgangssprachlichen Bedeutungen der Gedankengefüge; richtig ist allerdings, dass jede über *diese* primäre, umgangssprachlich festgesetzte Bedeutung der Gedankengefüge hinausgehende (Um-)Deutung oder „Übersetzung“ theoretisch überflüssig ist; sie ist nicht nur theoretisch überflüssig, sondern unzulässig; auch CARNAP gibt den Gedankengefügen später dann eine von ihrer tatsächlichen Bedeutung erheblich abweichende Deutung („Übersetzung“).

- 27 Die Gedankengefüge sind die „logischen Formen, die sich aus den systematisch in Wahrheitstabeln erfassten möglichen *Beziehungen von Aussagen* ergeben“, behauptet **KLAUS HAMMACHER** (Artikel „Bedingung“, in: HPG 1, 183) – „Die Wahrheitstafel unterscheidet die Wahrheitsbedingungen, unter denen die durch sie definierte *logische Verbindung* wahr ist, von den Wahrheitsbedingungen, unter denen die *logische Verbindung* falsch ist.“ (ELEY, Philosophie der Logik, 91) (Hervorhebungen von mit, J.P.) Der Irrtum, die Gedankengefüge seien logische Formen, ist das falsche Dogma, an dem die ganze „moderne Logik“ hängt.
- 28 **W.KAMLAH/P.LORENZEN**: Logische Propädeutik oder Vorschule des vernünftigen Redens, Mannheim 1967, S.156f. Vgl. Anmerkung 6
- 29 „Alle Dinge nun, die ... als bezüglich ($\pi\rho\delta\varsigma\ \tau\acute{\iota}$) bezeichnet werden, sind bezüglich, weil *das, was sie unmittelbar sind, in Beziehung zu einem anderen besteht*.“ (ARISTOTELES, Met, Δ 15, 1021a 26-28; vgl. auch Kat 7, 6a 36f).
- 30 Man darf sich in diesem Zusammenhang nicht darauf hinausreden, dass die angebliche, durch ein Gedankengefüge ausgedrückte „Beziehung“ nur den Status der Wahrheitswerte, nicht aber Sinn und Gehalt der präzidierten Aussagen betreffe – so wie etwa **N.RESCHER** über das Gedankengefüge „ $A \Rightarrow B$ “ schreibt: „A truth-functional mode of implication can represent only a relationship between the truth status of the antecedent and that of consequent, and *not* a relationship between their meanings.“ (Introduction to Logic, S.179) Die Wahrheitswerte der durch \bullet präzidierten Aussagen sind in Wahrheit völlig unabhängig von einander, jede der Aussagen besitzt ihren Wahrheitswert ganz unabhängig von der jeweils anderen – es gibt also auch keine echte Beziehung zwischen den Wahrheitswerten der durch \bullet gekennzeichneten Aussagen! Die Bedeutung der Gedankengefüge erschöpft sich in der redundant-sinnlosen Wiedergabe vorausgesetzter und zusammenhangsloser Wahrheitswerte.
- 31 Es charakterisiert den Empirismus, dass er unterstellt, das elementare Wissen von der gegenständlichen Realität resultiere aus einem unmittelbaren, bloß passiven, wahrnehmenden Auffassen der Dinge in ihrer Einzelheit; die Einsicht, dass schon die elementarste empirische Feststellung nur dadurch möglich wird, wenn in der Wahrnehmung Gegebenes allgemeinen Begriffen und Gesetzen subsumiert wird, die Einsicht, die erst die Entwicklung der abendländischen Philosophie und Logik ermöglicht hat, wird ignoriert. Auch **FREGE** entwirft eine empiristische (und extrem psychologistische) Erkenntnistheorie, wenn er versucht, sein System der Gedankengefüge (die „Aussagenlogik“), und insbesondere die Tatsache, dass alle realitätsbezogenen Aussagen mit ihren Wahrheitswerten in seinem Logikentwurf samt und sonders vorausgesetzt werden, philosophisch zu begründen (s. Abschnitt 1.3.3. Die Reifikation und Verabsolutierung der Gedanken. Freges Psychologie des Gedankenfassens, S. 94).
- 32 **RUDOLF CARNAP**, Einführung in die symbolische Logik mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen, Wien/New York 1968, dritte, unveränderte Aufl., Nachdruck 1973, S.15. Statt der Zeichen $\&$, ∇ , \Leftrightarrow gebraucht **CARNAP** die Zeichen \cdot , \vee und \equiv .
- 33 **L.WITTGENSTEIN**: Tractatus logico-philosophicus, Frankfurt/Main 1963, S.56
- 34 **F.WAISMANN**: Logik, Sprache, Philosophie, Stuttgart 1976, S.533
- 35 Ebd., S.534. Im gleichen Sinne schreibt **R.CARNAP**: „Ein Satz besagt etwas über die Welt, dass er bestimmte Fälle, die an sich möglich wären, ausschließt, d.h. dass er uns mitteilt, dass die Wirklichkeit nicht zu den ausgeschlossenen Fällen gehört. Je mehr Fälle ein Satz ausschließt, umso mehr besagt er.“ (Symbolische Logik ..., S.21) Die Sätze, die **CARNAP** anspricht, sind freilich nur jene ganz speziellen, ausschließlich in Abhandlungen der „modernen Logik“ vorkommenden Sätze, die Gedankengefüge präzidieren; wenn jemand weiß, dass z.B. zwei Aussagen falsch sind, dann weiß er, dass genau drei Wahrheitswertprädikate ausgeschlossen sind; niemand – außer den Autoren logistischer Abhandlungen – sagt in diesem Falle zweier falscher Aussagen, dass weniger als drei Wahrheitswertprädikate ausgeschlossen sind (z.B. dass jedenfalls nicht beide Aussagen wahr sind, oder dass jedenfalls nicht bloß eine der zwei Aussagen wahr ist, usw.) Wenn schon feststeht, dass zwei Aussagen falsch sind, dann ist die Möglichkeit, dass beide richtig sind, eine *fiktive Möglichkeit*; der für die theoretische Logik konstitutive Grundbegriff der Möglichkeit wird im Rahmen der „modernen Logik“ generell als fiktive Möglichkeit, als Schein-Möglichkeit, verballhornt (siehe **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**, S. 281).
- 36 Diese für **FREGE** einzig mögliche „Definition“ ist recht besehen keine Definition, sondern eine bildhafte, globale Darlegung des Wahrheitsverständnisses des erkenntnistheoretisch unreflektierten Alltagsbewusstseins; der tatsächliche Charakter dieser „Übereinstimmung“ bleibt völlig ungeklärt.
- 37 Dass sich im *Wissen Subjekt* und *Objekt* in spezifischer Weise verbinden, ist eine Voraussetzung jeder sinnvollen logischen Fragestellung. **FREGE** dissoziiert diese drei Seiten und macht sie zu drei für sich bestehenden „Reichen“ (oder „Welten“), für die er jeweils eine eigenständige, mit den anderen unverträgliche „Erkenntnistheorie“ anbietet. Der Welt der *Dinge* entspricht ein sensualistisch interpretierter vortheoretischer Alltagsrealismus; Dinge sehen (tasten, schmecken, riechen) wir, und wir wissen, dass diese wahrgenommenen Dinge unabhängig davon, ob wir sie wahrnehmen, existieren. Für die Welt des *Subjektiven* ist nach **FREGE** die absolut egozentrische (solipsistische) Introspektion zuständig. Dem „dritten Reich“ der eigenständigen *Gedanken* schließlich entspricht die vage, psychologische Vorstellung des Gedankenfassens. „Man sieht ein Ding, man hat eine Vorstellung, man fasst oder denkt einen Gedanken.“ (Ged 44 [69], Fn.5) Die drei „Welten“ sind für **FREGE** Untersuchungsgegenstand der Disziplinen Physik, Psychologie, Logik (die Logik muss er dann doch ganz auf die psychologische Tätigkeit des „Gedankenfassens“ gründen).
- 38 Die Logik müsse vollständig „aus dem Subjektiven herauskommen.“ (GGA I, XXIV) „Es ist das Psychologische vom Logischen, das Subjektive vom Objektiven scharf zu trennen.“ (GLA 10 [XI]) Schon die Annahme, das Logische sei an die menschliche Subjektivität gebunden, ist ihm eine psychologistische Entstellung der Logik: „Kann man ärger den Sinn des Wortes ‘wahr’ fälschen, als wenn man eine Beziehung auf den Urteilenden einschließen will?“ (GGA I, XVI) Was wahr ist, müsse etwas „Objektives, von dem Urteilenden Unabhängiges“ sein (GGA I, XVII, auch XVIII).

- 39 „Wenn man den Gedanken als etwas Psychologisches, als ein Vorstellungsgebilde ansehen wollte, ... so müsste man die Behauptung, dass $2 + 3 = 5$ ist, schon etwa so erklären: „Man hat bemerkt, dass bei vielen Menschen gewisse Vorstellungsgebilde vorkommen, die mit dem Satz $\langle 2+3=5 \rangle$ verknüpft sind. Wir nennen ein Gebilde dieser Gattung Sinn des Satzes $\langle 2+3=5 \rangle$. Soweit man bisher beobachtet hat, sind diese Vorstellungen immer wahr, so dass wir vorläufig immer sagen können: „Nach den bisherigen Beobachtungen ist der Sinn des Satzes $\langle 2+3=5 \rangle$ wahr.““ (Log II, 47) Gegen die psychologistische Begründungsanmaßung spricht auch, dass beim Beweis eines logischen Gesetzes nie auf irgendein Subjekt verweisen wird: „Wenn ich etwas als wahr behauptete, will ich nicht von mir sprechen, von einem Vorgang in meiner Seele. Und um es zu verstehen, braucht man nicht zu wissen, wer es behauptet.“ (Briefe, XXI/2, 111; auch Kernsätze 24) Die kennzeichnet freilich alle wissenschaftlichen Aussagen (auch die psychologischen).
- 40 Gegen **FREGES** These vom selbständigen Bestehen der Gedanken spricht auch, dass sie sich auf jede noch so triviale Feststellung erstrecken müsste; da jedes noch so zufällige Ereignis zum Gegenstand einer wahren Aussage werden kann, müsste auch die entsprechende wahre Feststellung seit jeher unabhängig existieren; dies aber würde einen wirklichkeitsfremden absoluten Determinismus implizieren.
- 41 **FREGES** Tretmühlenargument, wenn es denn einen Wert besäße, würde auch das Gedankenfassen betreffen. Um etwas zu wissen, muss ich mich eines schon bestehenden Gedankens "bemächtigen"; es muss also wahr sein, dass ich mich dieses Gedankens bemächtigt habe; zugleich muss ich neben dem ursprünglichen Gedanke den weiteren Gedanke fassen, dass ich diesen Gedanken fasse. Aber auch letzteres muss wahr sein, also als Gedanken gefasst werden, usw. usf. Jeder Gedanke müsste sich ins schlechte Unendliche vervielfältigen und wir kämen an keinen Punkt, an dem wir die Wahrheit, eine Wahrheit gefasst zu haben, anerkennen könnten.
- 42 In Wahrheit ist **FREGES** Vorstellung einer in sich verschlossenen Subjektivität eine Fiktion; Bewusstsein ist seiner Natur nach immer intentional auf Nichtbewusstsein bezogen; es verbindet uns, soweit es überhaupt Bewusstsein ist, mit der objektiven Wirklichkeit, anstatt uns von dieser abzuschließen; *alles* Seelische und „Subjektive“ steht damit „an der Grenze des Seelischen“, denn „das Seelische“ betrifft unser Verhältnis zur objektiven Realität, freilich auf eine Weise, die nicht durch die theoretische Logik geklärt werden kann
- 43 „Die psychologische Auffassung oder vielmehr Fehldeutung der Logik darf nach **FREGE** und **HUSSERL** als abgetan gelten.“ (**G.PATZIG**, Sprache und Logik, S.7). „Die Reinigung der Logik vom Psychologismus ist das Verdienst ... der bedeutendsten deutschen Philosophen, die um die Jahrhundertwende lebten: **EDMUND HUSSERL** ... und **GOTTLÖB FREGE**.“ (**A.MENNE**, Einführung in die Logik, S.23f).
- 44 Tatsächlich aber ist das Prinzip, wonach entweder die Aussage A oder die Aussage nicht-A wahr ist, das *einzige* logische Gesetz, das in **FREGES** „Aussagenlogik“ berücksichtigt wird.
- 45 **FREGE** spricht vom "Urteilsinhalt", vom "begrifflichen" oder vom "beurteilbaren Inhalt" (vgl. BS 1ff; GGA I, X).
- 46 In aller Regel definieren die Verfechter des fregeschen Logikentwurfs die Gedankengefüge allein mit Hilfe von „und“ und „nicht“, ohne das *umgangssprachliche* „entweder-oder“. So wird der Ausdruck „ $A \Rightarrow B$ “ eigentlich immer als Abkürzung des umgangssprachlich formulierten Gedankengefüges „es ist falsch, das A wahr und B falsch ist“, und nicht des gleichbedeutenden Ausdrucks „Entweder sind A und B beide wahr oder es ist A falsch und B wahr oder es sind A und B beide falsch“ bestimmt; das Gedankengefüge $A \vee B$ wird als die Bedeutung der Formulierung „es ist falsch, dass A und B beide falsch sind“ und nicht als die Bedeutung des Ausdrucks „Entweder sind A und B beide wahr oder es ist A wahr und B falsch oder es ist A falsch und B wahr“ festgesetzt, usw.
- 47 **HILBERT/ACKERMANN**, S.3.
- 48 Formale Logik, S.96
- 49 Zur Behauptung dieser angeblichen Entsprechungen vgl. etwa **A. MENNE**, Einführung in die formale Logik, S. 27-35; **A. MENNE**, Einführung in die Logik, S. 35-39