

II, Kapitel 2. Die logische Missdeutung der Gedankengefüge

2.1. Die Nachträglichkeit der logischen Deutung der Gedankengefüge wird ignoriert, jedenfalls nicht thematisiert

2.1.1. Die Leugnung der Nachträglichkeit der logischen Deutung der Gedankengefüge

Zumeist wird die Diskrepanz zwischen der ursprünglichen Bedeutung der Gedankengefüge und den Bedeutungen, die aus der nachträglichen logischen Deutung der Gedankengefüge resultieren, überhaupt nicht zur Kenntnis genommen oder ignoriert; die Abweichung der neuartigen fregeschen Verwendung der umgangssprachlichen logischen Partikeln von der seit jeher üblichen wird dann nicht einmal als Problem anerkannt. Insbesondere die lehrbuchhaften Darstellungen der fregeschen „Aussagenlogik“ erwecken den Eindruck, als würde die „logische Bedeutung“ der Gedankengefüge aus einer ursprünglichen und direkten präzisierenden Explikation der logischen Verhältnisse resultieren, die wir mit Hilfe umgangssprachlicher logischer Partikeln wie „Wenn“ oder „Oder“ ausdrücken. In Wirklichkeit aber hat **FREGE** die Gedankengefüge definiert, ohne dass diese logischen Partikeln dabei als Definiendum bzw. Definiens aufgetreten wären; erst im Nachhinein hat er den eindeutig-korrekten Ausdruck der Gedankengefüge (z.B. „Es ist falsch, dass die Aussage a wahr und die Aussage B falsch ist“) durch den fragwürdigen Ausdruck mit Hilfe logischer Partikeln (z.B. „Wenn A, dann B“) ohne jede Rechtfertigung ersetzt¹.

Wir lesen etwa, bei der Bildung der Gedankengefüge entstünden „mit Hilfe der Junktoren ‚und‘, ‚oder‘ und ‚wenn, so‘ aus zwei Aussagen a, b die zusammengesetzten Aussagen ‚a und b‘, ‚a oder b‘, ‚wenn a, so b‘.“² Nach **A.OBERSCHÉLP** sind es die umgangssprachlichen „logischen Konstanten“ selbst, die durch begriffsschriftliche Zeichen wie „ \Rightarrow “, „ ∇ “ abgekürzt werden³; die (sekundären!) Bezeichnungen der Gedankengefüge werden als „formal-sprachliche Entsprechungen“ der „logischen Fügewörter ‚und‘, ‚oder‘, ‚nicht‘ und ‚wenn-dann““ ausgegeben, die Wörter „nicht“, „und“, „oder“, „wenn-dann“, „genau wenn“ sollen von vorneherein die „normalsprachliche Lesart“ von Gedankengefügen sein⁴; die tatsächlichen Verhältnisse werden also auf den Kopf gestellt.

Diese Beurteilungen lassen das tatsächliche Vorgehen **FREGES** bei der Definition der Gedankengefüge außer Acht: für das Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ beispielsweise sind nur jene „umgangssprachlichen Lesarten“ zulässig, die dieses Gedankengefüge ursprünglich bei **FREGE** definieren: es sind dies nur die „Lesarten“ „es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist“ (primär abgekürzt als „ $\neg(A \& \neg B)$ “), bzw. „Entweder sind A und B beide wahr, oder sie sind beide falsch, oder A ist falsch und B ist wahr“; dies erhellt schon daraus, dass die Darlegung eines Gedankengefüge \blacksquare nur dann dem unverdorbenen Sprachgefühl akzeptabel und sinnvoll erscheint, wenn es durch die richtige „Lesart“ ausgedrückt wird – wenn z.B. der korrekte (wenn auch nutzlos-informationsverschleiernde) Ausdruck „Es trifft nicht zu, dass Frege katholisch war und Cäsar Gallien erobert hat“ nicht durch die nachträglich-verfälschende und absurde Formulierung „Wenn Frege katholisch war, dann hat Cäsar Gallien erobert“ ersetzt wird. **FREGE** hat also nicht umgangssprachliche Partikeln wie „Wenn“ und „Oder“ aufgegriffen und ihre bereits vorhandene Bedeutung präzisierend normiert, sondern durch die willkürliche, unzulässige Verwendung dieser Partikeln zum Ausdruck seiner Gedankengefüge die zuvor präzise definierten Bedeutungen seiner Gedankengefüge wie auch die Bedeutungen umgangssprachlicher logischer Partikeln verwischt und verfälscht.

Dass einzig der Ausdruck der Gedankengefüge mit Hilfe des „Und“, „Nicht“, evtl. auch des „Entweder-oder“ zulässig ist, zeigt sich auch darin, dass dann, wenn Vertreter des fregeschen Logikentwurfs die Richtigkeit eines Ausdruck wie „ $B \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ “ zu entscheiden haben, sie sich *ausschließlich* an den festgesetzten Wahrheitsbedingungen für die Prädikation von \blacksquare , d.h. an der korrekten ursprünglichen Definition des Zeichens „ \Rightarrow “ als „es ist **nicht** wahr, dass ... wahr **und** ... **nicht** wahr ist“ orientieren; die Prüfung eines solchen Ausdrucks erfordert nur ein korrektes Verständnis der umgangssprachlichen Partikeln „Und“ und „Nicht“, während die Art und Weise, wie das „Wenn“ gebraucht wird, keine Rolle spielt. Erst wenn **FREGE** und seine Anhänger einem solchen

Ausdruck, der doch schon eine eindeutige, wenn auch logisch irrelevante Bedeutung besitzt, einen *logisch* bedeutsamen Gehalt zu geben versuchen, bringen sie nachträglich die „Wenn-dann“-Missdeutung ins Spiel; sie unterstellen so, die Festlegung von Wahrheitsbedingungen (etwa die Bestimmung der Gedankengefüge mit Hilfe der „Wahrheitstafeln“) und die Festlegung der Bedeutung (im Sinne der Deutung der Gedankengefüge als logische Formen) seien Schritte, die auseinander fallen können. Dies trifft nicht zu, denn generell gilt, dass eine Aussage genau dann wahr ist, wenn das, was sie aussagt, zutrifft (eine Präsupposition der theoretischen Logik). Wenn für eine Behauptung „ $A \Rightarrow B$ “ als *Wahrheitsbedingung* festgesetzt wird, dass jedenfalls A nicht wahr und B nicht falsch sein darf, dann hat der Ausdruck auch *keine andere Bedeutung* als „Es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist“. Die Festlegung der Wahrheitsbedingungen für die Prädikation der Gedankengefüge mit Hilfe der angegebenen umgangssprachlichen Ausdrucksmittel stellt zugleich die Festlegung der Bedeutungen der Gedankengefüge dar – eine darüber hinausgehende „Interpretation“ ist nicht statthaft. Niemand wird die Richtigkeit der zulässigen Aussage „Es ist falsch, dass Frege katholisch war und Cäsar Gallien erobert hat“ in Frage stellen können, während jeder, der sich ein unverdorbenes Sprachgefühl bewahrt hat, die Formulierung „Wenn Frege katholisch war, dann hat Cäsar Gallien erobert“ zu Recht für abstrus hält.

2.1.2. Die angebliche Gleichursprünglichkeit der verschiedenen Gedankengefüge; der sekundäre Charakter und die Überflüssigkeit der Gedankengefügebezeichnungen wird bestritten

Die Untersuchung hat gezeigt, dass **FREGES** Konstruktion der Gedankengefüge nur die Partikeln „Und“ und „Nicht“ verwendet, und der Ausdruck von Gedankengefügen mit Hilfe des „Wenn“, „Oder“ usw. eine nachträgliche illegitime Umdeutung bereits klar definierter Konzepte ist⁵. **FREGE** bestreitet diese Sonderstellung des *Und* und behauptet, alle Gedankengefüge seien gleichberechtigt und gleichursprünglich; die Bedeutungen der Partikeln *Wenn* und *Oder* usw. seien in seinem Logikentwurf ebenso elementar wie die Bedeutung des *Und* und könne zur Konstruktion anderer Gedankengefüge benutzt werden. Dieser These zufolge ist es nicht notwendig, alle Gedankengefüge auf der Grundlage des „Und“ zu definieren. Das „Wenn-dann“ würde direkt ein einfaches, nicht vorher durch andere Partikeln zu definierendes Gedankengefüge bezeichnen. „Man kann irgendeine der sechs Arten der Gedankengefüge“ – **K**, **X**, **M**, **A**, **D** und **C** – „zugrunde legen und aus ihr mithilfe der Verneinung die anderen ableiten, so dass für die Logik alle sechs Arten gleichberechtigt sind.“ (Gef 87 [48]) Die verschiedenen Gedankengefüge seien insofern entbehrlich, als es angeblich genüge, von den Junktoren **A**, **B**, **C**, **D**, **K**, **L**, **M** und **X** nur einen einzigen zusammen mit dem Ausdruck „nicht“ zu benutzen, um alle übrigen Gedankengefüge durch sie darstellen zu können.

Wäre diese Behauptung richtig, müsste die Bedeutung der Gedankengefüge nicht in der von mir dargelegten Reihenfolge festgesetzt werden, d.h. *alle* Gedankengefüge müssten nicht in einem *ersten*, entscheidenden Schritt mit Hilfe der Wörter „und“, „nicht“ und „ist wahr“ bestimmt und konstruiert werden. Nur wenn sich z.B. die Bedeutung der Gedankengefüge **C**, **A**, usw. auch ohne vorherigen Rückgriff auf das „und“ und „nicht“ umgangssprachlich erläutern ließe, wäre es möglich, diese Gedankengefüge schon ursprünglich und direkt (nicht erst nachträglich – mit welchem Recht auch immer) durch eigenständige logische Partikeln wie „Wenn-dann“, „Oder“, usw. auszudrücken. Diese behauptete Gleichursprünglichkeit und Gleichberechtigung der Gedankengefüge würde meine Behauptung der Nachträglichkeit und Unzulässigkeit der logischen Deutung der Gedankengefüge widerlegen.

Kann man also – wie **FREGE** und seine Anhänger behaupten – die anderen Gedankengefüge durch das Gedankengefüge **C** definieren und die Bedeutungsgleichheiten $(A \& B) \equiv \neg(A \Rightarrow \neg B)$, $(A \vee B) \equiv (\neg A \Rightarrow B)$, $(A \neq B) \equiv \neg(A \Rightarrow B)$, $(A \uparrow B) \equiv (A \Rightarrow \neg B)$, $(A \neq B) \equiv \neg(\neg A \Rightarrow B)$ und $(A \Leftarrow B) \equiv (\neg A \Rightarrow \neg B)$ rechtfertigen, ohne schon *vorher* die Bedeutung des Zeichens \Rightarrow mit Hilfe der Partikeln „nicht“ und „und“ festgesetzt zu haben? Kann umgekehrt etwa $A \Rightarrow B$ durch die gleichbedeutenden Ausdrücke „ $\neg A \vee B$ “, „ $\neg(\neg A \neq B)$ “, „ $A \uparrow \neg B$ “, „ $\neg A \Leftarrow \neg B$ “ usw. ersetzt werden, ohne dass die Bedeutung der Zeichen „ \Rightarrow “, „ \vee “, „ \neq “, „ \uparrow “, „ \Leftarrow “ und „ \Leftarrow “ bereits vorher *allein* durch „und“ und „nicht“ definiert worden ist? Dies ist nicht möglich, denn wenn nicht *alle* Gedankengefüge (außer **V**) *zuerst* mithilfe von „und“, „nicht“ und „ist wahr“ bestimmt würden, wären diese Bedeutungsgleichheiten weder erkennbar noch begründbar. Nur weil **FREGE** in seiner „Begriffsschrift“ (S.5) „ $A \Rightarrow B$ “ *schon zuvor* durch „**nicht**(A **und** **nicht** B)“ definiert hat, kann er *hernach* auch andere Gedankengefüge mithilfe des Zeichens „ \Rightarrow “ ausdrücken. Wer also nicht weiß, was die Zeichen „ \Rightarrow “ und „ \vee “, also das „wenn-dann“ und „oder“ in der nur bei **FREGE** vorkommenden skurrilen Verwendung bedeuten, wer nicht weiß, dass

„ $A \vee B$ “ *nichts anderes* bedeutet als „**nicht(nicht A und nicht B)**“, und dass „ $A \Rightarrow B$ “ „**nicht(A und nicht B)**“ bedeutet, der kann die Bedeutungsgleichheiten $(A \vee B) \equiv (\neg A \Rightarrow B)$ und $(\neg A \vee B) \equiv (A \Rightarrow B)$ weder erkennen noch begründen – wobei die Kenntnis der Bedeutungen des umgangssprachlichen „Oder“ und „Wenn“ hier keinerlei Rolle spielt.

Da das Gedankengefüge $(A \& B)$ nur deshalb auch durch „ $\neg(A \Rightarrow \neg B)$ “ bezeichnet (nicht etwa definiert) werden kann, weil *zuvor* die Bedeutung von „ \Rightarrow “ als „nicht(A und nicht-B)“ festgesetzt worden ist, erweist sich die Substitution von „ $A \& B$ “ durch den Ausdruck „ $\neg(A \Rightarrow \neg B)$ “ als die Substitution von „ $A \& B$ “ durch „ $\neg\neg(A \& \neg\neg B)$ “. Nach Beseitigung der doppelten Negationen ergibt sich die „Substitution“ von „ $A \& B$ “ durch „ $A \& B$ “. Da die Bedeutungsgleichheit $(A \vee B) \equiv (\neg A \Rightarrow B)$ nur auf der Grundlage der Festsetzung, dass „ $A \vee B$ “ den Ausdruck „ $\neg(\neg A \& \neg B)$ “ und „ $A \Rightarrow B$ “ den Ausdruck „ $\neg(A \& \neg B)$ “ abkürzen soll, eingesehen werden kann, bedeutet die Beziehung $(A \vee B) \equiv (\neg A \Rightarrow B)$ nichts anderes als $\neg(\neg A \& \neg B) \equiv \neg(\neg A \& \neg B)$. Da *jedes* Operieren mit Gedankengefügen auf die ursprüngliche Definition der Gedankengefüge Bezug nehmen muss, erweisen sich diese Substitutionen auf der Basis der sekundären Bezeichnungen der Gedankengefüge nicht als Vereinfachungen, sondern als unnötige Verkomplizierungen⁶, als nutzlose Spielereien, die von der Hauptsache ablenken und der unzulässigen nachträglichen logischen Umdeutung der Gedankengefüge Vorschub leisten.

Dass sich alle Gedankengefüge mit Hilfe des „nicht“ und jeweils den *sekundären* Bezeichnungen der Gedankengefüge **A**, **B**, **C**, **D**, **M**, **L** und **X** darstellen lassen, bedeutet keineswegs, dass sich das „und“ mit Hilfe dieser sekundären Abkürzungen definieren ließe; diese sekundären Abkürzungen können umgekehrt nur mit Hilfe des „und“ festgesetzt werden. Das umgangssprachliche „und“ ist die *einzig* aussagenverbindende Partikel, der zur Bildung der Gedankengefüge herangezogen wird und im SFG eine Rolle spielt. Es ist deshalb keineswegs, wie **FREGE** meint, ein nur „psychologischer Vorzug“, den das Wort „und“ im SFG besitzt (Gef 87 [48]⁷); auch die Behauptung **FREGES**, „dass keine dieser Arten {von Gedankengefügen, J.P.} vor den andern etwas voraus hat.“ (Gef 88 [49]), ist unzutreffend. Nur die Partikel „und“ („&“) ist ein „Urzeichen“ des SFG, nicht etwa „ \Rightarrow “, „ \vee “ oder eine andere sekundäre Gedankengefüge-Bezeichnung, wie **FREGE** meint (BRL 40).

2.1.3. Die irreführende Verbeispielung von Gedankengefügen

Die Tatsache, dass **FREGE** Gedankengefüge, die bereits einen unmissverständlichen sprachlichen Ausdruck haben, im Nachhinein willkürlich mit logischen Partikeln ausdrückt und so eine dem üblichen Sprachgebrauch ganz fremde Verwendung dieser Partikeln einführt, wird auch dadurch vertuscht, dass umgangssprachlich korrekte Oder- oder Wenn-Sätze (bedingungslogische Gesetze oder problematische Enthymeme) unzulässigerweise als Beispiele für die Gedankengefüge **A** und **C** ausgegeben werden. Diese falschen Verbeispielungen beruhen darauf, dass die eigenen klaren Festsetzungen mit vagen logischen Intuitionen konfundiert werden; würden an diese Beispielsätze die eindeutigen und spezifischen Kriterien der Gedankengefüge (insbesondere Wahrheitsfunktionalität und Zusammenhanglosigkeit) angelegt, würde schnell offenbar, dass diese Verbeispielungen unstatthaft sind.

Zum einen werden echte bedingungslogische Gesetzesaussagen als Gedankengefüge vorgestellt. So gibt etwa **A.MENNE** das bedingungslogische \mathbb{A} -Gesetz „Autos haben Trommelbremsen oder sie haben Scheibenbremsen“ als Gedankengefüge **A** aus⁸, **HILBERT/ACKERMANN** verbeispielten das Gedankengefüge **A** durch das \mathbb{A} -Gesetz „Ein Kandidat der Mathematik und Physik muss in Mathematik besonders gründlich Bescheid wissen, oder er muss in Physik besonders gründlich Bescheid wissen“⁹. Für **KLEINKNECHT/WÜST** sind die Implikationsgesetze „Wenn es brennt, dann kommt die Feuerwehr“ und „Wenn die Straße nass ist, dann besteht für Autos erhöhte Schleudergefahr“ Beispiele für das Gedankengefüge **C**¹⁰. Keiner dieser Wenn-Sätze ist ein korrektes Beispiel des Gedankengefüges **C**; sie drücken weder eine Beziehung von Sätzen, deren definitiver Wahrheitswert als bekannt vorausgesetzt werden könnte, aus (die Beispiele sind also keine „Wahrheitsfunktionen“), noch gilt das Prinzip der Beziehungslosigkeit; von zwei Sachverhalten bestimmter Art, die jeweils auf dasselbe Bezugsetzung bezogen sind, wird in diesen Beispielsätzen vielmehr gesagt, dass sie im Verhältnis der verträglichen Alternativen \mathbb{A} , bzw. der Implikation \mathbb{C} stehen.

Auch problematische Konditionale werden als Beispiele für das Gedankengefüge **C** ausgegeben. **FREGE** meint, das problematische Konditional „Wenn $13^{13} > 23^{11}$, so ist $13^{13} + 1 > 23^{11} + 1$ “ sei das Gedankengefüge „ $(13^{13} > 23^{11}) \Rightarrow (13^{13} + 1 > 23^{11} + 1)$ “; er stellt zurecht fest, dass man, um die Wahrheit dieses Konditional zu erkennen, die Wahrheitswerte der Teilsätze nicht wissen muss (Briefe 104); allerdings übersieht er, dass wir es

dann nicht mit einer „Wahrheitsfunktion“ zu tun haben, deren Wahrheit, gemäß **FREGES** eigener Festsetzung, *alleine* von der vorausgesetzten Wahrheit und Falschheit der prädierten Aussagen abhängen darf; die Richtigkeit des Konditionals hängt, anders als jene von **C**, nicht von vorgegebenen Wahrheitswerten ab, sondern erstens von der Gültigkeit des implizit zu Grunde gelegten Gesetzes „Wenn eine erste Zahl größer als eine zweite ist, dann ist der unmittelbare Nachfolger der ersten Zahl größer als der unmittelbare Nachfolger der zweiten Zahl“ *und* der Voraussetzung, dass der Sprecher den Wahrheitswert von „ $13^{13} > 23^{11}$ “ nicht kennt. Wenn sich der Sprecher jedoch kuldig gemacht hat, und die Falschheit des Vordersatzes errechnet hat, kann er nur sagen „Wenn $13^{13} > 23^{11}$ richtig wäre, dann wäre auch $13^{13} + 1 > 23^{11} + 1$ richtig“. Das von **FREGE** angeführte Konditional ist weder „wahrheitsfunktional“, noch besteht Zusammenhanglosigkeit¹¹. Falsche Beispiele des Gedankengefüges **C** sollen diesem einen Gehalt und eine logische Bedeutsamkeit vorspiegeln, die **C** gar nicht besitzt.

J.A.FARIS¹² möchte an einem Beispiel zeigen, dass es keineswegs abwegig ist, wenn eine „Wahrheitsfunktion“ durch das *Wenn* zum Ausdruck gebracht wird – die von ihm dargelegte „Wahrheitsfunktion“ entpuppt sich jedoch als nicht-„wahrheitsfunktionaler“ bedingungslogischer Zusammenhang. Er geht aus von den beiden Sätzen **S**₁: „Robinson ist über 21 Jahre alt“ und **S**₂: „Robinson ist graduiert“. Um zu erhärten, dass der Ausdruck eines Gedankengefüges **C** als Wenn-Satz akzeptabel ist, bezieht **FARIS** die in den Sätzen **S**₁ und **S**₂ angesprochenen Einzelsachverhalte auf den folgenden bedingungslogischen Zusammenhang: wenn jemand einen bestimmten Posten erhält, muss er graduiert sein, falls er über 21 Jahre alt ist. Zwischen den Sachverhaltsklassen **p**: jemand erhält den Posten, **t**: er ist über 21 Jahre alt, und **g**: er ist graduiert, besteht also der bedingungslogische Zusammenhang [**p**, **t**, **g** CV], wenn zusätzlich vorausgesetzt wird, dass es für den, der den Posten erhält, in dem Falle, dass er nicht über 21 Jahre alt ist, keine Rolle spielt, ob er graduiert ist oder nicht. Unter der Bedingung, dass Robinson den Posten erhält, könnten wir den Satz „Wenn Robinson über 21 Jahre alt ist, ist er graduiert“ behaupten; dieser Wenn-Satz sei, so **FARIS**, genau dann richtig, wenn entweder **S**₁ und **S**₂ beide wahr seien, oder wenn **S**₁ und **S**₂ beide falsch seien, oder wenn **S**₁ falsch, **S**₂ wahr sei – aus diesem Grunde stelle dieser Wenn-Satz ein „wahrheitsfunktionales“ Gedankengefüge **C** dar; wie dieses Beispiel belege, sei es „natural and not just perverse to use *if* in a purely truth-functional sense.“¹³

Da eine „Wahrheitsfunktion“ den eigenen Bestimmungen der Logistiker entsprechend eine Behauptung über Aussagen ist, deren Wahrheit *ausschließlich* von der vorgegebenen Wahrheit dieser Aussagen abhängt, ist der anstehende Wenn-Satz eben keine „Wahrheitsfunktion“; denn seine Wahrheit setzt erstens die Geltung des Zusammenhangs [**p**, **t**, **g** CV] voraus, zweitens die Tatsache, dass Robinson den Posten erhält, schließlich drittens, dass der Sprecher *gerade nicht* die Wahrheitswerte von **S**₁ und **S**₂ kennt. Was **FARIS** als Gedankengefüge ausgibt, ist das bedingte problematische Konditional „Da Robinson den Posten bekommt, ist er graduiert, wenn er über 21 Jahre alt ist (sein sollte)“¹⁴ – und dieser enthymematische Schluss kann natürlich korrekt mit Hilfe des Wenn₂ ausgedrückt werden. Wenn tatsächlich nur die vorgegebenen Wahrheitswerte von **S**₁ und **S**₂ berücksichtigt würden, dann könnten wir ihnen, je nachdem, ob die Sätze jeweils wahr oder falsch sind, ein tautologisches und mehrere informationsverschleiende Gedankengefüge zusprechen; wären etwa beide Sätze falsch, dann könnten wir die Wahrheitsfunktion **C** „es ist falsch, dass Robinson über 21 Jahre alt und nicht graduiert ist“ formulieren – der Ausdruck „Wenn Robinson über 21 Jahre alt ist, ist er graduiert“ wäre in diesem Falle in der Tat „unnatürlich und abartig“. Wenn wir von zwei Sätzen wissen, dass (jedenfalls) nicht der erste wahr und der zweite falsch ist, so liegt keineswegs immer eine „Wahrheitsfunktion“ **C** vor: denn gilt $A \Leftrightarrow B$, wissen wir, dass auf jedenfalls der Fall ausgeschlossen ist, dass A wahr und B falsch ist; dieses Wissen ist aber nicht „wahrheitsfunktional“, sondern ist abhängig von der Geltung eines Gesetzes $\mathcal{N}^e(E_A, E_B)$, sowie davon, dass der Sprecher die Wahrheitswerte der Aussagen A und B nicht kennt. Gilt hingegen $A \Rightarrow B$ als „Wahrheitsfunktion“, dann müssen wir entweder wissen, dass A und B beide wahr sind, oder dass B falsch ist: in beiden Fällen ist der Ausdruck als Wenn₂-Satz unzulässig. Wenn also sowohl bei $A \Leftrightarrow B$ wie bei $A \Rightarrow B$ feststeht, dass jedenfalls nicht A wahr und B falsch ist, so ist diese Wahrheitswertkombination doch aus völlig verschiedenen Gründen ausgeschlossen¹⁵. Alle Versuche, Gedankengefüge durch nicht-„wahrheitsfunktionale“ enthymematische Schlüsse oder durch bedingungslogische Zusammenhänge zu erläutern, sind unrechtmäßig und verschleiern den fundamentalen Unterschied zwischen diesen logischen Formen und den Gedankengefügen¹⁶.

2.1.4. Der „wahrheitsfunktionale“ Charakter des *Und* wird auf die logischen Partikeln übertragen

Um die Bedeutung der Gedankengefüge zu definieren, darzulegen und zu verstehen, und um die Wahrheit der Ausdrücke zu entscheiden, die Bezeichnungen von Gedankengefügen enthalten, genügt es, mit der ganz unproblematischen Bedeutung der umgangssprachlichen Partikeln *Und* und *Nicht* vertraut zu sein. Nur von diesen beiden Partikeln besitzt **FREGE** ein sachgerechtes Verständnis und nur von ihnen macht er bei seiner Konstruktion des SFG Gebrauch; nur diese Partikeln haben tatsächlich einen „wahrheitsfunktionalen“ Charakter: ein Satz $\neg A$, der einen Satz *A* bestreitet, hat den entgegengesetzten Wahrheitswert dieses Satzes *A*; ein Satz der aus der *Und*-Verbindung zweier Sätze besteht, ist genau dann wahr, wenn beide Sätze wahr sind; in beiden Fällen muss der Wahrheitswert der vorgegebenen Sätze schon bekannt sein; außerdem sind zwei durch „und“ verbundene Sätze auch dann sinnvoll, wenn zwischen ihnen kein logisch-inhaltlicher Zusammenhang besteht. Nur die Partikel *Und* weist als Bindwort zwischen Aussagen die für Gedankengefüge konstitutiven Eigenschaften der Wahrheitswertdefiniertheit und der „Wahrheitsfunktionalität“ auf; und nur dieses *Und* kann mit der Beziehungslosigkeit der betreffenden Aussagen verbunden sein. Diese Eigenart des *Und* wird in der Logistik unzulässigerweise auf andere Partikeln übertragen. Diese illegitime Übertragung verschleiert wie die falsche Verbeispielung der Gedankengefüge die Nachträglichkeit und Illegitimität der logischen Deutung der Gedankengefüge. „The conjunction ‚and‘ typifies the type of statement-compounding device... Such connectives are said to be truth-functional in that the truth or falsity of the compound statements using them can be determined entirely on the basis of the truth or falsity of the constituent statements.“¹⁷ Nachdem **SALMON** die „Wahrheitsfunktionalität“ von „*A* und *B*“ dargelegt hat, behauptet er ohne Begründung, „andere Ausdrücke, die Aussagen mit einander verknüpfen, wie ‚oder‘, ‚wenn...‘, ‚dann...‘ und ‚genau dann, wenn...‘, können in ähnlicher Weise analysiert werden.“¹⁸ **WAISMANN** konstatiert richtig, dass in den Sätzen *Es ist warm geworden* und *die Sonne scheint* „die Wahrheit des Gesamtsatzes nur ... von der Wahrheit der Teilsätze“ abhängt, und fährt fort, dass auch die Ausdrücke „*p* und *q*“, „*p* oder *q*“, „wenn *p*, so *q*“, „nahe liegende Beispiele“ für derartige „Wahrheitsfunktionen“ seien, ohne dass er diese Behauptung belegt¹⁹. Die Übertragung der „Wahrheitsfunktionalität“ des *Und* und *Nicht* auf -das *Wenn-dann*, das *Oder* usw. ist falsch und unzulässig; alle *logischen* Partikel, durch welche **FREGE** und seine Anhänger unzulässigerweise die *informationsverschleiern*den Gedankengefüge ausdrücken, sind, *sofern sie sich auf Aussagen beziehen*, problematische Enthymeme, die die Kenntnis der Wahrheitswerte der Aussagen-Relata gerade ausschließen und nicht „wahrheitsfunktional“ sind.

2.1.5. Die bedingungslogischen Beziehungen zwischen den Gedankengefüge werden auch als Gedankengefüge missdeutet

Weil – ungeachtet ihrer Gehalt- und Nutzlosigkeit – die Gedankengefüge wohlbestimmte Prädikate sind und für jedes Gedankengefüge aufgrund der primären Festsetzungen exakt feststeht, unter welchen Bedingungen ein Gedankengefüge vorgegebenen wahrheitswertdefiniten Aussagen zukommt und nicht zukommt, stehen auch die bedingungslogischen Verhältnisse zwischen beliebigen Gedankengefüge eindeutig fest; wissen wir also, dass zwei Aussagen ein bestimmtes Gedankengefüge zukommt bzw. nicht zukommt, dann wissen wir auch für jedes andere zweistellige Gedankengefüge, ob notwendig oder möglich ist, dass es den betreffenden Aussage zukommt bzw. nicht zukommt. Das fehlende Bewusstsein der Nachträglichkeit und Unzulässigkeit der logischen Deutung seiner Gedankengefüge verleitet **FREGE** nun dazu, die bedingungslogischen Verhältnisse – die ja mittels der umgangssprachlichen Ausdrücke für logische Zusammenhänge dargelegt werden – zwischen den Gedankengefüge-Schemata völlig bedenkenlos selber als Gedankengefüge anzusehen.

Die *logischen* Verhältnisse zwischen den Gedankengefüge(prädikate)n nenne ich **Gesetze des SFG**. Diese lassen sich, anders als die Gedankengefüge, ohne Widersinn und Paradoxität mit Hilfe umgangssprachlicher logischer Partikeln, wie auch mit Hilfe der von mir vorgeschlagenen Bezeichnungen bedingungslogischer Beziehungen zum Ausdruck bringen.

Es gelten etwa folgende Gesetze des SFG:

Das zwischen den Gedankengefügen **K** und **C** bestehende Gesetzesverhältnis lässt sich umgangssprachlich formulieren: „Wenn zwei Aussagen wahr sind, dann trifft es nicht zu, dass die erste der Aussagen wahr und die zweite falsch ist“ oder auch „Wenn zwei Aussagen *A* und *B* das Gefüge **K** zu-

kommt, *dann* kommt ihnen auch das Gefüge **C** zu, aber nicht umgekehrt“ (Implikation). Das Gesetz lautet in Symbolik der Bedingungslogik „ $(A \& B) \rightarrow (A \Rightarrow B)$ “.

„Wenn eine Aussage A falsch und eine Aussage B wahr ist, *dann* trifft es nicht zu, dass A wahr und B falsch ist“ (Implikation) – in Symbolen „ $(A \neq B) \rightarrow (A \Rightarrow B)$ “

„Wenn zwei Aussagen A und B falsch sind, *dann* trifft es nicht zu, dass A wahr und B falsch ist“ (Implikation) – in Symbolen $(A \Downarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow B)$

Diese drei SFG-Implikationsgesetze bestimmen alle miteinander unverträglichen hinreichenden Bedingungen für das Vorliegen des Gefüges $A \Rightarrow B$; auch dieser vierstellige logische Zusammenhang zwischen den Gedankengefügen **C**, **K**, **M** und **X** lässt sich klar und eindeutig mit den logischen Ausdrucksmitteln der Umgangssprache darlegen: Wenn zwei Aussagen das Gedankengefüge **C** zukommt, *genau dann* kommt diesen Aussagen *genau eines und nur eines der Gedankengefüge **K** oder **M** oder **X** zu* – in bedingungslogischen Symbolen: $[(A \Rightarrow B), (A \& B), (A \neq B), (A \Downarrow B) \times \mathbb{J} \mathbb{O} \mathbb{X}]$.

Andere Gesetze des SFG in umgangssprachlicher und symbolischer Darstellung sind:

„Zwei Aussagen A und B kommen die Gedankengefüge **L** und **E** nicht zugleich zu“ (Verhältnis der Unverträglichkeit); in Symbolen: „ $(A \neq B) \uparrow (A \Leftrightarrow B)$ “

„Nur wenn zwei Aussagen das Gedankengefüge **J** zukommt, kommt ihnen auch das Gedankengefüge **M** zu“ (Verhältnis der notwendigen Bedingung); in Symbolen „ $(A \bowtie B) \leftarrow (A \neq B)$ “

„Zwei Aussagen kommt das Gedankengefüge **A** oder **D** oder beide zu“ (Verhältnis der verträglichen Alternative); in Symbolen: „ $(A \nabla B) \vee (A \uparrow B)$ “

„Zwei Aussagen kommt *entweder* das Gedankengefüge **L** oder **C** zu“ (Verhältnis der einzigen unverträglichen Alternativen); in Symbolen: $(A \neq B) \succ (A \Rightarrow B)$

„Wenn zwei Aussagen das Gedankengefüge **K** zukommt, dann kommen ihnen auch die Gedankengefüge **E** und **C** zu; wenn zwei Aussagen das Gedankengefüge **K** nicht zukommt, dann kommt ihnen **C** nur zu, wenn ihnen auch **E** zukommt“; in Symbolen „ $[(A \& B), (A \Rightarrow B), (A \Leftrightarrow B) \mathbb{K} \mathbb{B}]$ “

„Zwei beliebigen Aussagen kommen von den vier Gedankengefügen **A**, **B**, **C** und **D** genau drei zu“; in Symbolen „ $[(A \nabla B), (A \Leftarrow B), (A \Rightarrow B), (A \uparrow B) \mathbb{J} \mathbb{K} \mathbb{K} \mathbb{O}]$ “

Die Gesetze des SFG werden bewiesen, indem unter Bezug auf die Festsetzung der Gedankengefüge jede Vorkommenskombination auf seine Realmöglichkeit hin überprüft wird; es müssen *einerseits* die Wahrheitsbedingungen der Gedankengefüge, *andererseits* die Geltungsbedingungen der logischen Totalformen bekannt sein. Zum Beispiel besteht der Beweis für das Gesetz (6) im Nachweis, dass für die Sachverhaltsklassen $(A \nabla B)$ und $(A \Rightarrow B)$ alle Vorkommenskombinationen außer dem vierten realmöglich sind. Ist von zwei Aussagen etwa die erste wahr, die zweite falsch, kommen den Aussagen zugleich **A** und **D** zu (Vorkommenskombination I ist realmöglich); sind zwei Aussagen A und B wahr, dann kommt den Aussagen wohl **A**, nicht aber **D** zu (Vorkommenskombination II ist realmöglich); sind zwei Aussagen A und B falsch, dann kommt den Aussagen wohl **D**, nicht aber **A** zu (Vorkommenskombination III ist realmöglich); kommt zwei Aussagen A und B das **A** nicht zu, sind beide Aussagen falsch; dann aber kommt den Aussagen **D** zu; kommt umgekehrt zwei Aussagen **D** nicht zu, sind beide Aussagen wahr, dann aber kommt den Aussagen **A** zu (Vorkommenskombination IV ist nicht-realmöglich). Die bedingungslogischen Beziehungen die zwischen jeweils zwei zweistelligen Gedankengefügen bestehen, können übersichtlich in einer Relationenmatrix dargestellt werden²⁰.

Weil FREGE die Gedankengefüge für die logischen Verhältnisse hält, hält er umgekehrt auch die logischen Verhältnisse zwischen den Gedankengefügen für Gedankengefüge. Die daraus resultierenden Widersprüche und Konfusionen nimmt er erst gar nicht zur Kenntnis. Werden nämlich die logischen Beziehungen zwischen den Gedankengefügen begriffsschriftlich selbst als Gedankengefüge dargestellt, erhält man nicht Gesetze des SFG, sondern Gesetze eines ganz anderen Gehalts (ich nenne diese Gesetze **Fregegesetze**); die aus der falschen Auffassung der Gesetze des SFG resultierenden Fregegesetze verwechselt FREGE obendrein noch mit den logischen Gesetzen (die ja bedingungslogische Beziehungen zwischen bedingungslogischen Formen sind). Die *nach Form und Inhalt wohlunterschiedenen* Gesetze des SFG, Fregegesetze und logischen Gesetze werden von FREGE in einer einzigen unreflektierten synkretistischen Intuition identifiziert. Dabei zeigt sich, dass FREGE weder die konstitutiven bedingungslogischen Gesetze seiner eigenen „Aussagenlogik“ (SFG), noch sonst irgendwelche gesetzmäßigen Beziehungen zwischen den Gedankengefügen bestimmen und begriffsschriftlich darstellen kann.

In den oben dargestellten Gesetzen des SFG (1) bis (9) wird behauptet, dass zwischen bestimmten *Gedankengefügen* bestimmte *logische Relationen* bestehen; die entsprechenden Ausdrücke enthalten deshalb Bezeichnungen für bedingungslogische Relationen *und* Bezeichnungen für fregesche Gedankengefüge. Beim Versuch, die logischen Verhältnisse der Gedankengefüge durch die Zeichen von Gedankengefügen darzustellen, ergeben sich andere Gesetze. Aus (1) erhalten wir z.B.

$$(1') \quad (A \& B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$$

Bei der Bestimmung der Bedeutung dieses Ausdrucks dürfen wir den Zeichen der Gedankengefüge keine andere Bedeutung als jene, die **FREGE** selbst festgesetzt hat, dem Zeichen „ $X \Rightarrow Y$ “ also die Bedeutung „nicht(X und nicht Y)“. Wir erhalten dann aus (1') dem Ausdruck

$$(1'') \quad \neg[(A \& B) \& \neg\neg(A \& \neg B)];$$

nach Beseitigung der doppelten Negation erhalten wir

$$(1''') \quad \neg[(A \& B) \& (A \& \neg B)]$$

und nach Weglassen der überflüssigen runden Klammern und der Ersetzung von $A \& A$ durch A erhalten wir

$$(1''''') \quad \neg(A \& B \& \neg B)$$

Der Ausdruck „ $(A \& B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ “ besagt also, dass es für alle Aussagen A und B falsch ist, dass A und B wahr sind, zugleich aber B falsch ist.

Wenn wir in Ausdruck (6) das logische Zeichen „ \vee “ durch die Gedankengefügebezeichnung „ ∇ “ ersetzen, erhalten wir

$$(6') \quad (A \nabla B) \nabla (A \uparrow B).$$

Nach der von **FREGE** festgelegten Bedeutung für die begriffsschriftlichen Zeichen $X \nabla Y \stackrel{\text{def}}{=} \neg(\neg X \& \neg Y)$ – und $X \uparrow Y \stackrel{\text{def}}{=} \neg(X \& Y)$ ergibt sich

$$(6'') \quad \neg[\neg\neg(\neg A \& \neg B) \& \neg\neg(A \& B)].$$

Nach Beseitigung der doppelten Negation erhalten wir

$$(6''') \quad \neg[(\neg A \& \neg B) \& (A \& B)].$$

Nach Beseitigung der überflüssigen runden Klammern ergibt sich

$$(6''''') \quad \neg(\neg A \& \neg B \& A \& B).$$

Der Ausdruck „ $(A \nabla B) \nabla (A \uparrow B)$ “ besagt: es ist falsch, dass zwei Aussagen jeweils zugleich wahr und falsch sind.

Der Ausdruck der **Fregegesetze** weist wohl Zeichen von Gedankengefügen, nicht aber von bedingungslogischen Total- und Partialrelationen auf. Von diesen Fregegesetzen meint **FREGE**, sie seien die Gesamtheit der „Gesetze oder Urteile des reinen Denkens“ (BS 25) – womit er die logischen Gesetze meint; fasst man diese Gesetze jedoch auf der Grundlage der fregeschen Festsetzungen – und alles andere ist unzulässig –, zeigt sich, dass diese Gesetze allesamt nur eine unendliche Variation der einen Aussage sind, dass eine Aussage nicht zugleich wahr und falsch sein kann²¹ (und gleichzeitig irgendeine andere Aussage wahr bzw. falsch); die Fregegesetze sind samt und sonders nur unvollständige Formulierungen der Prinzipien der Wahrheitswertdefinitheit und der Disjunktivität und Vollständigkeit der Wahrheitswertprädikate – zwei konstitutiven *Voraussetzungen* des SFG²². Dabei gibt es verschiedene, unterschiedlich komplizierte Versionen dieser Variation²³; der logische Gehalt *aller* Fregegesetze beschränkt sich jedoch stets auf dieselbe platte Binsenweisheit: eine Aussage ist nicht zugleich wahr und falsch²⁴. Die Behauptung, diese „aussagenlogischen Wahrheiten“ beruhen „ausschließlich auf der aussagenlogischen Form der Aussage“ ist unhaltbar: diese trivialen Wahrheiten liegen noch jenseits aller Unterscheidungen logischer Formen: denn welche logische Form eine Aussage A auch immer aufweist – ob die Form einer Feststellung (einer singulären Aussage) oder die Form irgendeiner bedingungslogischen Gesetzesaussage (eines Allsatzes, einer Implikationsaussage, usw.) – sie ist entweder wahr oder falsch²⁵.

Die Beziehungen zwischen den Gedankengefügen sind bedingungslogische Verhältnisse; dass **FREGE** diese Zusammenhänge zwischen den Gedankengefügen selbst als Gedankengefüge aufgefasst, belegt, dass er in seiner „Aussagenlogik“ eigentlich *diese* bedingungslogischen Formen, wenn auch erfolglos, zu bestimmen und in ihren gesetzmäßigen Zusammenhängen aufzuzeigen versucht hat. Aus der Verwechslung der Gedankengefüge mit logischen Formen resultiert zum einen eine Verwechslung der **Gesetze des SFG** mit den **Fregegesetzen**; auf der anderen Seite werden die Fregegesetze mit den **logischen Gesetzen** – die ja bedingungslogische Zusammenhänge

ge zwischen bedingungslogischen Formen sind – konfundiert. Ersetzen wir etwa im Ausdruck des Fregegesetzes „ $(A \nabla B) \nabla (A \Rightarrow B)$ “ die Bezeichnungen der Gedankengefüge \blacktriangle und \blacklozenge durch die Bezeichnungen der bedingungslogischen Verhältnisse \mathbb{A} und \mathbb{C} , resultiert der Ausdruck „ $(A \vee B) \vee (A \rightarrow B)$ “; dieser Ausdruck ist zunächst sinnlos, denn die Teilausdrücke „ $A \vee B$ “ und „ $A \rightarrow B$ “ besagen, dass zwischen zwei *Aussagen* die logische Relation \mathbb{A} bzw. \mathbb{C} besteht; logische Formen bestehen jedoch nicht zwischen Aussagen, sondern zwischen Sachverhalts-/Ereignisklassen; nur wenn auch die Beliebig-Element-Zeichen A und B für Aussagen durch Beliebig-Element-Zeichen p und q für Sachverhalts-/Ereignisklassen ersetzt werden, erhalten wir aus dem Ausdruck des Fregegesetzes den Ausdruck eines logischen Gesetzes, nämlich „ $(p \vee q) \vee (p \rightarrow q)$ “; diese Gesetzesaussage ist freilich falsch, denn zwischen den Formen \mathbb{A} und \mathbb{C} besteht die Beziehung der Exklusion \mathbb{D} . Die nachträgliche Missdeutung der Gedankengefüge als logische Formen führt also unvermeidlich in eine heillose Konfusion von logischen Gesetzen, Gesetzen des SFG und Fregegesetzen; diese Konfusion erwächst letztlich aus der Abneigung der Logiker, sich bei der Deutung der begriffsschriftlichen Formeln an die eigenen Festlegungen zu halten.

Ich werde später die strukturellen Unterschiede zwischen den logischen Gesetzen und den Fregegesetzen näher untersuchen. Wenn wir in einem Ausdruck eines logischen Gesetzes die Beliebig-Element-Zeichen für Sachverhalts-/Ereignisklassen durch Beliebig-Element-Zeichen für Aussagen, und die Zeichen für logische Totalformen durch die Zeichen derjenigen Gedankengefüge, die mit den betreffenden logischen Formen konfundiert werden, ersetzen, ergibt sich in dem einen Fall ein gültiges Fregegesetz²⁶, in einem anderen Falle nicht²⁷. Werden umgekehrt in einem Ausdruck eines Fregegesetzes die Beliebig-Element-Zeichen für Aussagen durch Beliebig-Element-Zeichen für Sachverhalts-/Ereignisklassen, und die Bezeichnungen der Gedankengefüge durch die Bezeichnungen der logischen Formen, die mit ihnen verwechselt werden, ersetzt, ergibt sich aus einem gültigen Fregegesetz in manchen Fällen ein gültiges logisches Gesetz²⁸, in anderen Fällen jedoch nicht²⁹. Daraus folgt, dass sich logische Gesetze und Fregegesetze keineswegs entsprechen. Im Rahmen des SFG, allein mit den Ausdrucksmitteln der *Begriffsschrift*, lassen sich auch indirekt, etwa aufgrund irgendeines Homomorphismus zwischen Gedankengefügen und logischen Funktoren, keine logischen Gesetze darstellen.

2.1.6. Die Pseudoschlusschemata des SFG

2.1.6.1 Der zirkuläre Charakter der fregeschen „Schlussgesetze“

Nach Meinung der „modernen Logiker“ soll sich die logische Relevanz der fregeschen Gedankengefüge insbesondere darin zeigen, dass auf ihrer Basis alle nur möglichen Schemata des Schließens konstruiert werden können; diese Auffassung lässt sich nur vertreten, wenn der „wahrheitsfunktionale“ Charakter der Gedankengefüge „vergessen“ wird. Alles „richtige Schließen“, dessen Gesetze die Logik darzustellen habe (Log I, 3), vollziehe sich, so **FREGE**, gemäß einem Schlusschema, einem „allgemeinen Schlussgesetze“ (GLG III-V, 304), welche die Prämissen und Konklusion(en) verbinde und es unmöglich mache, dass die Prämissen wahr seien und die Konklusion(en) falsch sei(en). **FREGE** und seine Anhänger glauben, dass die Gedankengefüge, v.a. das Gedankengefüge \blacklozenge , eben diese Struktur aufweisen: unter der Voraussetzung, dass zwei Aussagen ein bestimmtes Gedankengefüge zukomme, könne aus der Wahrheit bzw. Falschheit der einen Aussage die Wahrheit bzw. Falschheit der anderen Aussage *gefolgert* werden. So bestimmt **FREGE** auf der Basis von \blacksquare den „Schluss“ „Nicht [A und B] ist wahr; A ist wahr; also ist B falsch.“ (Gef 77 [41]); dieses Schema wird von **FREGE** offensichtlich mit dem Schlusschema \mathbb{D}/α verwechselt; ich bezeichne **FREGE**S Schema mit dem Ausdruck „ \blacksquare/α “³⁰. Für das Gedankengefüge \blacktriangle ergebe sich der „Schluss“ „(A oder B)³¹ ist wahr; A ist falsch; also ist B wahr.“ (Gef.80 [43] – es ist das mit \mathbb{A}/β verwechselte Schema \blacktriangle/β ; für das Gedankengefüge \blacklozenge das „Schlusschema“ „[Wenn B, so A]³² ist wahr; B ist wahr; also ist A wahr.“ (Gef 85 [47]); dieses mit dem Schlusschema \mathbb{C}/α identifizierte Schema schreibe ich als \blacklozenge/α . Insbesondere diesem Schema \blacklozenge/α soll unmittelbar der wesentliche Charakterzug der logischen Folgebeziehung eignen, nämlich „dass man aus wahren Voraussetzungen stets wahre Folgerungen erhält... Wenn $A \Rightarrow B$ wahr ist und A wahr ist, so ist B aufgrund der Definition von \Rightarrow wahr.“³³

Vor allem **B. RUSSELL** hat den Kritikern der logischen Deutung von \blacklozenge den angeblichen Folgerungscharakter des Gedankengefüges \blacklozenge ($A \Rightarrow B \equiv \neg A \nabla B$) entgegengehalten. „Wenn A und $\neg A \nabla B$ beide wahr sind, dann ist B wahr. In diesem Sinn wird die Proposition $\neg A \nabla B$ als die Behauptung eingeführt, dass A das B impliziert... Das

für ‚A impliziert B‘, d.h. für ‚ $\neg A \vee B$ ‘ verwendete Symbol ist ‚ $A \Rightarrow B$ ‘. Dieses Symbol kann auch gelesen werden: ‚wenn A, so B‘.³⁴ „Das Schema eines Schlusses besteht aus einem Satz A und einem Satz ‚aus A folgt B‘, woraus wir B schließen. Wenn wir es nun mit den Prinzipien der Deduktion zu tun haben, so muss unser Apparat von Grundsätzen sowohl das A wie das ‚aus A folgt B‘ enthalten.“³⁵ Dieses „aus A folgt B“ werde exakt durch ‚ $A \Rightarrow B$ ‘ ausgedrückt, denn wenn $A \Rightarrow B$ und A wahr seien, dann sei auch B wahr. „Damit es gültig ist, B aus A zu schließen, ist nur notwendig, dass A und der Satz ‚Nicht-A oder B‘ wahr ist. Wenn dieser Fall zutrifft, so ist es klar, dass B wahr sein muss.“³⁶ Es stehe somit fest, „dass wir keine Form des Folgens als Grundbegriff einzuführen brauchen, die nicht durch eine Wahrheitsfunktion ausdrückbar ist.“³⁷

Wir haben die Behauptung zu prüfen, dass aus $A \Rightarrow B$ und A die Aussage B folgt, bzw. dass $A \Rightarrow B$ und A die Aussage B implizieren; dabei dürfen wir nicht außer Acht lassen, dass $A \Rightarrow B$ eine „Wahrheitsfunktion“ ist, und deshalb die Wahrheit der „Prämisse“ $A \Rightarrow B$ nur vom Wahrheitswert von A und/oder von B abhängen darf. Nun gilt für einen korrekten Schluss von den Prämissen P_1 und P_2 auf die Konklusion K nicht nur, dass es unmöglich sein muss, dass die Prämissen P_1 und P_2 wahr und die Konklusion K falsch ist, sondern ebenso, dass man zur Begründung der Wahrheit der Prämissen nicht schon die Wahrheit der Konklusion voraussetzen darf. Ein „Schluss“, der zur Begründung der Prämissen bereits die Wahrheit der Konklusion voraussetzt, ist ein zirkulärer *Pseudoschluss*, ein in der traditionellen Logik „*Petio principii*“ genannter *Trugschluss*, der schon voraussetzt, was angeblich erst erschlossen wird. **Alle auf der Grundlage von Gedankengefügen erstellten Schlusschemata sind ausnahmslos Schemata solcher Trugschlüsse.** Dies ergibt sich aus dem Charakter der Gedankengefüge als „Wahrheitsfunktionen“.

Im angeblichen Schlusschema \bullet/α fungiert $A \Rightarrow B$ neben A als „Prämisse“; die „Wahrheitsfunktion“ $A \Rightarrow B$ kann jedoch nur in zwei Fällen als wahr behauptet werden: man muss entweder wissen, dass A falsch ist (B kann dann wahr oder falsch sein), oder dass A und B beide wahr sind. Ist $A \Rightarrow B$ aufgrund der Falschheit von A wahr, dann wäre es ein *Widerspruch*, wenn zugleich die Wahrheit von A als Prämisse behauptet würde; wird $A \Rightarrow B$ aufgrund der Wahrheit von A und der Wahrheit von B behauptet, dann ist der Schluss von $A \Rightarrow B$ und A auf B zirkulär; unter der Voraussetzung der Wahrheit von A kann ich $A \Rightarrow B$ als *Wahrheitsfunktion* nämlich *nur dann* als wahr voraussetzen, wenn ich die Wahrheit von B bereits kenne. Dass „A“ und „ $A \Rightarrow B$ “ beide wahr sind, bedeutet nichts anderes als das „ $A \& B$ “ wahr ist; aus der Wahrheit von „ $A \& B$ “ jedoch die Wahrheit von „B“ zu „erschließen“, ist zirkulär. Die richtige Feststellung v. WRIGHTS, dass eine „materiale Implikation“ nur dann zum Schließen verwendet werden kann, „when the composite has been reached irrespectively of any assertion of the truth or falsity of its components“³⁸, bedeutet, dass die „materiale Implikation“ \bullet (als „Wahrheitsfunktion“) unter keinen Umständen zur Grundlage eines Schlusschemas genommen werden kann.

Durchweg alle von FREGE behaupteten „Schlussgesetze“ sind solche Trugschlusschemata. Die Wahrheit der „Prämissen“ kann in *allen* Fällen nur dann behauptet und begründet werden, wenn die Wahrheit der „Konklusion“ schon als bekannt vorausgesetzt ist:

Im Schema \blacksquare/α wird $\neg(A \& B)$ unter der Voraussetzung A behauptet; dies ist nur dann möglich, wenn ich bereits voraussetze, dass B falsch ist; $(A \uparrow B) \& A$ ist gleichbedeutend, mit $(A \& \neg B)$; wir haben in Wahrheit also den Trugschluss „Wenn A wahr und B falsch ist, dann ist B falsch“.

Im Schema \blacktriangle/β wird $\neg(\neg A \& \neg B)$ unter der Voraussetzung $\neg A$ behauptet; dies ist nur möglich, wenn die Wahrheit von B schon vorausgesetzt ist – „ $(A \vee B) \& \neg A$ “ ist gleichbedeutend mit „ $\neg A \& B$ “, und wir haben in Wirklichkeit den Trugschluss „Wenn A falsch und B wahr ist, dann ist B wahr“.

Im Schema \bullet/α wird $A \Rightarrow B$ unter der Voraussetzung A behauptet; dies ist nur möglich, wenn ich schon weiß, dass B wahr ist; „ $(A \Rightarrow B) \& A$ “ ist gleichbedeutend mit „ $A \& B$ “, wir haben in Wirklichkeit das Trugschlusschema: Wenn A und B wahr sind, dann ist B wahr.“

Wenn FREGE diese Trugschlusschemata als „Schlussgesetze“ missversteht und ihren zirkulären Charakter übersieht, „vergisst“ er wieder einmal, dass er die Gedankengefüge als „Wahrheitsfunktionen“ definiert hat: die Wahrheit eines Gedankengefüges $A \oplus B$ kann sich immer nur aus den vorgegebenen Wahrheitswerten der Aussagen A und B ergeben. Niemals kann der Wahrheitswert von A oder B oder beiden aus einem Gedankengefüge $A \oplus B$ erschlossen werden, denn immer, wenn dies so scheint, ist der angeblich erschlossene Wahrheitswert einer oder beider Aussagen (die „Konklusion“) schon unabdingbare Voraussetzung, um das Gedankengefüge (eine der „Prämissen“) zu behaupten³⁹.

B. RUSSELL und andere haben – im Gegensatz zu FREGE selbst – indes durchaus erkannt, dass, wenn $A \Rightarrow B$ mit A zu den Prämissen eines Schlusses gemacht wird, das Gedankengefüge weder durch die Falschheit von A noch

die Wahrheit von B begründet sein dürfte. „Ein Schluss wird nur dann wirklich vorliegen, wenn der Satz ‚Nicht-A oder B‘ auf andere Weise bekannt ist als vermöge der Kenntnis von Nicht-A oder B. Sobald A falsch ist, ist ‚Nicht-A oder B‘ wahr, aber unbrauchbar für einen Schluss, der die Wahrheit von A verlangt. Wenn man schon weiß, dass B wahr ist, so weiß man natürlich auch, dass ‚Nicht-A oder B‘, was aber wieder für einen Schluss nutzlos ist, da B schon bekannt ist und nicht erst erschlossen zu werden braucht. In der Tat, es entsteht nur dann ein Schluss, wenn ‚Nicht-A oder B‘ erkannt werden kann, ohne dass man schon weiß, welche beiden Alternativen die Disjunktion wahr macht.“⁴⁰ In gleichem Sinn schreibt G.PATZIG, man dürfe nicht außer Acht lassen, dass die Schlussregel „Wenn $A \Rightarrow B$ und A, dann B“ „in den Fällen, in denen die Wahrheit von $\neg A \Rightarrow B$ wegen der Falschheit von $\neg A$ bekannt ist, nicht angewendet werden kann, weil dann die 1. Prämisse, eben $\neg A$, nicht gilt. Ebenso wenig ist es sinnvoll, die Regel dann anzuwenden, wenn die Wahrheit von $A \Rightarrow B$ wegen der Wahrheit von $\neg B$ feststeht. Denn wenn ich schon weiß, dass B gilt, brauche ich es nicht aus $\neg A$ und $A \Rightarrow B$ umständlich zu erschließen“⁴¹. Die Anwendung der Regel „Wenn $\neg A$ gilt und auch $A \Rightarrow B$ gilt, dann gilt auch $\neg B$ “ ist also nur dann möglich, wenn die Wahrheit von $A \Rightarrow B$ nicht dadurch bekannt ist, dass die Wahrheit von B oder die Falschheit von A bereits feststeht.“⁴²

Einerseits wäre also \mathbf{C}/α nur dann ein echtes Schlusschema, wenn die Wahrheit von $A \Rightarrow B$ und A nicht schon die Wahrheit von B voraussetzte, andererseits aber ist es völlig unmöglich, die Wahrheit von $A \Rightarrow B$ als „Wahrheitsfunktion“ zu behaupten, ohne dass schon die Wahrheit von B oder die Falschheit von A feststeht. RUSSELL versucht, sich dem Dilemma durch den Vorschlag zu entziehen, dass nur dann, wenn die Wahrheit der Prämisse $A \Rightarrow B$ aus „rein logischen“ oder „formalen“ Gründen gelte, dem Schema \mathbf{C}/α der behauptete Schlusscharakter zugestimmt werden solle: zwischen A und B müsse eine bestimmte „formale Beziehung“ bestehen, und diese werde „nur gebraucht, um zu wissen, dass entweder die Prämisse (the premises) falsch oder der Schluss (the conclusion) wahr ist“ – dabei müsse man nicht schon wissen, welche der beiden Möglichkeiten tatsächlich gegeben ist. Eine solche „formale Beziehung“ bestehe z.B. zwischen $(C \Rightarrow \neg D)$ und $(D \Rightarrow \neg C)$; man könne behaupten, dass das eine das andere impliziere, ohne schon zu wissen, ob $(C \Rightarrow \neg D)$ bzw. $(D \Rightarrow \neg C)$ wahr oder falsch sei.⁴³

Dieser Vorschlag ist nur ein scheinbarer Ausweg, denn hier haben wir es gar nicht mehr mit der „Wahrheitsfunktion“ \mathbf{C} zu tun; die „formale Beziehung“, die RUSSELL jetzt ins Spiel bringt, ist nicht mehr das Gedankengefüge \mathbf{C} , sondern die logische Beziehung des Entailment, nach der, als Alternative zu \mathbf{C} , die Relevanzlogiker so angestrengt und mit so mäßigem Erfolg suchen⁴⁴. RUSSELL nimmt weder zur Kenntnis, dass die Relata dieser „formalen Relation“ nicht mehr wahrheitswertdefinite Aussagen, sondern allgemeine Gedankengefügeprädikato- ren sind – schon deshalb also keine „Wahrheitsfunktion“ vorliegt; noch registriert er, dass das Vorliegen dieser Entailmentrelation nicht mit den Mitteln des SFG entschieden werden kann. Um also nachzuweisen, dass die „Wahrheitsfunktion“ \mathbf{C} eine adäquate Grundlage für das Schließen ist, schlägt er vor, \mathbf{C} durch eine Beziehung zu ersetzen, die keine „Wahrheitsfunktion“ ist!

Nach RUSSELL und anderen⁴⁵ besteht diese Entailmentbeziehung zwischen zwei Gedankengefügeprädikato- ren Γ_1 und Γ_2 – genau dann, wenn $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ ein Fregegesetz (eine „Tautologie“) ist, was sich ja im Rahmen des SFG nachweisen ließe; wie wir sehen werden, besteht jedoch nicht in allen Fällen eines Fregegesetzes der Form $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ zwischen Γ_1 und Γ_2 eine Entailmentbeziehung⁴⁶. Der Trugschlusscharakter des Schemas \mathbf{C}/α kenn- zeichnet außerdem auch das Schema „Wenn $(\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2)$ eine ‚Tautologie‘ ist und wenn Γ_1 eine ‚Tautologie‘ ist, dann ist Γ_2 eine ‚Tautologie‘“; denn auch unter der Voraussetzung, dass Γ_1 eine „Tautologie“ ist, kann ich *nur dann* behaupten, dass $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ eine „Tautologie“ ist, wenn ich bereits weiß und voraussetze, dass auch Γ_2 eine „Tautologie“ ist.

Wie RUSSELL richtig erkennt, können wir wissen, dass $(C \Rightarrow \neg D)$ das $(D \Rightarrow \neg C)$ „impliziert“, ohne dass wir wie im Falle von Gedankengefügen Wahrheitswerte schon voraussetzen könnten oder müssten⁴⁷. Deshalb darf das logische Verhältnis zwischen $(C \Rightarrow \neg D)$ und $(D \Rightarrow \neg C)$ nicht als eine „wahrheitsfunktional entscheidbare Wahrheitsfunktion“ aufgefasst werden; das logische Verhältnis lässt sich dann ermitteln, wenn systematisch über- prüft wird, ob die Bedingungen für die Geltung der beiden Gedankengefüge $(C \Rightarrow \neg D)$ und $(D \Rightarrow \neg C)$ 1) zugleich vorliegen, und 2) zugleich nicht vorliegen können, und ob 3) und 4) die Bedingungen für die Geltung des einen Sachverhalts vorliegen können, ohne dass die Bedingungen für das Vorliegen des anderen Sachverhalt erfüllt sind: diese Prüfung ergibt, dass die Bedingungen für $(C \Rightarrow \neg D)$ genau dann vorliegen, wenn auch die Bedingun- gen für $(D \Rightarrow \neg C)$ vorliegen, es gilt das \mathbb{E} -Gesetz des SFG $(C \Rightarrow \neg D) \leftrightarrow (D \Rightarrow \neg C)$; auf der Basis dieses

bedingungslogischen Gesetzes kann dann natürlich ein echter, nicht-zirkulärer Schluss nach dem *logischen* Schlusschema \mathbb{E}/α vollzogen werden⁴⁸.

RUSSELLS Plädoyer, dass man auf der Grundlage von Gedankengefügen, insbesondere von \mathbf{C} , Schlussgesetze (Schlussregeln, Schlusschemata) erstellen könne, ist in sich widersprüchlich: einerseits erkennt er recht klar, dass die von **FREGE** behaupteten Schlusschemata wegen ihrer Zirkularität ungültig sind. Um die von **FREGE** behaupteten „Schlussgesetze“ dennoch zu retten, meint er, man könne das „wahrheitsfunktionale“ Gedankengefüge durch die „Tautologie“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ ersetzen; gelte $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$, könne behauptet werden, dass das Γ_1 das Γ_2 impliziert, ohne dass man, wie bei der Wahrheitsfunktion schon wissen müsse, ob Γ_1 wahr oder Γ_2 falsch sei. Der „Tautologie“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ kann zwar unter Umständen, eine echte Implikation oder eine echte Äquivalenz zwischen Γ_1 und Γ_2 entsprechen, dann aber ist die zugrunde gelegte Beziehung zwischen Γ_1 und Γ_2 eben *kein* Gedankengefüge \mathbf{C} mehr. Es bleibt dabei: alle von **FREGE** behaupteten „Schlussgesetze“ sind Schemata von Trugschlüssen; im Rahmen des SFG ist es **FREGE** nicht gelungen, auch nur ein einziges Schlussgesetz darzulegen.

2.1.6.2. Priors falsche Kritik an den angeblichen Schlusschemata des SFG

ARTHUR N. PRIOR⁴⁹ stellt die „analytische Validität“ in Frage, die „Schlüssen“ wie „A ist wahr und B ist wahr, also ist A wahr“ („Grass is green and the sky is blue, therefore grass is green“) in der „modernen Logik“ zugesprochen wird; seine Einwände gegen die logistischen „Schlusschemata“ treffen aber nicht den Kern des Problems. Anstatt ihre Zirkularität aufzuzeigen, behauptet **PRIOR** zu Unrecht, mittels dieser „Schlusschemata“ ließe sich jede beliebige Aussage aus jeder beliebigen anderen Aussage herleiten. Er glaubt ein Gedankengefüge („connective“) „A tonk B“ durch die beiden folgenden „Schlussregeln“ definieren zu können:

- (1) A ist wahr, also ist (A tonk B) wahr
- (2) (A tonk B) ist wahr, also ist B wahr.

Es gelte dann z.B.: „ $\succ 2 + 2 = 4$ ist wahr, also ist „ $\succ 2 + 2 = 4$ tonk $\succ 2 + 2 = 5$ “ ist wahr; „ $\succ 2 + 2 = 4$ tonk $\succ 2 + 2 = 5$ “ ist wahr, also ist $\succ 2 + 2 = 5$ wahr; demnach (aufgrund der Transitivität der Folgerungsbeziehung): „ $\succ 2 + 2 = 4$ ist wahr, also ist $\succ 2 + 2 = 5$ wahr.“

Dieses „tonk“-Gedankengefüge der ersten priorschen Regel ist nun keineswegs eine priorsche Schöpfung, sondern im SFG bereits eindeutig definiert; das zweistellige Gedankengefüge, das durch die Wahrheit von A bereits festliegt, ist das Gedankengefüge \mathbf{I} : $A \not\perp B$; auch die Wahrheit all jener Gedankengefüge, die von $A \not\perp B$ impliziert werden (\mathbf{V} , \mathbf{A} , \mathbf{IB}), sind bei wahren A schon wahr; in keinem diese vier Fälle kann man jedoch aus der Wahrheit des Gedankengefüges auf die Wahrheit der Aussage B schließen⁵⁰. Es gibt kein einziges Gedankengefüge, das es in der Art des priorschen „tonk“ gestatten würde, aus einer beliebigen Aussage eine andere Aussage abzuleiten⁵¹. Tatsächlich kann man, entgegen **PRIORS** Meinung, mit den SFG-„Schlusschemata“ nicht alles, sondern gar nichts beweisen. Die Fehlerhaftigkeit von **PRIORS** Kritik kann nicht zu Gunsten eines logischen Werts der Gedankengefüge in Feld geführt werden.

2.2. Die Diskrepanz zwischen der fregeschen und umgangssprachlichen Verwendung der logischen Partikeln wird zugegeben

2.2.1. Behauptung, dass im Wesentlichen eine Übereinstimmung bestehe zwischen dem normalen und dem fregeschen Gebrauch der logischen Partikeln

Dass **FREGES** Einfall, die Gedankengefüge mit Hilfe logischer Partikeln wie *Wenn* und *Oder* auszudrücken, auf einen neuartigen, ungewöhnlichen Gebrauch dieser Ausdrücke hinausläuft, ist schon **FREGE** nicht verborgen geblieben; diese von **FREGE** und seinen Parteigängern eher intuitiv gefühlte, als theoretisch begriffene Diskrepanz war nie Veranlassung, ernsthaft die sachliche Richtigkeit der fregeschen Verwendung der logischen Partikeln zu überprüfen; man versicherte meistens die Unerheblichkeit dieser Nichtübereinstimmung, oder lastete sie irgendwelchen nebelhaften, nie näher belegten und beschriebenen „logischen Unvollkommenheiten“ des alltägli-

chen Sprachgebrauchs an. Weder **FREGE** noch einer seiner Nachfolger konnte bislang überzeugend darlegen, worin genau der gefühlte Unterschied und die versicherte Entsprechung zwischen der umgangssprachlichen und fregeschen Verwendung der logischen Partikeln besteht, worin also die angebliche Präzisierung der umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel durch **FREGES** *Begriffsschrift* besteht. Die Vorstellungen über diese Unterschiede sind vage: „Man wird vielleicht finden, dass der Sprachgebrauch hierdurch nicht getroffen sei.“ (Gef 83 [45]) „Vielleicht findet man, dass der hier angegebene Sinn des Wortes ‚oder‘ mit dem Sprachgebrauche nicht immer übereinstimmt.“ (Gef 79 [42]) Die Gedankengefüge „treten uns in den natürlichen Sprachen in gewissen Verhüllungen entgegen.“⁵² Die Gedankengefüge entsprächen „in etwa den deutschen Worten ‚nicht‘, ‚oder‘, ‚wenn-so‘, ‚und‘ usf.“⁵³ Die Zeichen „ $\bar{\vee}$ “, „ \Rightarrow “ und „ \Leftrightarrow “ „correspond, roughly, to the words ‚or‘, ‚if...then‘, and ‚if, and only if,...then‘ of ordinary language.“⁵⁴ Die „Übersetzung“ der „logischen Verknüpfungszeichen“ in die deutsche Sprache sei „weniger genau“ als die Definition durch die „Wahrheitstafeln“, „da die verwendeten Wörter der deutschen Sprache den Verknüpfungszeichen zuweilen nur angenähert entsprechen und ferner in ihrer üblichen Verwendung mehrdeutig sind.“⁵⁵ Die Charakterisierung des Unterschieds und der beanspruchten Verbesserung bleibt immer vage („vielleicht“, „nicht immer“, „in etwa“, „gewisses“, „ungefähr“, „grob“, „angenähert“, „some degree of interpenetration of meanings“⁵⁶). **FREGE** selber sucht Zuflucht bei einer fragwürdigen Analogie, wenn er das Verhältnis der „normalen Sprache“ zu seiner Begriffsschrift dem Verhältnis von Auge und Mikroskop gleichstellt (BS XI). Diese Analogie trägt nicht, denn während die Konstrukteure von Mikroskopen genau über die optischen Beschaffenheiten des Auges und das Zusammenwirken von Gerät und Sinnesorgan Bescheid wissen, schenkt **FREGE** dem tatsächlichen logischen Gehalt der Umgangssprache nicht die mindeste Beachtung; hat **FREGE** einmal die Gedankengefüge auf der Basis willkürlicher Dogmen konstruiert, beurteilt er den umgangssprachlichen Gehalt logischer Beziehungswörter nur noch durch die Zerrbrille der Gedankengefüge.

FREGE und seine Nachfolger geben sich mit der nie näher gerechtfertigten, gefühlsmäßigen Vorstellung zufrieden, die Bedeutung der umgangssprachlichen logischen Beziehungswörter würde doch wenigstens annähernd und ungefähr der Bedeutung der Gedankengefüge entsprechen. Weder die auch für **FREGE** unbestreitbare Diskrepanz (vgl. Gef 79 [42], 83f [45f]; EL 76) – Bildungen wie „Wenn 2 kleiner ist als 3, so ist der Schnee schwarz“⁵⁷ tauchen nirgendwo sonst als in den Abhandlungen zur „modernen Logik“ auf – noch die unterstellte Entsprechung von Gedankengefügen und logischen Formen wird näher untersucht und überzeugend nachgewiesen.

2.2.2. Die zirkuläre Rechtfertigung: Freges Gebrauch der logischen Partikeln dient als „Beweis“, dass dies zumindest eine mögliche und „gebräuchliche“ Verwendung ist

Oft wird **FREGES** neuartiger Gebrauch der logischen Partikeln als Beleg in Anspruch genommen, dass dieser Gebrauch zumindest ein möglicher und tatsächlich vorkommender Gebrauch ist. Dieses Argument bemüht **FREGE** an einer Stelle, wo er seine verfälschende Umdeutung der logischen Partikel „Oder“ wenigstens in Ansätzen zu rechtfertigen versucht. *Zunächst* definiert er das Gedankengefüge \blacktriangle in korrekter Weise, ohne jeden Bezug auf die Bedeutung des umgangssprachlichen Oder, als „nicht [(nicht A) und (nicht B)]“. Dann behauptet er – *unvermittelt* und ohne Begründung – dieses \blacktriangle -Gedankengefüge ließe sich „kürzer schreiben“ als „A oder B“. Es könne dann „wahrheitsgemäß behauptet werden: ‚Friedrich der Große siegte bei Roßbach, oder zwei ist größer als drei.‘“ Es ist zwar richtig, dass diese zwei prädierte Aussagen *nicht beide falsch* sind, den Aussagen also das Gedankengefüge \blacktriangle zukommt; *diese* Richtigkeit rechtfertigt jedoch noch nicht **FREGES** Verwendung des *Oder* zum Ausdruck des Gedankengefüges. Nur *diese* Verwendung des *Oder*, nicht die triviale Richtigkeit des Gedankengefüges, ist der Rechtfertigung bedürftig; **FREGE** lenkt jedoch vom wirklichen Problem ab, indem er fortfährt: „Da meint jemand: ‚Sonderbar! Was hat der Sieg bei Roßbach mit dem Unsinn zu tun, dass zwei größer als drei sei?‘ Dass zwei größer als drei sei, ist falsch, aber kein Unsinn. Ob die Falschheit eines Gedankens leicht oder schwer einzusehen ist, macht für die Logik keinen Unterschied.“ **FREGE** unterschiebt hier eine Problemstellung, um die es an dieser Stelle überhaupt nicht geht; die Aussage „ $2 > 3$ “ ist in der Tat nur falsch und nicht unsinnig (wie es die Aussage „2 ist die Großmutter von 3“ wäre); das Problem ist nicht, ob die Behauptung „ $2 > 3$ “, sondern ob **FREGES** Gebrauch des *Oder* sinnvoll und zulässig ist⁵⁸. **FREGE** schreibt weiter: „Man ist gewohnt, bei Sätzen, die mit ‚oder‘ verbunden sind, anzunehmen, dass der Sinn des einen mit dem des anderen etwas zu tun habe, dass zwischen ihnen irgendeine Verwandtschaft bestehe; und in einem gegebenen Fall wird

man eine solche vielleicht auch angeben können; aber in einem anderen Falle wird man eine andere haben, so dass es unmöglich sein wird, eine Sinnverwandtschaft anzugeben, die immer mit dem ‚oder‘ verknüpft wäre und zu dem Sinn dieses Wortes gerechnet werden könnte.“ Der übliche nicht-fregesche Gebrauch des Wortes *oder* intendiert tatsächlich *ausnahmslos* die Bezeichnung einer echten Relation, nämlich die Sachlage, dass zwei Ereignisse einzige alternative Möglichkeiten sind. Wenn **FREGE** anführt, ein solcher *echter* Zusammenhang liege beim Gebrauch des *Oder* *jedenfalls nicht immer* vor, und gehöre *deshalb* auch nicht wesentlich zur Bedeutung dieses Wortes, dann kann er sich *alleine* auf jene Fälle berufen, die erst aufgrund seiner Neuerung auftreten. Aber gerade die Zulässigkeit seiner neuen Verwendung des *Oder* wollte er hier rechtfertigen, **FREGE** beruft sich bei der Begründung seines Sprachgebrauchs auf eben diesen Sprachgebrauch⁵⁹.

FREGE schließt seine Argumentation: „Aber warum fügt der Redner den zweiten Satz überhaupt an? Wenn er behaupten will, dass Friedrich der Große bei Roßbach siegte, genügte ja der erste Satz; dass der Redner nicht sagen will, zwei sei größer als drei, ist doch anzunehmen. Wenn der Redner sich mit dem ersten Satz begnügt hätte, hätte er mit weniger Worten mehr gesagt. Wozu also dieser Aufwand an Worten? Auch diese Fragen führen nur auf Nebengedanken. Welche Absichten und Beweggründe der Redner habe, gerade dies und nicht jenes zu sagen, geht uns hier nichts an, sondern nur, was er sagt.“⁶⁰ (Gef 79f [42f]) Die Absichten des Redners – er ist niemand anderer als **FREGE** selbst – sind durchaus keine Nebensache, denn dieser Redner will glauben machen, es sei logisch gerechtfertigt, das Gedankengefüge **▲** durch das Wort *Oder* auszudrücken; es geht um die keineswegs schon entschiedene *Hauptfrage*, ob die Gedankengefüge als eine präzisierende Fassung der umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel aufgefasst werden dürfen, ob die Gedankengefüge überhaupt logische Verhältnisse sind. **FREGE** spielt hier die entscheidende Frage nach der Zulässigkeit, ein **▲**-Gedankengefüge mit *Oder* auszudrücken, zu einer logisch irrelevanten rhetorisch-psychologischen Nebensache herunter, eine Verteidigungslinie, die **PAUL GRICE** später umfassend auszubauen versucht hat⁶¹.

An einer anderen Stelle dient **FREGE** die Korrektheit des *nicht* missdeuteten Gedankengefüges **■** als Beleg für die Korrektheit der Missdeutung dieses Gedankengefüges durch seinen Ausdruck durch das umgangssprachliche *Wenn*. Er will das „Widerstrebende“ des Ausdrucks „Wenn 2 größer ist als 2, so ist das Quadrat von 2 größer als 2“ dadurch ausräumen, dass er sagt: „Aber, dass es falsch ist, dass zugleich das Quadrat von 2 nicht größer ist als 2 und 2 größer ist als 2, ist ein wahrer Gedanke.“ (EL 80) **FREGE** redet sich ein, dass die unbestreitbare Richtigkeit der zwar unnützen, aber doch mit dem normalen Sprachgebrauch übereinstimmenden **■**-Aussage „Es ist falsch, dass von den Aussagen ‚2+2 = 5‘ und ‚3 < 3‘ die erste wahr und die zweite falsch ist“ die Zulässigkeit des Ausdrucks „Wenn 2+2 = 5, dann 3 < 3“ rechtfertige. Wieder lenkt er vom eigentlichen Problem ab: es geht nicht um die Richtigkeit dieser Gedankengefüge-Aussage, sondern darum, ob diese Gedankengefüge-Aussage durch das *Wenn* ausgedrückt werden darf, um das Bestehen einer logischen Beziehung vorzutäuschen.

2.2.3. Nur beim *Und* besteht Übereinstimmung zwischen dem fregeschen und dem üblichen Sprachgebrauch

Mehrere Autoren haben den Umstand bemerkt, dass zwar **FREGES** Verwendung des *Und* und *Nicht* dem üblichen Sprachgebrauch außerhalb der „modernen Logik“ entspricht, nicht aber sein Gebrauch jener logischen Partikeln, mit denen er den informationsverschleiernenden Gedankengefügen nachträglich eine logische Missdeutung gibt. In einer eine Vielzahl verschiedener Sprachen berücksichtigenden Untersuchung, „wie die Sprache die logischen Funktoren des Aussagekalküls“ – die fregeschen Gedankengefüge – „darstellt und inwieweit ihre Darstellung logisch unzulänglich ist“, konnte **KARL DÖHMANN** wenig Übereinstimmung zwischen der Bedeutung der logischen Partikeln in ihrer normalen und ihrer fregeschen Verwendung feststellen⁶². Er befand, dass alle von ihm in der Untersuchung berücksichtigten Sprachen die Affirmation „ist wahr“, die Verneinung und jene Gedankengefüge, die in der nicht-informationsverschleiernenden Prädikation eines der vier Wahrheitswertprädikate bestehen (**K**, **L**, **M** und **N**), „sprachlich am besten und genauesten“ ausdrücken⁶³. Die „Wörter für ‚nicht‘ sind im Allgemeinen eine adäquate Wiedergabe des Funktors {d.h. des Gedankengefüges} von $\neg p$.“⁶⁴ „Die Sprachen in ihrem ‚und‘ eine vergleichsweise gute und genaue Darstellung der logischen Konjunktion besitzen.“⁶⁵ Es müsse festgestellt werden „dass die sprachlich am besten und genauesten darstellbaren Funktoren diejenigen sind, die nur eine der 4 Kombinationen $A \& B$, $A \& \neg B$, $\neg A \& B$ und $\neg A \& \neg B$ behaupten.“ „Die sprachliche Wiedergabe der Funktoren scheint also mit zunehmender Anzahl der Einsen in der Matrix“ – dies bedeutet: mit zunehmendem Grad der Informationsverschleierung – „im Großen und Ganzen schwieriger und schlechter zu werden.“⁶⁶ **D.H.SANFORD** bemerkt: „The truth-functional treatments of conjunction and negation appear to be quite

faithful to the ordinary meanings of ‚and‘ and ‚not‘. Truth-functional disjunction has difficulties in representing ordinary ‚or‘ parallel to those of the truth-functional conditional in representing ordinary ‚if‘. „⁶⁷ „Of the readings ‚not‘ (of ‚ \sim ‘), ‚and‘ (of ‚&‘), ‚or‘ (of ‚ \vee ‘) and ‚if...then...‘ (of ‚ \Rightarrow ‘), STRAWSON has remarked ... that ‚the first two are the least misleading‘ and the remainder ‚definitely wrong‘. „⁶⁸

Ohne die Nachträglichkeit und Fragwürdigkeit des logischen Ausdrucks der Gedankengefüge durch andere Partikeln als „nicht“ und „und“ auch nur in Erwägung zu ziehen, wird die Nichtübereinstimmung ohne weiteres einem „Ungenügen der Sprache“ angelastet; diese „bekannte Unzulänglichkeitsthese“ (K. DÖHMANN) ist wohl die verbreitetste Reaktion der Logistiker gegenüber den Ungereimtheiten, die aus der nachträglichen logischen Deutung der Gedankengefüge resultieren. DÖHMANN kommentiert seine Entdeckung: „Die Sprache erwies sich hinsichtlich der genauen Funktoren-Darstellung durch spezifische einfache Symbole als recht unzulänglich.“⁶⁹ Dass die Ergebnisse seiner Untersuchung genauso gut (oder viel eher) bedeuten könnten, dass das *Wenn*, das *Oder* und andere logische Partikeln in keiner Sprache Gedankengefüge ausdrücken, kommt DÖHMANN nicht einmal in den Sinn. Unumstößliche Tatsache ist jedoch, dass alle Gedankengefüge unschwer und eindeutig umgangssprachlich ausgedrückt werden können, sie werden durch diese rein umgangssprachlichen Ausdrücke ja erst definiert; es handelt sich dabei allerdings nur um die Partikeln *Und* und *Nicht*. Dass es – wie DÖHMANN anmerkt – für die informationsverschleiernenden Gedankengefüge nicht die Möglichkeit des Ausdrucks durch ein *einfaches Symbol* gibt, liegt einzig daran, dass diese Gedankengefüge anders als durch eine Kombination von *Und* und *Nicht* überhaupt nicht adäquat ausgedrückt werden können.

2.2.4. Die angebliche Mangelhaftigkeit der logischen Ausdrucksmittel der Umgangssprache

Pauschal lastet FREGE, wie später seine Anhänger, die von ihm unbegriffene Diskrepanz zwischen dem umgangssprachlichen und seinem neuartigen Gebrauch der logischen Partikeln „logischen Unvollkommenheiten der Sprache“ an, die er freilich im Einzelnen nirgendwo näher belegen kann (Log II 61); diese angebliche Diskrepanz dient ihm als ausschlaggebender Beleg der angeblichen Mangelhaftigkeit der umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel⁷⁰. Den Gedanken, dass die Diskrepanz umgekehrt durch die Unangemessenheit, ja Unzulässigkeit der Darstellung der informationsverschleiernenden Gedankengefüge durch umgangssprachliche logische Partikeln begründet sein könnte, scheint FREGE nie in Betracht gezogen zu haben. Dies ist erstaunlich, denn die pauschale, auf jeden konkreten Beleg verzichtende Abwertung der logischen umgangssprachlichen Ausdrucksmittel, mit der FREGE den Wert seiner Bildungen zu heben sucht, ist, recht besehen, indiskutabel. Wir benutzen die umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel ja nicht nur beim alltäglichen, um logische Stringenz unbekümmerten Daherreden, sondern auch der absolut überwiegende Teil der wissenschaftlichen Darlegungen gesetzmäßiger Zusammenhänge (nicht zuletzt auch in der Mathematik) stützt sich *ausschließlich* auf diese Darstellungsmittel. Die technischen, organisatorischen und wissenschaftlichen Hochleistungen aller Zeiten werden bis heute ausschließlich auf der Grundlage der noch unreflektierten logischen Ausdrucksmittel der Umgangssprachen erbracht. In logischer Hinsicht war beispielsweise EUKLID bei seiner axiomatischen Darstellung der Geometrie alleine auf die logischen Ausdrucksmittel der Umgangssprache verwiesen; auch die Naturwissenschaften wie auch die Mathematik selbst können bis heute neben der mathematischen Darstellung von gesetzmäßigen Zusammenhängen nur auf die logischen Ausdrucksmittel der Umgangssprache zurückgreifen; die Umgangssprache ermöglicht also durchaus die logisch präzise Darlegung von allen möglichen komplexen logischen Zusammenhängen. Hingegen ist in *keiner einzigen* wissenschaftlichen Disziplin die Aneignung von Kenntnissen der theoretischen Logik (oder gar der fregeschen „modernen Logik“) eine Bedingung für die Forschung und Theoriebildung; nur wenn die Kenntnis der fregeschen „Logik“ notwendige Bedingung jeder wissenschaftlichen Arbeit wäre, wäre die logistische Unzulänglichkeits-These richtig⁷¹.

FREGE rechtfertigt seinen Verzicht auf eine vorurteilsfreie Analyse der logischen Ausdrucksmittel der Umgangssprache dadurch, dass er der sachgemäßen Untersuchung der Umgangssprache überhaupt jede Bedeutung für die Entwicklung einer theoretischen Logik bestreitet⁷². Er immunisiert dadurch seine Konstrukte gegen jede mögliche Kritik; wenn ein Logiker nicht nachweisen muss, dass seine Aufstellungen tatsächlich die Struktur des sachbezogenen erkennenden Denkens wiedergeben, das jeder logischen Reflexion vorausgeht, kann er alles behaupten. Da logisch korrektes und in sich stimmiges Denken und Wissen nicht erst mit den Versuchen der theoretischen Logik auftritt, das Logische also keine „freie“ Erfindung und willkürliche Schöpfung der Logiker sein kann, kann nur die systematisch-verallgemeinernde Reflexion der „natürliche Logik“, wie sie im gebrauchten der

umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittels vorgegeben ist, dem Logiker einen Zugang zum Gegenstand der Logik ermöglichen. Würde es tatsächlich nicht zu den Aufgaben des Logikers gehören, „zu ermitteln, was in den sprachlichen Ausdrücken“ liegt (BFH 41), so entschwände der Logik der *vorgegebene* Gegenstand, an dessen Stelle der Logiker, wie es bei **FREGE** der Fall ist, dann nur die eigenen willkürlichen Einfälle setzen könnte⁷³. Die Behauptung, aufgrund der angeblich schillernden und vagen Bedeutung der umgangssprachlichen logischen Partikeln sei es prinzipiell aussichtslos, durch eine Analyse dieser Ausdrücke die wesentlichen Züge logischer Formen zu gewinnen⁷⁴, ist eine pure Schutzbehauptung.

Anstatt den Wert der logischen am der Umgangssprache derart pauschal herabzusetzen, müssten **FREGE** und seine Anhänger nachweisen, dass die Gedankengefüge mit den Ausdrucksmitteln der Umgangssprache tatsächlich nur sehr unzulänglich ausgedrückt werden können – und *diese* These ist offensichtlich falsch, wie immer es auch um die Genauigkeit und Eindeutigkeit des einen oder anderen umgangssprachlichen logischen Ausdrucks bestellt sein mag: *alle* Gedankengefüge lassen sich verständlich, klar und eindeutig durch vorgegebene umgangssprachliche Ausdrucksmittel – die Ausdrücke „und“, „nicht“ und „ist wahr“ – formulieren; anders können sie gar nicht definiert werden! Hingegen kann *kein einziges* logisches Verhältnis mit den begriffsschriftlichen Bezeichnungen des SFG dargelegt werden.

Wenn wir den Gehalt, den gesetzmäßigen Zusammenhang und die logische Relevanz der Gedankengefüge unvoreingenommen beurteilen wollen, so dürfen wir den begriffsschriftlichen Ausdrücken *nur* die Bedeutung geben, die **FREGE** unmissverständlich festgelegt hat. Wir müssen seiner Aufforderung nachkommen: „Ich bitte nur das unter ‚Wenn B, so A‘ zu verstehen, was ich gesagt habe und in der Form ‚nicht[(nicht A) und B]‘ ausgedrückt habe.“ (Gef 84 [46]). Leider ist es **FREGE** selbst, der ständig dieser seiner eigenen, eigentlich selbstverständlichen Forderung zuwider handelt. Wenn er die Gedankengefüge, deren Bedeutung er bereits exakt und endgültig festgelegt hat, *im Nachhinein* mit logischen Partikeln bezeichnet, ohne der Bedeutung, die diese Ausdrücke bereits vor und außerhalb der Begriffsschrift haben, die mindeste Beachtung zu schenken, widerspricht er der eigenen „Forderung nach Eindeutigkeit der Zeichen, an der wir unter allen Umständen festhalten müssen.“ (GLG III-V, 313) Zu Recht schreibt **FREGE**, „nur einem Zeichen, das noch keinen Sinn hat, kann willkürlich ein Sinn beigelegt werden“ (LM 103); deshalb ist es unzulässig, beim Ausdruck der Gedankengefüge Partikeln außer den Partikeln *Und* und *Nicht* zu benutzen – und beispielsweise das Gedankengefüge **■** durch das *Wenn* zu bezeichnen. „Wer willkürlich von dem hergebrachten Sinne eines Wortes abweiche und nicht angibt, in welchem Sinne er es gebrauchen wolle, wer plötzlich anfängt, das rot zu nennen, was sonst grün genannt wird, der wundert sich nicht, dass er Verwirrung anrichtet. Und solches ist, wenn es absichtlich geschieht, eine Verübung an der Wissenschaft.“ (GLG III-V, 301; vgl. auch GLG I-III, 292f) **FREGE** ist es, der massiv und ständig gegen dieses Gebot verstößt; niemand dürfte in der Wissenschaft mehr Verwirrung gestiftet haben als er.

2.2.5. Das gricesche Argument

Auch die Argumente, die **H.P. GRICE** vorträgt, können die Einwände gegen **FREGES** Deutung des Gedankengefüges **■** als Implikation oder Konditional nicht entkräften. Zuerst versucht **GRICE** anhand einiger konstruiert-gekünstelter Beispiele den Nachweis zu führen, dass auch der umgangssprachliche Gebrauch des *Wenn* und des *Oder* „wahrheitsfunktional“ ist. Er registriert, dass die „wahrheitsfunktionalen“ Gedankengefüge **■** und **▲** mit einer Informationsverschleierung verbunden sind und überträgt diesen Charakter auf die seiner Meinung nach ebenfalls „wahrheitsfunktionalen“ Wenn₂- und Oder₂-Sätze. Seine Behauptung ist richtig, dass die *korrekt formulierten und nicht missdeuteten* informationsverschleiernenden **■**- und **▲**-Äußerungen zwar richtig und logisch korrekt sind⁷⁵, aber doch wichtige Normen einer auf Verständigung zielenden Kommunikation verletzen. Über den Zusammenhang der Gedankengefüge **▲** und **■** mit den Wenn₂- und Oder₂-Aussagen meint er, dass die letzteren im alltäglichen Gebrauch *neben* einer angeblichen „wahrheitsfunktionalen Grundbedeutung“ noch *zusätzliche* Gehalte besitzen, die sicherstellen, dass den Erfordernissen einer sozial gelungenen Konversation Genüge getan wird. Er resümiert, die Einwände gegen **FREGES** Deutung der Gedankengefüge **■** und **▲** als Wenn- und Oder-Beziehungen träfen nur Verstöße gegen Normen *konversationeller* Gepflogenheiten, und könnten daher den *logischen* Wert der Gedankengefüge (die von ihm nie von ihrer nachträglichen logischen Umdeutung geschieden werden) nicht in Frage stellen⁷⁶.

GRICE zufolge finden die informationsverschleiernenden Gedankengefüge – insbesondere die Gedankengefüge **▲** und **■** – von vornherein in bestimmten enthymematischen Schlusschemata ihre umgangssprachlichen Analoga

und Gegenstücke⁷⁷, z.B. das Gedankengefüge „ $A \vee B$ “ im Enthymem „A oder B“ und das Gedankengefüge „ $A \Rightarrow B$ “ im Enthymem „Wenn₂ A, dann B“, und stellen deren „Grundbedeutung“ dar. Er versucht anhand einiger Beispiele zu zeigen, dass es einen zulässigen und sinnvollen „wahrheitsfunktionalen“ Gebrauch von Wenn₂- und Oder₂-Sätzen gibt. Äußere man etwa anlässlich einer Schatzsuche mit Kindern „The prize is either in the garden or in the attic. I know that because I know where I put it, but I'm not going to tell you“ oder auch nur „The prize is in the garden or in the attic“, so sei dies ein korrekter und sinnvoller „wahrheitsfunktionaler“ Gebrauch des Oder⁷⁸. Die angeführte Äußerung in ihrem Kontext stellt jedoch kein Beispiel eines echten „wahrheitsfunktionalen“ Gedankengefüges \blacktriangle dar. Zwischen den beiden Aussagen „The prize is in the garden“ und „The prize is in the attic“ besteht keinesfalls die für \blacktriangle charakteristische inhaltliche Beziehungslosigkeit; die beiden Sachverhalte, von denen in den Aussagen gesprochen wird, sind echte Alternativen – und zwar aufgrund der feststehenden Absicht des Erwachsenen, nur einen dieser beiden Orte für das Versteck vorzusehen. Auch und gerade dann, wenn der Erwachsene sich noch für kein Versteck entschieden hat und noch nicht weiß, für welche der selbst gesetzten Alternativen er sich entscheiden wird, kann er den Oder-Satz behaupten. In diesem besonderen Fall behält die Behauptung „Der Gegenstand ist im Garten oder in der Garage versteckt“ obendrein auch dann seinen Sinn, wenn der Erwachsene den Gegenstand schon versteckt hat und daher weiß, welche der Alternativen zutrifft; denn für die Kinder müssen, dem Zweck des Spiels entsprechend, die beiden Alternativen noch offen sein; die Richtigkeit des Oder-Satzes beruht zuallererst in der logischen Beziehung der Alternative, nicht darin, dass A oder dass B oder beide Aussagen wahr sind; folglich haben wir es mit keinem „wahrheitsfunktionalen“ Gedankengefüge zu tun.

GRICE meint, der Satz „Wenn sich Schmidt in der Bücherei aufhält, dann arbeitet er“ könne formuliert werden als „Ich weiß, wo sich Schmidt aufhält und was er tut, sage aber nur: wenn er in der Bücherei ist, dann arbeitet er.“⁷⁹ Nur wenn wir die Gültigkeit der implikativen Verhaltensregelmäßigkeit „Wenn₁ Schmidt sich in der Bücherei aufhält, dann arbeitet er“ voraussetzen können, sind wir berechtigt, das problematische Konditional „Wenn₂ Schmidt sich (zur Zeit) in der Bücherei aufhält (aufhalten sollte), dann arbeitet er“ zu behaupten – aber nur, wenn wir darüber hinaus den Aufenthaltsort Schmidts nicht kennen; falls wir dann doch erfahren, dass er in der Bücherei ist, können wir nicht mehr den problematischen Wenn₂-Satz, sondern nur noch den assertorischen Weil-Satz „Weil Schmidt sich in der Bücherei aufhält, arbeitet er“ aussagen. Wenn die angegebene implikative Verhaltensregelmäßigkeit jedoch nicht gilt, und wir nur „wahrheitsfunktional“ voraussetzen, dass Schmidt in der Bücherei ist und arbeitet, bzw. dass er nicht in der Bücherei ist, können wir überhaupt keinen Wenn₂-Satz behaupten, sondern nur das informationsverschleiende Gedankengefüge \blacklozenge „Es trifft nicht zu, dass Schmidt in der Bücherei ist und zugleich nicht arbeitet“. Auch in diesem Fall ist **GRICE**' Versuch, die Berechtigung Gebräuchlichkeit eines „wahrheitsfunktionalen“ Gebrauchs der Partikel *Wenn₁* zu rechtfertigen, erfolglos.

Schließlich behauptet **GRICE**, das u.U. korrekte Konditional „If the Dean doesn't approve your raise, then I will resign the departmental chairmanship“ bleibe auch dann logisch-sprachlich korrekt und werde allenfalls *literally false*, wenn der Sprecher schon weiß, wie der Dekan handeln wird und/oder ob er selbst zurücktreten wird, da es keinerlei Zusammenhang zwischen den Handlungen des Sprechers und des Dekans gebe⁸⁰. Korrekt kann jedoch das obige Konditional nur sein, wenn der Entschluss des Sprechers, im Falle der Weigerung des Dekans zurückzutreten, den implikativen Zusammenhang zwischen seinen Handlungen und denen des Dekans stiftet (bedingte Absicht). Weiterhin setzt das Konditional voraus, dass der Sprecher (noch) nicht weiß, wie der Dekan handelt. Wenn sich nun der Dekan tatsächlich weigert bzw. nicht weigert, der Beförderung zuzustimmen, kann der Sprecher keineswegs mehr, wie **GRICE** annimmt, das problematische Konditional „Wenn der Dekan der Gehaltserhöhung nicht zustimmt, trete ich zurück“, sondern er muss das assertorische Enthymem „Weil der Dekan der Gehaltserhöhung nicht zustimmt, trete ich zurück“ bzw. das kontrafaktische Konditional „Wenn der Dekan der Gehaltserhöhung nicht zustimmen würde, würde ich zurücktreten“ äußern. In beiden Fällen bleibt der durch den Entschluss gestiftete implikative Zusammenhang zwar bestehen, ein Wenn₂-Satz wird jedoch falsch; das *Wenn₂* ist unter keinen Umständen „wahrheitsfunktional“!

Bei Oder₂-Sätzen $A \vee B$ wird genau so wie bei Gedankengefügen $A \vee B$ der Fall, dass A und B beide falsch sind, ausgeschlossen; beim Konditional $A \Rightarrow B$ ist ebenso wie beim Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ ausgeschlossen, dass A wahr und B falsch ist. Es ist sicherlich diese Übereinstimmung, die **GRICE**, wie wohl schon **FREGE** und andere zur Auffassung verleitet hat, die „wahrheitsfunktionalen“ Gedankengefüge \blacklozenge und \blacktriangle seien hinsichtlich ihrer logischen Kernbedeutung den umgangssprachlichen Wenn₂- und Oder₂-Sätzen gleichzusetzen. Der Ausschluss dieser Wahrheitswertprädikate erfolgt bei Gedankengefügen und problematischen Enthymemen jedoch aus völlig verschiedenen Gründen: beim Gedankengefüge \blacklozenge ist der Fall *A wahr und B falsch* ausgeschlossen, weil dem

Sprecher bereits bekannt ist, entweder dass A falsch oder dass A und B beide wahr sind; die Äußerung von $A \Rightarrow B$ ist somit *immer* informationsverschleiern und unnützlich. Ein Konditional $A \Leftrightarrow B$ hingegen ist nur dann wahr, wenn dem Sprecher einerseits weder der Wahrheitswert von A noch der von B bekannt ist (das Wenn₂ wird deshalb *nie* wahrheitsfunktional gebraucht), und wenn das implizit zu Grunde gelegte Gesetz $\mathcal{N}^e(E_A, E_B)$ gültig ist; die Geltung dieses Gesetzes ist der entscheidende Grund für den Ausschluss der Wahrheit von A und der Falschheit von B. Im Falle des Gedankengefüges $A \vee B$ kann ich den Fall, dass von A und B beide falsch sind nur deshalb ausschließen, weil ich von zumindest einer der Aussagen schon definitiv weiß, dass sie wahr ist; auch die Äußerung des Gedankengefüges $A \vee B$ stellt so *immer* eine unnütze Informationsverschleierung dar. Die Wahrheitsbedingungen für ein Oder-Enthymem hingegen bestehen darin, dass einerseits dem Sprecher die Wahrheit von A und B nicht bekannt sind, und dass er implizit auf ein bedingungslogisches Gesetz $[E_C, E_A, E_B \wedge X]$ und auf die Tatsache, dass ein Sachverhalt/Ereignis e_C vorliegt, Bezug nimmt; der Ausschluss der Falschheit von A und B erfolgt hier nicht aus „wahrheitsfunktionalen“ Gründen, sondern aus dem Schluss: „Weil $[E_C, E_A, E_B \wedge X]$ und e_C , deshalb liegt e_A oder e_B oder beide vor (welches, geht aus den Voraussetzungen nicht hervor). Die falsche Gleichsetzung von der Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ und $A \vee B$ mit den Enthymemen $A \Leftrightarrow B$ und $A \perp B$ beruht also darauf, dass „vergessen“ wird, dass die Gedankengefüge „wahrheitsfunktional“ sind: ihre Wahrheit darf ausschließlich von der vorgegebenen Wahrheit der präziierten Aussagen A und B abhängen.

Nachdem er auf diese Weise die illegitime Gleichsetzung von problematischen Enthymemen und Gedankengefügen vorgenommen hat, räumt GRICE ein, dass ein Sprecher bei der „wahrheitsfunktionalen“ Äußerung von **■** und **▲** weniger sage, als er wisse; er gibt zu, dass diese Informationsverschleierung allen kommunikativen Gepflogenheiten widerspricht – niemand sage „Meine Frau ist in London oder Oxford“, wenn er wisse, dass sie in Oxford sei⁸¹; man äußere in aller Regel anstatt des „stärkeren“ (= informativeren) „B“ oder „B ist wahr“ nie das „schwächere“ (= informationsverschleiernde) $A \Rightarrow B$ oder $A \vee B$ ⁸². Derartige Verstöße gegen die Normen einer aufrichtigen und am Einvernehmen ausgerichteten Kommunikation kämen allerdings normalerweise kaum vor, weil zur angeblichen wahrheitsfunktionalen, informationsverschleiernenden „Grundbedeutung“ der beiden Enthymeme stets noch eine Reihe *zusätzlicher*, implizit mitgemeinter Voraussetzungen hinzukäme. GRICE nennt diese Voraussetzungen „conversational implicature“; diese tangierten nicht Wahrheit und logische Zulässigkeit, sondern nur Fragen der konversationsbezogenen Schicklichkeit. Wer einen Wenn₂ oder Oder₂-Satz äußere, gebe unausgesprochen zu verstehen, dass er nichts zum Verständnis Notwendiges und Vorausgesetztes verschweige – „one should not make a weaker when entitled to make a stronger assertion“⁸³. Wer etwa eine Behauptung „Wenn₂ A, dann B“ aufstelle, gebe stets implizit zu verstehen, dass er nie das „schwächere“ $A \Rightarrow B$ behauptete, wenn er das „stärkere“ „A ist falsch“ und/oder „B ist wahr“ äußern könne. „There is a general presumption that in the case of $A \Rightarrow B$, a more informative statement would be of interest“; im Falle einer „conversational implicature“ bestehe zwischen den Sätzen A und B auch eine „non-truth-functional evidence“ – anders als bei reinen Wahrheitsfunktionen sei B durch A *bedingt*, A sei ein „good reason“ für B; B sei erschließbar aus A; es bestehe eine „strong connection“; außerdem involviere die Äußerung eines Wenn₂-Satzes immer vorbehaltliche Annahmen („supposing“, „suppose that“)⁸⁴. Üblicherweise werde ein Wenn₂- bzw. Oder₂-Satz aus nicht-wahrheitsfunktionalen Gründen behauptet, d.h. ohne die Wahrheitswerte von A bzw. von B vorauszusetzen⁸⁵.

So ungenau und vage die griceschen Charakterisierungen der Wenn₂- und Oder₂-Sätze bleiben, sie kennzeichnen doch unbestreitbar die *notwendigen* Wahrheitsbedingungen der betreffenden Enthymeme – keineswegs nur irgendwelche konversationsbezogenen Nebensächlichkeiten und Zusätze. Bei der vage angesprochenen Bedingtheit des einen durch den anderen Satz, bei der „strong connection“, der „relation of inferability“⁸⁶ handelt es sich um die wesentliche Bedingung, dass die in den Aussage A und B angesprochenen Einzelereignisse e_A und e_B einem (unausgesprochenen) bedingungslogischen Gesetz subsumiert werden. Auch der problematische Charakter der Aussagen A und B ist kein rhetorisches Beiwerk, sondern eine notwendige Wahrheitsbedingung für die Richtigkeit dieser Enthymeme. Diese Bedingungen können außerdem nicht zur Beziehungslosigkeit und „Wahrheitsfunktionalität“ als den Wahrheitsbedingungen der Gedankengefüge **▲** und **■** *hinzutreten* – sie sind mit ihnen vielmehr unverträglich; es ist ein krasser, offener Widerspruch zu seiner Grundthese des „wahrheitsfunktionalen“ Grundcharakters der Wenn- und Oder-Sätze, wenn GRICE einen gleichzeitigen nicht-„wahrheitsfunktionalen“ Gebrauch von „Wahrheitsfunktionen“ postuliert: „The conditional form can fulfill this role only insofar as the truth-value of the conditional itself can be recognized independently of knowledge of the truth-values of the components of the conditional, that is to say, by virtue of strong connections between antecedent and consequent.“ „Given a truth-functional *or* it is predictable ... that people would use *A or B* to imply the existence of non-truth-functional grounds.“⁸⁷ Eine „Wahrheitsfunktion“ kann nur aus „wahrheitsfunktionalen“

Gründen behauptet werden – wenn die Wahrheit einer Aussage über Aussagen jedoch nicht von den Wahrheitswerten dieser Aussagen abhängt, liegt keine „Wahrheitsfunktion“ vor. Bei **GRICE** kann eine „Wahrheitsfunktion“ zugleich nicht „wahrheitsfunktional“ sein!

Indem **GRICE** den nicht-„wahrheitsfunktionalen“ Charakter der Wenn₂- und Oder₂-Aussagen zu einer nebensächlichen, konversationsbezogenen Bestimmung macht, die üblicherweise zur angeblich „wahrheitsfunktionalen“ Kernbedeutung der Wenn- und Oder-Sätze hinzutritt, versucht er die Einwände gegen **FREGES** logische Deutung der Gedankengefüge **◐** und **◑** folgendermaßen zu entkräften: die Kritik stoße ins Leere, weil der informationsverschleiernde Charakter der Gedankengefüge nicht gegen Prinzipien der Wahrheit und logischen Richtigkeit, sondern nur gegen bestimmte soziale Normen fairer und ehrlicher Konversation verstoße. Was **GRICE** allenfalls zur Rechtfertigung der informationsverschleiernden Gedankengefüge vor ihrer logischen Umdeutung vorbringen könnte, wird ihm unbesehen zur Rechtfertigung dieser Umdeutung selbst. **GRICE** erkennt nicht, dass die Frage der Richtigkeit und logischen Zweckdienlichkeit der Informationsverschleierung der *korrekt ausgedrückten und nicht missdeuteten* Gedankengefüge und die Frage, ob diese klar definierten Gedankengefüge **◐** und **◑** nachträglich durch logische Partikeln wie *Wenn* und *Oder* bezeichnet und damit als logische Formen gedeutet werden dürfen, ganz verschiedene Probleme sind. Seine Argumentation hat so die Struktur des Trugschlusses der *Ignoratio Elenchi* – er begegnet wie schon **FREGES** dem Einwand, dass die Gedankengefüge keine logischen Zusammenhänge ausdrücken und deshalb nicht mittels logischer Partikeln ausgedrückt werden dürfen, mit Argumenten, die für die Zurückweisung dieser Bedenken irrelevant sind. Es ist natürlich richtig, dass die (nicht missdeuteten!) Gedankengefüge eindeutig definiert sind, ihre triviale, immer schon vorausgesetzte Wahrheit definitiv entscheidbar ist, kein entsprechend den fregeschen Festsetzungen geäußertes Gedankengefüge oder Fregegesetz also gegen logische Prinzipien verstößt; dies ändert nichts an der Gehaltlosigkeit, Nichtsnutzigkeit und logischen Irrelevanz dieser Gedankengefüge. Unzulässig und nicht bloß unnützlich ist der Ausdruck der Gedankengefüge durch logische Partikeln.

2.2.6. Das Gedankengefüge **◐** und das problematische Konditional

2.2.6.1. Die angebliche Zusammenhanglosigkeit der Glieder des problematischen Konditional

GRICE behauptet die Unterschiede der Gedankengefüge **◐** und **◑** vom problematische Konditional und Oder-Enthymem beträfe nur logisch irrelevante Aspekte der Kommunikation; in ihrer logischen Struktur seien diese Sachverhalte identisch; diese Behauptung ist falsch.

Um den Einwurf zu entkräften, **FREGES** Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ dürfe wegen der Beziehungslosigkeit der Aussagen A und B nicht mit Hilfe des umgangssprachlichen *Wenn* ausgedrückt werden, werden von Logistikern zuweilen Behauptungen bemüht, die im Gegensatz zu **GRICE**'s Argument stehen: nicht nur bei der fregeschen, sondern auch bei korrekter umgangssprachlicher Verwendung des *Wenn* entstanden oft Konditionalsätze, die intuitiv als falsch, konfus und unsinnig anmuten und denen jeder Bezug auf ein Gesetz fehle, das einen Zusammenhang der Sätze A und B stifte⁸⁸. Um etwa die angebliche Zweideutigkeit und „völlige Zügellosigkeit“ der kontrafaktischen Konditionale zu untermauern, und für ihre Ersetzung durch das eindeutige fregesche Gedankengefüge **◐**⁸⁹ zu werben, behauptet **QUINE**, dass oft mit ein und demselben Vordersatz eines kontrafaktischen Konditional verschieden Hintersätze verbunden werden könnten. So sei nicht zu entscheiden, ob

- (1) Wenn Cäsar Befehlshaber wäre, würde er die Atombombe einsetzen.

oder

- (2) Wenn Cäsar Befehlshaber wäre, würde er Wurfmaschinen einsetzen⁹⁰

gelte⁹¹. Diese Beispiele zeigen nicht, dass die umgangssprachlichen Regeln des kontrafaktischen Konditionals unzuverlässigen Regeln folgen – wie **QUINE** unterstellt, sie sind vielmehr selbst falsch, denn es sind nicht alle notwendigen Prämissen des Enthymems angeführt: es muss notwendigerweise explizit gesagt werden, ob man Cäsar mit oder ohne die Militärtechnik seiner Zeit in unsere Zeit versetzt; es ist also zu verbessern:

- (1') Wenn Cäsar heute Befehlshaber wäre und über die heutige Militärtechnik verfügen würde, würde er Atombomben einsetzen.
- (2') Wenn Cäsar heute Befehlshaber wäre, aber nur über die Militärtechnik seiner Zeit verfügen würde, würde er Wurfmaschinen einsetzen.

Nur so haben wir es mit korrekten kontrafaktischen Konditionalen zu tun, denn nur in (1') und (2') sind alle notwendigen kontrafaktischen Prämissen angeführt.

Auch andere inkorrekte und spitzfindige Konditionale sollen die Mangelhaftigkeit und damit die logische Irrelevanz umgangssprachlich geregelter Konditionale und damit die Berechtigung der fregeschen „Verbesserungen“ belegen. So sei unklar, ob der Vordersatz „Wenn Jones in Carolina wäre“ mit dem Hintersatz „dann wäre er in Süd-Carolina“ oder mit „dann wäre er in Nord-Carolina“ zu verbinden sei⁹². In Wirklichkeit sind beide Sätze falsch, richtig ist nur das Konditional „Wenn Jones in Carolina wäre, dann wäre er entweder in Süd- oder Nord-Carolina“. Es wird behauptet, es sei nicht entscheidbar, ob, wenn Bizet und Verdi Landsleute gewesen wären, Bizet dann Italiener oder ob Verdi Franzose gewesen wäre⁹³. Auch hier sind beide behaupteten Alternativen falsch; richtig ist nur das Konditional „Wenn Bizet und Verdi Landsleute gewesen wären, genau dann wären beide von derselben Nationalität (entweder beide Italiener oder Franzosen oder Russen oder Deutsche, oder was auch immer) gewesen“⁹⁴.

Gegen den Vorwurf, das Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ sei wegen des Fehlens eines Zusammenhangs zwischen den Aussagen A und B keine sachgerechte Rekonstruktion des umgangssprachlichen *Wenn*, wendet **RODERICK M. CHISHOLM** ein, auch viele kontrafaktische Konditionale (subjunctive conditionals) $A \Rightarrow B$ entbehren der „connection“ zwischen A und B; viele subjunctive conditionals, etwa „Even if you were to sleep all morning, you should be tired“ drückten gerade aus, dass es keine solche Beziehung gebe⁹⁵. Dies ist ein unzutreffendes Argument, denn im Gegensatz zum kontrafaktischen Wenn-Satz subsumiert ein Even-if-Satz in der Tat einen einzelnen Fall oder besondere Fälle nicht unter ein allgemeines Gesetz, sondern kennzeichnet diese Fälle als Ausnahmen von einem Gesetz; **CHISHOLM** überträgt unzulässig die Bedeutung des *Wenn-auch* auf das kontrafaktische *Wenn*.

Auch so genannte „accidental conditionals“ sollen belegen, dass ein Konditional (wie das Gedankengefüge \bullet) nicht in jedem Falle ein *connecting principle* aufweise. **GOODMAN** konstruiert folgendes Beispiel: Da ich an Ostern zufällig nur Silbermünzen in der Tasche gehabt habe, gelte das „general law“: *Alle Münzen, die an Ostern in meiner Tasche waren, waren Silbermünzen*. Also müsse auch das kontrafaktische Konditional „Wenn diese Kupfermünze an Ostern in meiner Tasche gewesen wäre, wäre sie eine Silbermünze gewesen“ gelten – eine Behauptung, die nicht überzeuge, auch wenn das angebliche „general law“ richtig sei⁹⁶. Zunächst ist *dieser* Allsatz kein Gesetz, sondern eine Feststellung, die allen Elementen einer endlichen, an eine bestimmte Raum-Zeit-Stelle gebundenen Menge eine bestimmte Beschaffenheit zuschreibt; der Vordersatz unterstellt nun kontrafaktisch, dass ein Element, das die betreffende Eigenschaft nicht aufweist, auch zu jener Menge gehöre. Aus dieser kontrafaktischen Unterstellung folgt jedoch nicht, dass das neue Element nicht es selbst wäre (die Kupfermünze also aus Silber), sondern dass nicht alle Elemente der betreffenden Menge jene Eigenschaft aufweisen würde. Richtig ist also nur das Konditional „Wenn diese Münze an Ostern in meiner Tasche gewesen wäre, dann hätte ich an Ostern nicht nur Silbermünzen in der Tasche gehabt“. Möglich wäre nur noch, dass im Vordersatz ausdrücklich kontrafaktisch unterstellt wird, dass die Kupfermünze nicht das Ding ist, das sie ist, sondern eine derjenigen Münzen, die ich an Ostern in der Tasche hatte: „Wenn diese Kupfermünze eine der Münzen gewesen wäre, die ich an Ostern in der Tasche hatte (nicht aber: wenn ich diese Kupfermünze an Ostern zusätzlich zu den Silbermünzen in der Tasche gehabt hätte...), wäre sie eine Silbermünze.“ Auch dieser angebliche Beleg einer Missverständlichkeit und Ungenauigkeit der umgangssprachlich geregelten Konditionale ist eine irreführende und sophistische Konstruktion⁹⁷.

Es werden auch kontrafaktische Konditionale, die sich auf historische Ereignisse beziehen, bemüht, um nachzuweisen, dass auch umgangssprachliche Wenn-Sätze nicht immer einen logischen, gesetzmäßigen Zusammenhang voraussetzen, deren Fehlen demnach auch dem Gedankengefüge \bullet nicht angekreidet werden dürfe. **O'CONNOR** zufolge gibt es bei diesen Konditionalen „no obvious general principle from which the statement can be deduced.“ (S.355)

If the Greeks had lost at Marathon, the Persians would have captured Athens.

If Hitler had invaded in 1940, he would have captured London⁹⁸

„If Hitler had not invaded Russia, he would still be ruling Germany“⁹⁹

Auch diese Konditionale sind nur dann korrekt, wenn der Sprecher über gültige allgemein - gesetzmäßige Gründe verfügt, die die kontrafaktische Bedingung mit der kontrafaktischen Folge verbinden. Diese Gesetzmäßigkeiten sind freilich auf dem Gebiete der Historie nicht so unumstößlich und einfach wie Naturgesetze es in der Regel sind, und es sind außerdem Wahrscheinlichkeitsgesetze. Z.B. könnte unter impliziter Bezugnahme auf Art und zu erwartender Auswirkung des damaligen militärischen Kräfteverhältnisses, die Invasionskapazitäten der Hitlerarmee usw., die Behauptung „Wenn Hitler 1940 die Invasion des Vereinigten Königreiches durchgeführt hätte, hätte er mit hoher Wahrscheinlichkeit London erobert“ völlig korrekt sein (Entsprechendes gilt für die anderen Beispiele). Auch bei diesen historischen Konditionalen finden wir dann die allgemeine Struktur der Konditionale. Gibt es diese Gesetzmäßigkeiten nicht, sind die Konditionale ungültig.

Die unzweifelhafte Transitivität der drei Typen von Enthymemen wird von manchen Logikern bestritten. Diese angebliche Nichttransitivität der Konditionale soll die logische Wertlosigkeit des umgangssprachlichen *Wenn* im Gegensatz zum Gedankengefüge \bullet belegen: dieses Gedankengefüge ist ja immerhin transitiv und entspricht so der Implikation und dem Entailment, deren Transitivität intuitiv gewiss scheint. Die zum Beweis der Nichttransitivität dienen sollenden Beispiele, wiewohl sehr ausgeklügelt, weisen alle den logischen Fehler der *quaterio terminorum* auf. Ich gehe auf einige Konditionale, die die Nichttransitivität belegen sollen:

- (1-1) If Carter had died in 1979, he would not have lost the election in 1980
- (1-2) If Carter had not lost the election in 1980 {als Gegenspieler von Reagan}, Reagan would not have been President in 1981
- (1-3) If Carter had died in 1979, Reagan would not have been President in 1981

Obwohl an der Gültigkeit der Konditionale (1-1) und (1-2) nicht zu rütteln sei, sei die Behauptung (1-3) unhaltbar, die aus den Konditionalen (1-1) und (1-2) folgen müsste, wenn das Konditional transitiv wäre¹⁰⁰. In Wirklichkeit bedeutet das Verlieren der Wahl in den Sätzen (1-1) und (1-2) etwas völlig Verschiedenes: in (1-1) geht die „Wahlniederlage“ darauf zurück, dass Carter tot war und an den Wahlen gar nicht teilnehmen konnte¹⁰¹; in (1-2) ist vorausgesetzt, dass der lebende Carter gegen Reagan angetreten ist und die Wahl verloren hat verloren hat. Der Ausdruck „Carter had not lost the election in 1980“ bedeutet in (1-1) etwas ganz anderes als in (1-2), kann also nicht das Verkettungsglied sein.

- (2-1) Wenn Thurston seine Arbeit verlieren würde, so würde er weniger arbeiten
- (2-2) Wenn Thurston weniger arbeiten würde, so würde er weniger nervös sein
- (2-3) Wenn Thurston seine Arbeit verlieren würde, so würde er weniger nervös sein¹⁰²

Auch hier seien die Konditionale (2-1) und (2-2) korrekt, müssten also auf das unglaubliche Konditional (2-3) führen, wenn das Konditional transitiv wäre. (2-1) und (2-2) sind wohl korrekt, aber nicht verkettbar, weil das *weniger arbeiten* in beiden Fälle völlig Verschiedenes bedeutet; in (2-2) ist von weniger Arbeitsbelastung im Betrieb bei vorausgesetzter Nichtarbeitslosigkeit die Rede, während in (2-1) von weniger Arbeit aufgrund Arbeitslosigkeit gesprochen wird; in (2-1) ist vom arbeitslosen, in (2-2) vom in Arbeit stehenden Thurston die Rede; dies schließt die Verkettung aus; diese würde den Fehler der *quaterio terminorum* beinhalten.

Ein andersgearteter, aber nicht weniger erfolgloser Versuch, die Nicht-Transitivität des kontrafaktischen Konditional nachzuweisen, stammt von DAVID LEWIS¹⁰³: Gilt $A \supset B$, genau dann ist für LEWIS e_B von e_A kausal abhängig; e_A ist dann „Ursache“ (besser: hinreichende Bedingung) von e_B . Wenn nun e_B vom kontrafaktischen e_A kausal abhängig sei ($A \supset B$), und e_C von e_B kausal abhängig sei ($B \supset C$), dann sei nicht notwendig e_C von e_A abhängig ($A \supset C$). Denn e_C könne durch eine andere hinreichende Bedingung als e_A verursacht sein. Diese Behauptung ist nicht richtig, weil es zwar für e_C eine andere hinreichende Bedingung als e_B , und für e_B eine andere hinreichende Bedingung als e_A geben kann, aber dann, wenn e_B durch e_A und e_C durch e_B bedingt ist, e_C nicht ohne e_A vorliegen kann. LEWIS lässt sich zu dieser fehlerhaften Argumentation durch die falsche Annahme verleiten, dass, wenn e_A hinreichende Bedingung von e_B sei, genau dann gelte, dass e_B ohne e_A nicht der Fall sein könne – er macht aus einer hinreichenden Bedingung kurzerhand eine notwendige Bedingung. Weil nun aus $A \supset B$ und $B \supset C$ tatsächlich nicht hervorgeht, dass e_A notwendige Bedingung von e_C ist, unterstellt LEWIS, es gelte nicht $A \supset C$. Dieses Argument stellt einen Trugschluss in der Art einer *Ignoratio elenchi* dar: anstatt zu beweisen, dass bei $A \supset B$ und $B \supset C$ nicht $A \supset C$ gilt, beweist LEWIS, dass nicht $C \supset A$ gilt – was ja richtig ist.

Für **BURKS** ist die Verkettung $(A \supset B \ \& \ B \supset C) \rightarrow (A \supset C)$ „intuitively correct“¹⁰⁴. Aber auch hier ist, wie immer beim Beweis logischer Gesetze, die Berufung auf die Intuition belanglos. Gilt $A \supset B$, so ist für den Sprecher Satz A, und aufgrund des Schlusses auch Satz B falsch; gilt hingegen $B \supset C$, so ist für den Sprecher die Wahrheit von B ungewiss; aus diesem Grunde können $A \supset B$ und $B \supset C$ nicht zusammen behauptet werden, eine Verkettung ist nicht möglich; derartige Probleme können nie durch Intuition entschieden werden, sondern nur durch den Bezug auf die Wahrheitsbedingungen der Konditionale, die von der logischen Analyse vollständig zu erarbeiten sind.

2.2.6.2. Für das problematische Konditional sollen Transitivitäts- und Kontrapositionsgesetz nicht gelten

Viele Vertreter der Logistik bestreiten generell die Kontraposition für Konditionale. So behaupten **W.** und **M. KNEALE**: „Conditionals are not subject to the principle of contraposition“, denn das „Konditional“ sei für die Falschheit von B gar nicht bestimmt¹⁰⁵. Bei $A \supset B$ ist die Wahrheit von B und damit die von $\sim B$ zwar ungewiss, wie man jedoch bei $A \supset B$ vom ungewissen A unter Wahrheitsvorbehalt auf B schließen kann, so kann man vom ungewissen $\sim B$ bei Voraussetzung von $\mathcal{N}^e(A, B)$ unter Wahrheitsvorbehalt auf $\sim A$ schließen.

PETER DOWNING referiert die folgende falsche Beweisführung für die Nicht-Kontraposition der Konditionale: Sätze der Form „Wenn A, dann B“ und „Wenn A, dann $\sim B$ “ könnten nicht zugleich wahr sein (sie seien contraries), während „Wenn A, dann B“ und „Wenn $\sim A$, dann B“ verträglich seien. Wenn nun für die Konditionale die Kontraposition gelten würde, wäre die Kontraposition zu „Wenn A, dann B“ die Beziehung „Wenn $\sim B$, dann $\sim A$ “, und die Kontraposition von „Wenn $\sim A$, dann B“ wäre „Wenn $\sim B$, dann A“; „Wenn $\sim B$, dann A“ und „Wenn $\sim B$, dann $\sim A$ “ aber seien unverträglich. „Consequently contraposition applies to no conditionals, of whatever type.“¹⁰⁶ Dieses Argument ist falsch, denn es ignoriert, dass die Konditionale „Wenn A, dann B“ und „Wenn $\sim A$, dann B“ genau so unverträglich und konträr wie die Konditionale „Wenn A, dann B“ und „Wenn A, dann $\sim B$ “ sind; implizites Bezugsgesetz für $A \supset B$ ist $(E_A \rightarrow E_B)$, implizites Bezugsgesetz für $\sim A \supset B$ ist jedoch $(E_A \vee E_B)$ – beide logische Formen stehen in der Beziehung \mathbb{D} . Der Fall, dass zugleich zwei Konditionale $A \supset B$ und $\sim A \supset B$ gelten, ist unmöglich, daher können auch ihre Kontrapositionen $\sim B \supset \sim A$ und $\sim B \supset A$ nicht zugleich gelten.

Verschiedentlich werden konkrete Beispiele zur Widerlegung der Kontraposition des Konditionals angeführt. **BURKS** sieht die Kontraposition des Konditionals durch die intuitiv gefühlte Unzulässigkeit der Behauptung „If it rains he'll wear his raincoat; therefore if he doesn't wear his raincoat it won't rain“ widerlegt¹⁰⁷. Auch dieses Argument ist nicht stichhaltig; denn wenn diese betreffende Person *immer*, wenn es regnet einen Regenmantel trägt (und die Person sich im Freien befindet), dann ist die Tatsache, dass sie außer Hauses keinen Regenmantel trägt, ein untrügliches Anzeichen dafür, dass es nicht regnet; damit ist nicht gesagt, dass die Kleidung der betreffenden Person das Wetter *verursacht* (Bedingung des Zusammenhangs wäre vielmehr das konstante Verhalten der Person bei Regenwetter), sondern nur, dass immer, wenn ein Ereignis bestimmter Art nicht der Fall ist, dann auch ein Ereignis bestimmter anderer Art nicht der Fall ist.

M. KNEALE und **W. KNEALE** versuchen die angebliche Nicht-Kontraposition folgendermaßen zu erhärten: Das Konditional „Wenn das Wasser ruhig ist (**A**), gewinnt Oxford den Ruderwettkampf (**B**)“ hat als Kontraposition das Konditional „Wenn Oxford den Ruderwettkampf nicht gewinnt ($\sim B$), dann ist das Wasser nicht ruhig ($\sim A$)“; es könne, so die Autoren, keine Äquivalenz zwischen beiden Konditionalen bestehen, weil die Tatsache, dass das Wasser nicht ruhig ist und Oxford nicht gewinnt, das erste Konditional widerlege, das zweite hingegen verifiziere¹⁰⁸. Auch dieses Argument ist falsch, denn die Voraussetzung des ersten Konditionals $A \supset B$, dass bei ruhigem Wasser Oxford stets gewinnt, wird durch die Tatsache $\sim A \wedge \sim B$ keineswegs widerlegt: eine Widerlegung wäre nur die Tatsache $A \wedge \sim B$ (bei ruhigem Wasser Niederlage). Zweitens wird das Konditional $\sim B \supset \sim A$ durch die Tatsache $\sim A \wedge \sim B$ nicht schon verifiziert: hinzukommen muss die Unmöglichkeit von $A \wedge \sim B$.

Als „Gegenbeispiel“ für die Kontraposition führt **FRANK JACKSON** den Satz „If he has made a mistake, it is not a big mistake, therefore, if he has made a big mistake, he has not make a mistake“ an¹⁰⁹; dies ist irreführend, denn das implizite Bezugsgesetz dieses Konditional ist nicht „Wenn jemand einen Fehler macht, dann macht er

keinen großen Fehler“, sondern die *personenbezogene* Verhaltensregelmäßigkeit, dass diese Person wohl Fehler, nie aber große Fehler macht; dies stellt eine Beziehung der Postnondenanz dar; dass diese Person große Fehler macht, ist immer und unter allen Umständen unmöglich – und es kann daher auch nie problematisch sein.

Hinter dem Bestreiten der Transitivität und Kontrapositionalität der Konditionale steht das apologetische Bestreben, die logische Inferiorität der umgangssprachlich ausgedrückten Konditionale gegenüber dem fregeschen Gedankengefüge \mathbf{C} zu belegen. Ständig beschwören die Logistiker eine angebliche Vagheit, Mehrdeutigkeit, Ungenauigkeit und Nichtentscheidbarkeit der umgangssprachlich ausgedrückten Konditionale, ohne dass sie, aufgrund ihres unkritischen Festhaltens an der fregeschen Missdeutung des Gedankengefüges \mathbf{C} auch nur eine einigermaßen adäquate Einsicht in die Struktur und Geltungsbedingungen der Konditionale gewinnen können. Ihre durchweg sophistischen Scheinbelege der Mangelhaftigkeit der umgangssprachlich ausgedrückten Konditionale und Implikationen soll es dann als vernünftig, und zumutbar erscheinen lassen, die umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel durch die willkürlichen Erfindungen **FREGES** zu ersetzen; nur dann, so etwa **DOWNING** sei überhaupt erst eine klare Entscheidung über die Gültigkeit der „logischen Gesetze“ möglich¹¹⁰. Nun, die von mir dargelegten Wahrheitsbedingungen und Strukturen der Konditionale ermöglichen ohne weiteres die eindeutige Entscheidung über die Korrektheit von Konditionalen und die Gültigkeit ihrer Gesetze. Die fregeschen Gedankengefüge, ihre Gesetzmäßigkeiten und die Weisen ihrer Entscheidung sind, sofern sie in ihrer tatsächlichen Bedeutung aufgenommen werden, für das Verständnis der Konditionale, oder irgendwelche anderer logischer Zusammenhänge völlig belanglos; werden sie logisch missdeutet, so ist dies für die Logik verheerend. Das zeigt nicht zuletzt der Zustand der gegenwärtigen „Konditionallogik“, die auf **FREGES** unsachgemäßen Konstruktionen aufbaut: obwohl die Literatur einen nicht mehr überschaubaren Umfang annimmt, ist ihr Ertrag minimal und von chaotischer Uneinheitlichkeit: es kann sich kein sachgerechtes Verständnis gewonnen werden, solange die Orientierung an **FREGES** Vorschlägen beibehalten wird.

2.2.6.3. Der „Conditional Proof“

Anhänger des fregeschen Logikentwurfs versuchen mit Hilfe eines „*Conditional Proof*“ nachzuweisen, dass immer wenn „ $A \Rightarrow B$ “ wahr ist, auch das umgangssprachlich formulierte Konditional „Wenn₂ A, dann B“ wahr ist. Ausgangspunkt dieses „Beweises“ ist das Schema \mathbf{C}/α – nämlich die Behauptung, dass $A \Rightarrow B$ und A zusammen die Wahrheit von B „implizieren“. Der in diesem Schema ausgedrückte Zusammenhang wird als *Sonderfall* des logischen Verhältnisses: *ein erster Sachverhalt p impliziert zusammen mit einem zweiten Sachverhalt q einen dritten Sachverhalt r* genommen; abkürzend sei dieser Zusammenhang durch den Ausdruck „ $(p \wedge q) \rightarrow r$ “ dargestellt. Dieses logische Verhältnis $(p \wedge q) \rightarrow r$ soll nun seinerseits implizieren, dass das Vorliegen von p impliziert, dass q das r impliziert: behauptet wird also das Gesetz „Wenn p und q zusammen das r implizieren, dann impliziert q das r, wenn p vorliegt“, abgekürzt: $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$. Aus der Anwendung dieses logischen Gesetzes, das intuitiv und ohne Beweis als gültig vorausgesetzt wird, auf den Sachverhalt „ $(A \Rightarrow B)$ und A implizieren zusammen die Aussage B“, soll sich ergeben, dass wenn $(A \Rightarrow B)$ gilt, dann auch „Wenn A, dann B“ und das als bedeutungsgleich angesehene „A impliziert B“ wahr sind. Der „Conditional Proof“ besteht in folgendem Schluss:

logisches Bezugsgesetz:	$[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$
Subsumtionsprämisse:	Mit $[(A \Rightarrow B)$ und A implizieren zusammen die Aussage B] gilt ein Verhältnis der Art $[(p \wedge q) \rightarrow r]$
Konklusion:	Mit „Wenn $A \Rightarrow B$, dann: wenn A, dann B“ gilt also ein Verhältnis der Art $[p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ ¹¹¹ .

In diesem Beweis kommen *nebeneinander* der umgangssprachliche Ausdruck der implikativen Wenn₁-dann-Beziehung, und jener begriffsschriftliche Ausdruck vor, der angeblich eben diese Wenn₁-dann-Beziehung mit Hilfe des Gedankengefüges \mathbf{C} präzise und explizit bestimmt. Die Bedeutungsgleichheit dieser Ausdrücke soll durch den Beweis erst erwiesen werden; dies bedeutet jedoch, dass dieser „Conditional Proof“ in folgender Hinsicht auf Voraussetzungen beruht, die im Widerspruch zu seinem angeblichen Resultat stehen: der Beweis soll untermauern, dass das Gedankengefüge \mathbf{C} identisch ist mit der üblicherweise umgangssprachlich durch „Wenn-dann“, „...impliziert...“, „aus ... folgt ...“ ausgedrückten Form der Implikation bzw. des Konditionals; diese umgangssprachlichen Bezeichnungen und das begriffsschriftliche Zeichen „ \Rightarrow “ sollen deshalb durcheinander er-

setzbar sein. Es geht im „Conditional Proof“ vordringlich um das Verhältnis zwischen dem intuitiv-vortheoretischen Verständnis der Wenn-dann-Beziehung und **FREGES** Definition (und nachträgliche Umdeutung) des Gedankengefüges **■**. Prinzipiell kann es jedoch nicht auf der einen Seite ein vortheoretisches, an die Umgangssprache gebundenes intuitives Verständnis der Wenn-dann-Beziehung geben, auf der anderen Seite eine *davon unabhängige* theoretische Bestimmung dieser Beziehung. Eine explizite Kenntnis der Bedeutung (= Wahrheitsbedingungen) der umgangssprachlich ausgedrückten Implikation als solche in ihrer Allgemeinheit kann vielmehr nur von den reflektierend-verallgemeinernden Analysen der Logiker geliefert werden, wobei diese Analysen am vortheoretischen (umgangssprachlichen) Verständnis ansetzen *müssen*. Das theoretisch-begriffliche Verständnis, das aus diesen Analysen, sofern sie Erfolg haben, resultiert, stellt eine verallgemeinernde, verbegrifflichende Umarbeitung, Transformation des vortheoretisch-intuitiven Verständnisses dar. Erst durch diese Verbegrifflichung der intuitiven, noch untrennbar mit den je besonderen gegenständlichen Inhalten vermischten Vorstellung implikativer Zusammenhänge kommen wir zu einer expliziten Kenntnis logischer Formen als solcher, erst dann können logische Gesetze erkannt und begründet werden.

Der „Conditional Proof“ unterstellt nun gerade eine solche vortheoretische Kenntnis logischer Formen und Gesetze; er lässt die diachrone Abhängigkeit zwischen dem vorgängigen intuitiv-unreflektierten Verständnis des Logischen und dem nachfolgenden, daran anknüpfenden Versuch seiner theoretischen Verbegrifflichung außer Acht. Als theoretische Konzeption der Implikation gilt ihm **FREGES** Bestimmung des Gedankengefüges **■**. Von diesem Gedankengefüge soll aber der Beweis erst noch zeigen, dass es mit der umgangssprachlich-intuitiven Verwendung des Wenn übereinstimmt – diese Übereinstimmung darf also noch nicht vorausgesetzt werden, da sonst die Argumentation einen zirkulären Charakter erhielte. Das umgangssprachlich formulierte logische Bezugsgesetz des „Conditional Proof“ muss daher als bekannt und gültig vorausgesetzt werden, ganz unabhängig von den Bemühungen **FREGES**. Im „Conditional Proof“ kommen *nebeneinander* die Ausdrücke „ \Rightarrow “ und „Wenn, dann“/„impliziert“/„entails“ usw. vor – es muss dabei vorausgesetzt werden, dass diese Ausdrücke und ihre Bedeutungen unabhängig voneinander konzipiert, verstanden und begründet sind; diese Ausdrücke dürfen in der Darstellung des Beweises auch nicht durcheinander ersetzt werden¹¹². **FREGES** begriffsschriftlich dargestelltes theoretisches und das umgangssprachlich ausgedrückte intuitive Verständnis der Implikation wird ins Verhältnis eines äußeren Vergleichs von zueinander unabhängigen Konzepten gesetzt. Als Resultat soll sich aber Bedeutungsgleichheit und völlige Ersetzbarkeit ergeben.

Der „Beweis“ müsste seinen Gehalt und seine Gültigkeit bewahren, wenn das umgangssprachliche *Wenn* in der Gesetzesprämissen überall durch die Bezeichnung des Gedankengefüges **■** ersetzt würde. Dass dies nicht der Fall ist, wird evident, wenn wir dem begriffsschriftlichen Zeichen \Rightarrow keine andere Bedeutung geben, als **FREGE** festgesetzt hat. Das logische Bezugsgesetz könnte, wäre der „Conditional Proof“ richtig, durch den Ausdruck „ $[(A \& B) \Rightarrow C] \Rightarrow [A \Rightarrow (B \Rightarrow C)]$ “ ersetzt werden; dieser Ausdruck besagt nichts anderes, als dass es falsch ist, dass $(A \& B \& \neg C)$ zugleich wahr und falsch ist – ein Aussagegehalt, der offenkundig verschieden ist von dem des umgangssprachlich formulierten logischen Gesetzes, wonach, wenn zwei Sachverhalte zusammen einen dritten implizieren, der erste Sachverhalt impliziert, dass der zweite den dritten impliziert. Wenn wir also in der Darstellung des „Conditional Proof“ das umgangssprachliche „wenn, dann“/„impliziert“ durch das fregesche Zeichen „ \Rightarrow “ ersetzen, verändert dieser Beweis grundlegend seinen Aussagegehalt; dies dürfte nicht der Fall sein, wäre dieser Beweis richtig.

Indem der „Conditional Proof“ intuitiv, ohne jede Bezugnahme auf eine Theorie logischer Formen die Geltung des Bezugsgesetzes unterstellt, setzt er die Möglichkeit einer vortheoretischen Kenntnis und Begründung logischer Formen und Gesetze voraus; eine solche Kenntnis logischer Gesetze vor aller theoretischer Logik und unabhängig von ihr kann es nicht geben. Wer im Rahmen des fregeschen Logikentwurfs für den „Conditional Proof“ einsteht, hat zwar präzise Vorstellungen über die Wahrheitsbedingungen des Gedankengefüges $A \Rightarrow B$ (sofern er dieses Gedankengefüge nicht der nachträglichen logischen Missdeutung unterzieht); er kann klarlegen, dass die Ausdrücke „ $(A \& B) \Rightarrow C$ “ und „ $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ “ dasselbe bedeuten – nämlich, dass es falsch ist, dass A und B wahr und C falsch ist, und dass es deshalb falsch ist, dass das eine wahr und das andere falsch ist – wie im Fregegesetz $[(A \& B) \Rightarrow C] \Rightarrow [A \Rightarrow (B \Rightarrow C)]$ behauptet wird. Er darf die Wahrheitsbedingung von „ $A \Rightarrow B$ “ jedoch nicht schon mit denen von „Wenn A, dann B“ bzw. „A impliziert B“ identifizieren – denn die Berechtigung einer solchen Identifikation soll erst erwiesen werden. Hinsichtlich der Geltungsbedingungen der Verhältnisse „p impliziert q“, „p und q zusammen implizieren r“ und „p impliziert, dass q das r impliziert“ muss er sich auf das unreflektierte, intuitive Verständnis stützen. Auf der Basis solcher vortheoretischer Intuitionen lässt sich die Geltung logischer Gesetze nicht begründen. Die Unschärfe und Mehrdeutigkeit des rein intuitiven Verständnisses

der Wendungen „Wenn A, dann B“/„A impliziert B“ erhellt schon daraus, dass die Verfechter des „Conditional Proof“ ungeklärt lassen, ob das benutzte umgangssprachliche „Wenn“ das „Wenn₁“ zum Ausdruck implikativer Gesetzeszusammenhänge oder das „Wenn₂“ zum Ausdruck problematischer Konditionale darstellt – dass ohne Klärung dieser Frage der ganze Beweis keinen rechten Sinn besitzt, ist den Verfechtern dieses „Beweises“ gar nicht bewusst.

Als Bezugsgesetz dieses Beweises kommt nur das logische Gesetz $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ in Frage, denn nur diesem Gesetz lässt sich der behauptete implikative Zusammenhang „ $A \Rightarrow B$ und A zusammen implizieren B“ subsumieren. Die Geltung dieses Gesetzes muss jedoch erst nachgewiesen werden. Das umgangssprachliche Wenn, das an mehreren Stellen in der Gesetzesprämisse des „Conditional Proof“ auftritt, ist das Wenn₁ zum Ausdruck der Implikation; da diese Wenn₁-Beziehung anders als das Gedankengefüge \bullet keine Aussagen zu Relata hat, kann sie auf keinen Fall auch durch das Gedankengefüge-Zeichen \Rightarrow ausgedrückt werden.

Ob das Bezugsgesetz des „Conditional Proof“ ein gültiges logisches Gesetz ist, lässt sich auf der Grundlage eines intuitiven Verständnisses logischer Zusammenhänge niemals entscheiden – aber auch die Kenntnis der Wahrheitsbedingungen des Gedankengefüges \bullet hilft nicht weiter¹¹³. Welche Gesetzmäßigkeit der Ausdruck „ $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ “ behauptet und ob dieses Gesetz gültig ist, kann hingegen mit dem im ersten Teil der vorliegenden Arbeit entwickelten Begriff der logischen Implikation leicht überprüft werden: Ein Sachverhalt oder Ereignis s impliziert einen Sachverhalt oder ein Ereignis t genau dann, wenn bei s das Ereignis t notwendig, bei $\sim s$ hingegen t möglich im Sinne von \mathcal{K} ist; dies bedeutet, dass s und t zusammen vorliegen können, dass s jedoch nicht ohne t vorliegen kann; bei $\sim s$ kann sowohl t wie $\sim t$ vorliegen. Damit gelten für die dreistellige logische Relation „ $(p \wedge q) \rightarrow r$ “ die folgenden Wahrheitsbedingungen: beim gemeinsamen Vorliegen von p und q (also bei $p \wedge q$), ist r notwendig; liegen p und q nicht zusammen vor (also bei $\sim(p \wedge q)$), ist r möglich (\mathcal{K}). Es gilt $\sim(p \wedge q)$ genau dann, wenn entweder $p \wedge \sim q$ (Vorkommenskombinationen III und IV) oder $\sim p \wedge q$ (Vorkommenskombinationen V und VI) oder $\sim p \wedge \sim q$ (Vorkommenskombinationen VII und VIII) gilt: in zumindest einem dieser drei Fälle muss demnach sowohl r wie $\sim r$ realmöglich sein.

Diese Bedingungen legen die folgende dreistellige logische Relation von (p, q, r) fest:

Da bei $p \wedge q$ das r notwendig ist, ist Vorkommenskombination I realmöglich ($I = 1$) und Vorkommenskombination II nicht-realmöglich ($II = 0$);

bei $\sim r$ ist $p \wedge q$ unmöglich, es ist also $\sim r$ mit $p \wedge q$ nichtrealmöglich ($II = 0$); hingegen ist $\sim r$ mit $\sim(p \wedge q)$ realmöglich, es gilt also $IV = 1 \vee VI = 1 \vee VIII = 1$

Liegen p und q nicht zusammen vor (also bei $\sim(p \wedge q)$), ist r möglich (\mathcal{K}). Es gilt $\sim(p \wedge q)$ genau dann, wenn entweder $p \wedge \sim q$ (Vorkommenskombinationen III und IV) oder $\sim p \wedge q$ (Vorkommenskombinationen V und VI) oder $\sim p \wedge \sim q$ (Vorkommenskombinationen VII und VIII) gilt: in zumindest einem dieser drei Fälle muss demnach sowohl r wie $\sim r$ realmöglich sein.

Außerdem muss es realmöglich sein, dass keines der drei Ereignisse vorliegt: p und q sollen zusammen r unter allen Bedingungen implizieren; bei der selbständigen Implikation $s \rightarrow t$ gilt ja, dass weder die hinreichende Bedingung noch ihre Folge vorliegen kann.

Für die Relation $(p \wedge q) \rightarrow r$ gelten also die folgenden Bedingungen:

1. $I = 1$
2. $II = 0$
3. $(III = IV = 1) \vee (V = VI = 1) \vee (VII = VIII = 1)$
4. $VIII = 1$

Insgesamt 23 dreistellige Totalformen genügen diesen Bedingungen¹¹⁴:

p	q	r	R	R	R	R	R	R	R	R	R1	R1	R1	R1	R1	R1	R1	R1	R2	R2	R2	R2	
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Nun wird im „Conditional Proof“ behauptet, dass die logische Relation $(p \wedge q) \rightarrow r$ die Relation $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ impliziert; dies ist dann der Fall, wenn die Menge der Bedingungen für das Vorliegen von $(p \wedge q) \rightarrow r$ Obermenge der Menge der Bedingungen für das Vorliegen von $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ist. Dem Begriff der Implikation entsprechend besagt der Ausdruck „ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ “, dass bei p die Beziehung $q \rightarrow r$ notwendig gilt, bei $\sim p$ die Beziehung $q \rightarrow r$ hingegen möglich (\mathcal{K}) ist. Durch diese Bestimmungen ist die dreistellige logische Relation $[p, q, r \in \mathcal{CV}]$ festgelegt: Bei p gilt $(q \rightarrow r)$. Bei $\sim p$ ist die Beziehung $q \rightarrow r$ hingegen möglich (\mathcal{K}), und deshalb müssen die Vorkommenskombinationen V ($\sim p \wedge q \wedge r$), VII ($\sim p \wedge \sim q \wedge r$) und VIII ($\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r$) alle reallmöglich sein. Auch Vorkommenskombination VI muss reallmöglich sein, denn sonst würde auch in allen Fällen von $\sim p$ $q \rightarrow r$ gelten, und es wäre damit von p unabhängig, dass q das r impliziert; bei $\sim p$ aber ist $q \rightarrow r$ nur möglich (\mathcal{K}); das Verhältnis $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ kann somit durch „ $[p, q, r \in \mathcal{CV}]$ “ dargestellt werden¹¹⁵.

Um die Beziehung zwischen den beiden Relationen $(p \wedge q) \rightarrow r$ und $p \rightarrow (q \rightarrow r) = [p, q, r (1011)(1111)]$ festzustellen, brauchen wir nur zu prüfen, ob beide Verhältnisse zusammen, keines der beiden Verhältnisse, oder das eine ohne das andere vorliegen kann. Es liegen beide Verhältnisse genau dann vor, wenn $[p, q, r (1011)(1111)]$ gilt; es liegt $(p \wedge q) \rightarrow r$ ohne $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ vor, wenn beispielsweise $[p, q, r (1000)(0111)]$ gilt. Dass $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ohne $(p \wedge q) \rightarrow r$ vorliegt, ist nicht reallmöglich, denn bei $[p, q, r (1011)(1111)]$ gilt notwendig auch $(p \wedge q) \rightarrow r$; dass von beiden Verhältnissen keines vorliegt, ist der Fall etwa, wenn $[p, q, r (0111)(1111)]$ gilt. Es ergibt sich, dass nicht $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ gilt, wie es die Intuition der Verfechter des „Conditional Proof“ glauben machen will, sondern $[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$; das Bezugsgesetz des „Conditional Proof“ erweist sich als falsch. Zwar lässt sich im Rahmen des fregeschen Logikentwurfs die Richtigkeit des Fregegesetzes „ $[(A \wedge B) \Rightarrow C] \Rightarrow [A \Rightarrow (B \Rightarrow C)]$ “ nachweisen, damit steht aber noch lange nicht die Richtigkeit der logischen Gesetzesaussage „ $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ “ fest. Schon die Falschheit des Bezugsgesetzes macht den „Conditional Proof“ zu einer hoffnungslosen Angelegenheit.

Dass das SFG-Schema \mathbf{C}/α dem logischen Verhältnis $(p \wedge q) \rightarrow r$ subsumiert werden kann, beweist also nicht, dass bei $A \Rightarrow B$ die Wahrheit von A die Wahrheit von B impliziert; denn $(p \wedge q) \rightarrow r$ impliziert nicht das Verhältnis $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$. Das Verhältnis zwischen den SFG-Sachverhalten $A \Rightarrow B$, A und B lässt sich – unter Bezug auf FREGES Festsetzungen – jedoch genauer bestimmen, als es im Ausdruck „ $((A \Rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$ “ geschieht.

Vorkommenskombination		Begründung	
I	$(A \Rightarrow B) \wedge A \wedge B$	1	Bei A und B ist $A \Rightarrow B$ richtig
II	$(A \Rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B$	0	Bei A und $\neg B$ ist $A \Rightarrow B$ falsch
III	$(A \Rightarrow B) \wedge \neg A \wedge B$	1	Bei $\neg A$ und B ist $A \Rightarrow B$ richtig
IV	$(A \Rightarrow B) \wedge \neg A \wedge \neg B$	1	Bei $\neg A$ und $\neg B$ ist $A \Rightarrow B$ richtig
V	$\sim(A \Rightarrow B) \wedge A \wedge B$	0	Bei A und B ist $\sim(A \Rightarrow B)$ falsch
VI	$\sim(A \Rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B$	1	Bei A und $\neg B$ ist $\sim(A \Rightarrow B)$ richtig
VII	$\sim(A \Rightarrow B) \wedge \neg A \wedge B$	0	Bei $\neg A$ und B ist $\sim(A \Rightarrow B)$ falsch
VIII	$\sim(A \Rightarrow B) \wedge \neg A \wedge \neg B$	0	Bei $\neg A$ und $\neg B$ ist $\sim(A \Rightarrow B)$ falsch

Es ergibt sich das Verhältnis $[A \Rightarrow B, A, B \text{ C}\llbracket]$, gleichbedeutend mit $[A, A \Rightarrow B, B \text{ E}\llbracket]$ und $[B, A \Rightarrow B, A \text{ I}\llbracket]$ – ein Gesetz des SFG¹¹⁶. Diese Beziehung involviert nun tatsächlich, dass bei $A \Rightarrow B$ gilt: $\vdash A \rightarrow \vdash B$, d.h. wenn A wahr ist, dann ist B wahr. Ist damit die Behauptung – obwohl sie im „Conditional Proof“ in der üblichen Form nicht korrekt bewiesen – also doch richtig, dass unter der Voraussetzung $A \Rightarrow B$ „Wenn A, dann B“ gilt, das Gedankengefüge \blacksquare also einen implikativen Zusammenhang darstellt und angemessen durch das umgangssprachliche Wenn ausgedrückt werden kann?

Dies ist dennoch nicht der Fall – bei $A \Rightarrow B$ besteht kein tatsächlicher implikativer Zusammenhang zwischen den Aussagen A und B. Die Tatsache, dass bei $A \Rightarrow B$ gilt $A \rightarrow B$ (Wenn A wahr ist, dann ist B wahr) bedeutet nichts anderes, als dass die Behauptung $A \Rightarrow B$ in zwei Fällen richtig ist – wenn A und B beide wahr, oder wenn A falsch ist¹¹⁷; jeder dieser disjunkten Fälle stellt eine hinreichende Bedingung für die Wahrheit von $A \Rightarrow B$ dar; andere hinreichende Bedingungen gibt es nicht – genau dies drückt das Gesetz des SFG $[A \Rightarrow B, A, B \text{ C}\llbracket]$ aus. Das Gedankengefüge \blacksquare wird auf beide Fälle bezogen – und nur wenn für den Sprecher beide Möglichkeiten gleichermaßen bestehen, kann es sagen „Wenn A wahr ist, ist B wahr“.

Im konkreten Falle kann ein Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ jedoch nur dann als *Wahrheitsfunktion* behauptet werden, wenn schon bekannt und entschieden ist, welche der zwei möglichen hinreichenden Bedingungen tatsächlich gegeben sind. Und in diesem Fall der konkreten, hinreichend begründeten Behauptung eines Gedankengefüges \blacksquare durch die Wahrheit von A und B oder die Falschheit von A lässt sich nicht mehr behaupten „Wenn A wahr ist, dann ist B wahr“; dies würde voraussetzen, dass dem Sprecher der Wahrheitswert von A nicht bekannt ist – für ihn demnach beide hinreichenden Bedingungen gleichermaßen möglich sind.

Wir sind in zwei Fällen berechtigt, von zwei Aussagen A und B zu behaupten: „Jedenfalls ist nicht A wahr und B falsch“; im ersten Falle des Gedankengefüges \blacksquare ist die Behauptung eine informationsverschleiende Kundgabe der Voraussetzung, dass A und B beide wahr oder dass A falsch ist; im zweiten Falle steht, unabhängig von den Wahrheitswerten der Aussagen A und B fest, dass die Aussage A die Aussage B impliziert¹¹⁸.

Es ist definitiv bekannt, welche der dann in Betracht kommenden Wahrheitswertkombinationen – beide Aussagen A und B sind wahr – beide sind falsch – A wahr und B falsch – A und B zuzuordnen sind. Die Aussage, dass jedenfalls nicht A wahr und B falsch ist – $A \Rightarrow B$ – stellt hier eine unnütze Informationsverschleierung dar. In diesem Falle kann keine Rede davon sein, dass die Aussage A die Aussage B impliziert. Da der Sprecher bereits weiß, dass A falsch bzw. A und B wahr sind, kann er jedoch nicht das problematische Konditional „Wenn A, dann B“ behaupten. Weder „A und B sind wahr“ noch „A ist falsch“, die beiden einzigen hinreichenden Gründe für die Behauptung „ $A \Rightarrow B$ “, berechtigen zu den Aussagen „Wenn A, dann B“ und „A impliziert B“. Nur in der bereits erwähnten abwegigen, konstruierten und gekünstelten Situation, dass jemand gesagt wird, es gelte $A \Rightarrow B$, ohne dass man ihm die Begründung durch die tatsächlichen Wahrheitswerte von A und B mitteilt, und er diese Behauptung auf Treu und Glauben akzeptiert, kann man sagen: „Ich weiß zwar nicht ob A wahr oder falsch ist, aber da mir gesagt wurde, dass nicht A wahr und B zugleich falsch ist, weiß ich, wenn A wahr ist, ist B wahr“.

Auch dann, wenn wir wissen, dass eine Aussage A eine Aussage B impliziert, steht fest, dass jedenfalls nicht A wahr und B falsch ist. Anders als im Falle des Gedankengefüges \blacksquare ist die vorgängige Kenntnis der Wahrheitswerte von A und B nicht Bedingung des Ausschlusses der Wahrheitswertkombination $\mathcal{W}(A) \wedge \mathcal{F}(B)$; diese Wahrheitswertkombination ist vielmehr ausgeschlossen, weil A B impliziert. Es kommt in diesem Falle nicht auf die Wahrheitswerte, sondern auf die Form der Aussagen A und B an: A muss das Vorliegen eines Sachverhalts/Ereignisses e_A , B muss das Vorliegen eines Sachverhalts/Ereignisses e_B feststellen; e_A und e_B müssen auf dasselbe Ereignis-Bezugssystem bezogen sein; e_A muss der Sachverhalts-/Ereignisklasse E_A , e_B muss der Sachverhalts-/Ereignisklasse E_B zugehören, und diese beiden Sachverhalts-/Ereignisklassen müssen in der Beziehung

der Implikation $E_A \rightarrow E_B$ stehen. Die Tatsache, dass *nicht* (*A wahr und B falsch*) ist, gilt nicht aus „wahrheitsfunktionalen“ Gründen, und beruht nicht wie bei $A \Rightarrow B$ auf dem bloßen Faktum, dass die Aussagen eben einer anderen Wahrheitswertkombination angehören, sondern darauf, dass der Fall $E_A \wedge \sim E_B$ nichtrealmöglich ist. Wenn unter der Voraussetzung, dass A auf diese Weise B impliziert, dem Sprecher die Wahrheitswerte von A und B nicht bekannt sind, kann er das problematische Konditional „Wenn A, dann B“ behaupten. Wer hingegen im Rahmen des SFG die Wahrheitswerte zweier Aussagen nicht weiß, kann den Ausschluss der Wahrheitswertkombination $\mathcal{W}(A) \wedge \mathcal{F}(B)$, also das Gedankengefüge \blacksquare gar nicht begründen und behaupten. Wenn der Sprecher unter der Voraussetzung, dass A B impliziert, weiß, dass A wahr ist, kann er das assertorische Enthymem „Weil A, deshalb B“ äußern; im Falle der Wahrheit von A und $A \Rightarrow B$ gilt jedoch nicht „Weil A, deshalb B“. Wenn der Sprecher schließlich unter der Voraussetzung, dass A B impliziert, weiß, dass A falsch ist, kann er das kontrafaktische Konditional „Wenn A wahr wäre, wäre B wahr“ formulieren; wenn $A \Rightarrow B$ wahr und A falsch ist, gilt hingegen nicht notwendig das entsprechende kontrafaktische Konditional.

Aus allen diesen Gründen ist es unzulässig, das Gedankengefüge \blacksquare als Konditional „Wenn A, dann B“ oder als Behauptung „A impliziert B“ auszudrücken.

2.2.7. Die aus der Verwechslung der Fregegesetze mit logischen Gesetzen resultierenden Paradoxa

Dass **FREGE** die *schon definierten* Gedankengefüge im Nachhinein durch logische Partikeln bezeichnet, z.B. den Ausdruck „es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist“ als „Wenn A, so B“ formuliert, könnte man vielleicht noch als die Festlegung einer neuartigen, möglicherweise originellen, anderweitig nirgendwo praktizierten Verwendung des *Wenn* und anderer logischer Partikeln ansehen; dass das *Wenn* in der fregeschen Verwendung aufhört, eine logische Partikel zu sein, müsste dann freilich immer im Auge behalten werden. Unannehmbar ist es jedoch, wenn **FREGE** die beiden unvereinbaren Verwendungen der logischen Partikeln in ein- und demselben Ausdruck praktiziert und dabei ihren tief greifenden Unterschied ignoriert; dies geschieht dann, wenn er einerseits die Gedankengefüge, andererseits die logischen Beziehungen zwischen diesen Gedankengefügen durch ein und dieselben logischen Partikeln ausdrückt; diese Vermengung der unverträglichen „Lesearten“ der logischen Partikeln führt unvermeidlich zu logischen Ungereimtheiten. Viele *richtige* Gesetze des SFG erhalten einen widersinnig-paradoxen Charakter, wenn das Gedankengefüge \blacksquare für die logische Relation der Implikation gehalten wird; es resultieren die sog. „Paradoxa der ›materialen Implikation‹“¹¹⁹; ich führe die wichtigsten an:

FREGES Definition des Gedankengefüges $A \Rightarrow B$ besagt, dass für jede falsche Aussage A das Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ wahr ist; dies ist der Gehalt des Gesetzes des SFG $(\neg A) \rightarrow (A \Rightarrow B)$; solange dem Zeichen „ \Rightarrow “ keine andere als die festgelegte Bedeutung geben wird und die Bedeutungen von „ \rightarrow “ und „ \Rightarrow “ nicht identifiziert werden, ist dieser Ausdruck zwar trivial, aber zweifellos richtig und in keiner Weise paradox: Wenn eine Aussage A falsch ist, dann ist es falsch, dass sie wahr und eine andere Aussage B falsch ist. Auch das aus dem Ausdruck dieses Gesetzes des SFG dadurch resultierende Fregegesetz, dass „ \Rightarrow “ durch „ \rightarrow “ ersetzt wird, hat nichts Paradoxes an sich, wenn an der festgelegten Bedeutung des Zeichens „ \Rightarrow “ festgehalten wird; „ $(\neg A) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ “ bedeutet: es ist falsch, dass eine Aussage A zugleich wahr und falsch und eine andere Aussage B falsch ist. Erst wenn das Gedankengefüge \blacksquare aufgrund der „Wenn-dann“-Deutung mit der Implikation verwechselt wird, ergibt sich Widersinn: „Wenn eine Aussage A falsch ist, dann impliziert A jede beliebige Aussage B“, gleichbedeutend „Eine falsche Aussage impliziert jede andere Aussage“ oder auch „Wenn eine Aussage A falsch ist, dann gilt: Wenn A, dann B“ usw.

Die Behauptung $(A \& \neg A)$ ist für jede Aussage A ein Widerspruch und falsch; es ist deshalb falsch, dass $(A \& \neg A)$ wahr und eine andere Aussage B falsch ist: $(A \& \neg A) \Rightarrow B$. Wäre die Deutung des Gedankengefüges \blacksquare als Implikation zulässig, müssten wir den Unsinn behaupten, dass ein Widerspruch jede beliebige Aussage impliziert.

Aus der festgesetzten Bedeutung des Zeichens „ \Rightarrow “ ergibt sich, dass für jede wahre Aussage A die Gedankengefüge-Behauptung $B \Rightarrow A$ wahr ist: $A \rightarrow (B \Rightarrow A)$ ist ein zwar triviales, aber richtiges und sinnvolles Gesetz des SFG; auch das entsprechende Fregegesetz $A \Rightarrow (B \Rightarrow A) \equiv \neg(A \& \neg A \& B)$ hat nichts Widersinniges an sich. Erst wenn dem Zeichen „ \Rightarrow “ die logische Bedeutung des Implikations-Wenn gegeben wird, ergibt sich die paradoxe Behauptung „Eine wahre Aussage folgt aus (wird impliziert von) jeder beliebigen Aussage“, gleichbedeutend „Wenn eine Aussage A wahr ist, dann gilt für jede beliebige Aussage B: wenn B, dann A“.

Aus den fregeschen Festlegungen geht hervor, dass für zwei beliebige wahrheitswertdefinite Aussagen A und B von den Gedankengefüge-Beauptungen $A \Rightarrow B$ und $B \Rightarrow A$ zumindest eine wahr ist; es gilt das \bar{A} -Gesetz des SFG $(A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow A)$ ¹²⁰, an dem nichts Paradoxes beanstandet werden kann. Auch das entsprechende richtige Fregegesetz $(A \Rightarrow B) \nabla (B \Rightarrow A)$ mit der Bedeutung $\neg(A \& \neg A \& B \& \neg B)$ kann nicht als logisch unsinnig angesehen werden. Erst die logische Missdeutung dieses Gesetzes durch Identifizierung von \blacktriangleleft und Implikation führt zur widersinnigen Vorstellung, dass von zwei beliebigen Aussagen zumindest eine die andere „impliziert“.

Das Gesetz des SFG $\neg(A \Rightarrow B) \rightarrow (B \Rightarrow A)$ drückt die nicht-paradoxe Trivialität aus, dass dann, wenn A wahr und B falsch ist, es falsch ist, dass B wahr und A falsch ist; auch das entsprechende Fregegesetz $\neg(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A) \equiv \neg(A \& \neg A \& B \& \neg B)$ besitzt keinen paradoxen Gehalt. Erst die logische Missdeutung des Gedankengefüges \blacktriangleleft als logische Implikationsbeziehung gibt dem Ausdruck eine sinnwidrige Bedeutung: „Ist A nicht hinreichende Bedingung für B, dann ist B hinreichende Bedingung für A“, gleichbedeutend „Wenn B nicht aus A folgt, dann folgt A aus B“.

Das Gesetz des SFG $(A \Rightarrow B) \vee (\neg A \Rightarrow B)$ besagt ohne jede Paradoxität, dass zwei Aussagen zumindest eines der Gedankengefüge \blacktriangleleft und \blacktriangle zukommt; das entsprechende Fregegesetz $(A \Rightarrow B) \nabla (\neg A \Rightarrow B)$ sagt aus, dass es falsch ist, dass eine Aussage A zugleich wahr und falsch und eine Aussage B falsch ist; erst die logische Missdeutung des Zeichens „ \Rightarrow “ führt zur logisch abwegigen Annahme, dass jede Aussage B entweder aus jeder anderen Aussage A, oder ihrer Negation $\neg A$ oder gar aus beiden „folge“ (von ihr impliziert werde).

Das gültige, nicht-paradoxe Gesetz des SFG $(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow \neg B)$ besagt unter anderem, dass es Aussagen A gibt, für welche sowohl $(A \Rightarrow B)$ wie $(A \Rightarrow \neg B)$ wahr ist; im Rahmen der logischen Missdeutung des Zeichens „ \Rightarrow “ würde dies die Möglichkeit einschließen, dass eine Aussage A eine Aussage B und ihre Negation $\neg B$ „impliziert“, dass jede Aussage A von einer beliebigen Aussage B und ihrer Negation zumindest eine „impliziert“.

Da der festgesetzten Bedeutung des Zeichens „ \Rightarrow “ gemäß $(A \Rightarrow \neg A)$ genau dann wahr ist, wenn A falsch ist, und $(\neg A \Rightarrow A)$ genau dann wahr ist, wenn A wahr ist, gilt das Gesetz des SFG: $(A \Rightarrow \neg A) \times (\neg A \Rightarrow A)$. Wird die logische Missdeutung des Gedankengefüges \blacktriangleleft akzeptiert, würde der Ausdruck „ $(A \Rightarrow \neg A) \times (\neg A \Rightarrow A)$ “ besagen: entweder gilt, dass wenn A wahr, $\neg A$ wahr ist, oder es gilt, dass wenn $\neg A$ wahr ist, A wahr ist. Während das nicht missdeutete Gesetz des SFG besagt, dass entweder $\neg(A \& \neg A)$ ($\equiv \neg A$) oder $\neg(\neg A \& A)$ ($\equiv A$) wahr ist, also das PNW ausdrückt, verstößt die logische Missdeutung des Ausdruck gegen das PNW.

Diese der logischen Missdeutung des Gedankengefüges \blacktriangleleft entspringenden Ungereimtheiten, die sich beliebig vermehren ließen, werden als „Paradoxa der ‚materialen Implikation‘“, also als „Paradoxa des Gedankengefüges \blacktriangleleft “ bezeichnet; diese Kennzeichnung trifft nicht den Kern der Sache, denn weder dieses Gedankengefüge selbst, noch irgendeine der gesetzmäßigen Beziehungen, die zwischen \blacktriangleleft und anderen Gedankengefügen bestehen (Gesetze des SFG), noch die Fregegesetze sind in irgendeiner Weise logisch widersinnig und abwegig, solange man sich an die klar definierte Bedeutung der Gedankengefüge hält; Paradoxa treten erst auf, wenn das Gedankengefüge logisch als Implikation missdeutet wird. Es gibt – sachlich betrachtet – also gar keine „Paradoxa des Gedankengefüges \blacktriangleleft (Paradoxa der ‚materialen Implikation‘¹²¹)“, es gibt nur *Paradoxa der logischen Missdeutung des Gedankengefüges \blacktriangleleft* .

Auch die logische Missdeutung anderer Gedankengefüge führt zu logischen Paradoxa¹²². Würde das Gedankengefüge \blacktriangle das Verhältnis der verträglichen Alternativen ausdrücken, wäre jede beliebige wahre oder falsche Aussage eine Alternative zu jeder wahren Aussage; die Rede von Alternativen verlöre jeden Sinn. Das Gedankengefüge $A \uparrow B$ – die Aussagen A und B sind jedenfalls nicht beide wahr – soll die logische Beziehung der Unverträglichkeit oder des konträren Gegensatzes (\mathbb{D}) darstellen. Wäre diese nachträgliche Deutung richtig, wäre jede falsche Aussage mit sich selbst unverträglich (sie ist identisch mit sich selbst) – ja, unter Voraussetzung der logischen Missdeutung von \blacktriangle , wäre sie nicht nur mit sich selbst unverträglich, sie würde sich *zugleich* selbst implizieren! Dass die logische Deutung des Gedankengefüges \mathbb{D} sachlich falsch ist, ergibt sich auch aus der Tatsache, dass die logische Beziehung der Unverträglichkeit gar nicht zwischen *Feststellungen* A und B, bzw. den *Einzelereignissen* e_A und e_B , deren Vorliegen bzw. Nichtvorliegen von A und B konstatiert wird, bestehen kann. Wenn etwa die Aussage „In Hamburg scheint an der bestimmten Zeitstelle t die Sonne“ (abgekürzt: \mathfrak{H}) wahr und die Aussage „In Stuttgart scheint an eben dieser bestimmten Zeitstelle t die Sonne“ (abgekürzt: \mathfrak{S}) falsch ist, so bedeutet dies noch in keiner Weise Unverträglichkeit; von einer Unverträglichkeit könnte erst dann gesprochen werden, wenn es überhaupt, d.h. zu jeder Zeit unmöglich wäre, dass in Hamburg und Stuttgart gleichzeitig die Sonne scheint; nicht zwischen den Einzelereignissen $e_{\mathfrak{H}}$ und $e_{\mathfrak{S}}$, sondern zwischen den entsprechenden Ereignis-

klassen E_{21} und E_{23} besteht Verträglichkeit oder Unverträglichkeit. Wenn an der Zeitstelle t in Hamburg und Stuttgart nicht zugleich die Sonne scheint, so sind die beiden Ereignisklassen, dass es in Hamburg und in Stuttgart zu bestimmter Zeit zugleich die Sonne scheint, doch verträglich.

FREGEs unterstellt (BLF 55f), das nicht-ausschließende *Oder* (das mit \blacktriangle verwechselt wird) sei umfassender als das (mit \blacksquare verwechselte) ausschließende *Oder* und schließe es mit ein. Das trifft wohl für die beiden nicht-missdeuteten Gedankengefüge \blacktriangle und \blacksquare zu – es gilt das Gesetz des SFG: $(A \blacktriangleright B) \rightarrow (A \vee B)$ – nicht aber für das ausschließende und nicht-ausschließende *Oder*: diese logischen Formen stehen in der Beziehung der Unverträglichkeit. Es ist doch offensichtlich, dass zwei Aussagen nicht zugleich ausschließende und nicht-ausschließende Alternativen sein können. Für die logische Missdeutung der Gedankengefüge \blacktriangle und \blacksquare ergibt sich das Paradox: „Wenn zwei Aussagen im Verhältnis des ›ausschließenden Oder‹ dann stehen sie im Verhältnis des ›nicht-ausschließenden Oder‹“.

Es ist zumindest seit **ARISTOTELES** bekannt, dass es zu jedem Urteil nur ein kontradiktorisches Urteil geben kann; im Rahmen der Missdeutung des Gedankengefüges \blacksquare als Beziehung der Kontradiktion oder Widerspruchs stünde jedes wahre Urteil zu *jedem* falschen und jedes falsche Urteil zu *jedem* wahren in der Beziehung der Kontradiktion. Der kontradiktorische Gegensatz zur Aussage „ $2 < 3$ “ ist „ $2 \geq 3$ “, nicht aber etwa auch „Frege ist in Jena geboren“. Es ist auch schon lange bekannt, dass die logischen Beziehungen der Kontrarität und Kontradiktion selbst konträr sind (zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q können nicht zugleich im Verhältnis \mathbb{D} und \mathbb{J} stehen); wäre die logische Deutung der Gedankengefüge \blacksquare und \blacksquare richtig, wären die Verhältnisse der Kontradiktion und Kontrarität verträglich. Im Rahmen der logischen Deutung der Gedankengefüge \blacktriangle , \blacktriangle , \blacksquare und \blacksquare könnten weiterhin zwei Aussagen A und B *zugleich* in den Beziehungen der verträglichen Alternativen, der Implikation, der Kontrarität und der Kontradiktion stehen, wenn die Aussage A falsch und die Aussage B wahr ist. Die logischen Formen verschwämmen ineinander und lösten sich auf.

Die Paradoxa von der eben besprochenen Art haben ihren Grund allein in der nachträglichen logischen Deutung der Gedankengefüge. Diese irreführenden Deutungen beruhen darauf, dass nach der Konstruktion der Gedankengefüge „vergessen“ wird, dass diese Konstruktion auf dem Prinzip der Beziehungslosigkeit beruht und keinerlei logische und andersartige Beziehung zwischen den durch Gedankengefüge prädierten Aussagen voraussetzen darf. Wenn die logische Deutung der Junktoren im Widerspruch dazu dann doch solche logischen Beziehungen zwischen den durch Gedankengefüge prädierten Aussagen unterstellt – Beziehungen der Alternative, der Implikation, Replikation, Äquivalenz, Kontrarität, Kontradiktion, usw. –, sind Widersprüche und logischer Unsinn unvermeidlich. Es ist widersprüchlich, wenn einerseits gefordert wird, dass zwischen Aussagen Beziehungslosigkeit (genauer: die Beziehung der echten Independenz \mathbb{V}) besteht, andererseits ihr Verhältnis als Verhältnis logischer Dependenz ausgeben wird.

Die Tatsache, dass weder die Gedankengefüge, noch die Gesetze des SFG und Fregegesetze in ihrer festgelegten Bedeutung zu irgendwelchen logischen Unstimmigkeiten führen, und dass der Eindruck des Paradoxen und logischen Widersinns sich erst dann aufdrängt, wenn die Gedankengefüge im Widerspruch zu ihren Definitionen als logische Verhältnisse, die Gesetze des SFG und die Fregegesetze als logische Gesetze missdeutet werden, zeigt unmissverständlich, dass die Gedankengefüge, ungeachtet ihrer gänzlichen Nutzlosigkeit, wohl präzise definierte Prädikate sind, dass sie jedoch nicht als logische Formen gedeutet werden dürfen; dies bedeutet allerdings, dass **FREGE**s Theorie der Gedankengefüge (die so genannte „Aussagenlogik“) keine Logik ist. Der Ausdruck der Gedankengefüge mit Hilfe der umgangssprachlichen Partikeln „wenn“, „oder“, „genau dann, wenn“ usw. stellt in *jedem* Falle eine logische Missdeutung dar.

2.2.8. Die relevantlogistischen Versuche, die Paradoxa der Missdeutung der Gedankengefüge durch die Erweiterung des SFG zu beseitigen

Manche Autoren haben die sich aus der Missdeutung der Gedankengefüge ergebenden Widersinnigkeiten zu Recht als Belege für schwerwiegende Mängel des fregeschen Systems angesehen, und deshalb eine Reihe von Versuchen unternommen, die Implikation anders und sachgerechter als **FREGE** zu bestimmen. Um die „Paradoxa der materialen Implikation“ zu vermeiden, sollte insbesondere das die „materiale Implikation“ auszeichnende Prinzip der Beziehungslosigkeit verworfen werden¹²³. Die Kritik an der Deutung des Gedankengefüges \blacktriangle als Implikations- bzw. Folgerungsbeziehung zielt besonders auf das Fehlen der „Relevanz“, d.h. das Fehlen eines *Sinnzusammenhanges* zwischen den Relata der Gedankengefüge¹²⁴; die Versuche, gerade diesen Mangel des fre-

geschen Systems zu beseitigen, fasst man daher unter dem Titel der „Relevanz-Logik“ zusammen; ich spreche, um diese Versuche als genuine Ableger des fregeschen Logikentwurfs zu kennzeichnen, von „Relevanz-Logistik“. In keinem dieser Versuche wurde FREGES Konstruktion der Gedankengefüge einer durchgreifend kritischen Überprüfung unterzogen; der tatsächliche Grund der Paradoxa, die nachträgliche Missdeutung der zuvor präzise und paradoxienfrei definierten Gedankengefüge, wurde auch hier ignoriert. Die Relevanz-Logiker versuchten im Gegenteil, die Neubestimmung der Implikation, bzw. der logischen Folgerung *durch eine Erweiterung und Modifikation des SFG* zu erreichen. Ich versuche, die wesentlichen Züge dieser Versuche und die Gründe ihres Scheiterns darzulegen.

Es fehlt den relevanzlogistischen Versuchen einer Neubestimmung der Implikation durchweg an der notwendigen Unterscheidung der Folgerungsbeziehung zwischen Prämissen und Konklusion in einem Schluss und der Beziehung der Implikation¹²⁵; in einem *Schluss* haben wir es mit einer Beziehung von Aussagen zu tun, während die Relata einer *Implikation* nicht Aussagen sind, sondern Sachverhalts-/Ereignisklassen¹²⁶. Nicht zuletzt wegen dieser Gleichsetzung von Folgerungsrelation und Implikation lassen die Relevanz-Logiker ungeklärt, welcher Art die Relata der gesuchten Implikation („Entailment“) sind; wie aber soll eine Relation bestimmt werden können, ohne dass klar ist, auf welche Relata sich die Relation bezieht?

Obwohl die Relevanz-Logiker ohne Prüfung davon ausgehen, die neu zu bestimmende Implikation habe wie die Gedankengefüge als Relata Aussagen, führen sie unter der Hand jedoch ganz andere Relata für diese gesuchte Implikation ein, nämlich Gedankengefügeschemata wie $(A \Rightarrow B)$, d.h. allgemeine Sachverhalte der Art, dass zwei Aussagen ein bestimmtes Gedankengefüge zukommt. Die gesuchte Beziehung kann daher weder ein Gedankengefüge, noch die Folgerungsrelation sein (in beiden Fällen wären die Relata Aussagen), sondern sie ist als eine Beziehung zwischen Sachverhalts-Ereignisklassen stets eine zweistellige *logische Relation*. Ich verwende für die gesuchte logische Beziehung den gebräuchlichen Namen „*Entailment*“. Da die Relata der jeweiligen Entailmentbeziehung nie Aussagen, sondern immer Gedankengefügeschemata sind, verwende ich zu ihrer Bezeichnung nicht die beliebig-Element-Zeichen für Aussagen A, B, C, ..., sondern die beliebig-Element-Zeichen für Gedankengefüge $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots$

In der Relevanzlogistik bedient man sich hauptsächlich zweier Vorgehensweisen, durch „Erweiterung“ des SFG die Beziehung des Entailment zu bestimmen:

Im ersten Falle werden *zusätzliche* Bedingungen dafür festgelegt, dass bei Geltung eines Fregegesetzes der Form $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ *zugleich* zwischen Γ_1 und Γ_2 die Entailmentbeziehung besteht. Dabei wird stets als zumindest notwendige Bedingung für die Entailment-Beziehung zwischen Γ_1 und Γ_2 gefordert, $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ müsse ein Fregegesetz, eine „aussagenlogische Tautologie“ sein. Schon diese Festsetzung schließt aus, dass die Relata des Entailment Aussagen sind. Immer wenn $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ ein gültiges Fregegesetz (eine „aussagenlogische Tautologie“) ist und evtl. noch zusätzliche restriktive Bedingungen erfüllt sind, soll gelten, dass zwischen den Gedankengefügen Γ_1 und Γ_2 die zweistellige logische Relation des Entailment besteht.

Die zweite relevanzlogistische Vorgehensweise ist der Versuch einer „axiomatischen“ Bestimmung des Entailment.

2.2.8.1. Die „strikte Implikation“

Damit zwischen zwei Gedankengefügen Γ_1 und Γ_2 die Entailmentbeziehung besteht und Γ_2 *aus* Γ_1 „*folgt*“¹²⁷ beziehungsweise Γ_1 das Γ_2 *impliziert*¹²⁸, genügt es manchen Autoren zufolge, dass $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ ein Fregegesetz, eine „Tautologie“ ist¹²⁹. Auch die „strikte Implikation“ von C.I.LEWIS fällt unter *diesen* Bestimmungsversuch des Entailment; ich bezeichne diese Beziehung der „strikten Implikation“ durch den Ausdruck „ $\Gamma_1 \blacktriangleright \Gamma_2$ “. Genau dann, wenn eine wahrheitsfunktionale „Implikation“ (eine „truth-implication“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$) eine „Tautologie“ darstelle, gelte die „strikte Implikation“ $\Gamma_1 \blacktriangleright \Gamma_2$ und könne Γ_2 aus Γ_1 gefolgert („deduced“) werden; jeder Ausdruck einer SFG-„Tautologie“ mit dem Hauptjunktoren \Rightarrow könne durch den Ausdruck ersetzt werden, in dem dieser Junktoren „ \Rightarrow “ durch das Zeichen der „strikten Implikation“ \blacktriangleright ersetzt sei¹³⁰. Nach LEWIS schließt eine Implikation eine *Unmöglichkeit* aus und nicht bloß, wie das Gedankengefüge $A \Rightarrow B$, eine *faktische* Falschheit. Ein Gedankengefüge kann die faktisch vorgegebenen Wahrheitswerte nur mit oder ohne Informationsverschleierung wiedergeben – die Bedeutungen der Gedankengefüge betreffen nicht das Unmögliche noch irgendwelche andere Modalitäten. So ist es bei Geltung der strikten Implikation $(A \& B) \blacktriangleright (A \Rightarrow B)$ ¹³¹ nicht nur für irgendwelche zwei

konkreten Aussagen \mathfrak{A} , \mathfrak{B} faktisch falsch, dass $(\mathfrak{A} \& \mathfrak{B})$ wahr und $(\mathfrak{A} \Rightarrow \mathfrak{B})$ falsch ist, sondern es gibt kein Aussagenpaar (A, B) , für das $(A \& B)$ wahr und $(A \Rightarrow B)$ falsch sein könnte – dies ist unmöglich – anders als das Gedankengefüge \mathfrak{C} stellt die „strikte Implikation“ einen Gesetzeszusammenhang, eine bestimmte, zweistellige *logische* Relation zwischen speziellen Sachverhaltsklassen dar¹³².

Eine „strikte Implikation“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ gilt genau dann, wenn es unmöglich ist, dass irgendwelchen Aussagen wohl das Gedankengefüge Γ_1 , nicht aber das Gedankengefüge Γ_2 zukommt; auf der Grundlage des im ersten Teil dargelegten Systems der logischen Formen lässt sich die „strikte Implikation“ unschwer als die *logische Relation* $(\circ 0 \circ \circ)(p, q)$ bestimmen – allerdings auf Gedankengefügeschemata beschränkt. Die Ausdrücke „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “, „ $(\circ 0 \circ \circ)(\Gamma_1, \Gamma_2)$ “ und „ $\text{nrm}(\Gamma_1 \neg \Gamma_2)$ “ haben dieselbe Bedeutung. Besteht zwischen zwei Gedankengefügen Γ_1 und Γ_2 die Beziehung der strikten Implikation, dann besteht eine der folgenden (nichtleeren) Funktorrelationen: \mathbb{C} , \mathbb{E} , \mathbb{F} , \mathbb{H} , \mathbb{K} , \mathbb{M} , \mathbb{X} ; die strikte Implikation $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ kann auch durch „ $\mathbb{C} \cup \mathbb{E} \cup \mathbb{F} \cup \mathbb{H} \cup \mathbb{K} \cup \mathbb{M} \cup \mathbb{X}(\Gamma_1, \Gamma_2)$ “ bezeichnet werden. Diese „strikte Implikation“ ist zwar im Gegensatz zum Gedankengefüge \mathfrak{C} eine logische Relation – dass LEWIS diese Relation jedoch als Implikation/Entailment ausgibt, ist eine nicht folgenlose Missdeutung von „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “: bei $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ soll die Geltung von Γ_1 die Geltung von Γ_2 implizieren, d.h. *echt* notwendig machen; die Unmöglichkeit von $\Gamma_1 \neg \Gamma_2$ ist hierfür zwar eine notwendige, aber noch keine hinreichende Bedingung. Die Geltung eines Gedankengefüges Γ_1 macht die Geltung eines Gedankengefüges Γ_2 nur dann *echt notwendig*, wenn entweder die Implikation $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$ oder die Äquivalenz $\Gamma_1 \leftrightarrow \Gamma_2$ gilt, d.h. wenn $(10 \bullet 1)(\Gamma_1, \Gamma_2) \equiv \mathbb{C} \cup \mathbb{E}(\Gamma_1, \Gamma_2)$ gilt; ich schreibe auch „ $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ “. Nur im Falle von $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ haben wir die gesuchte echte Entailmentbeziehung. Bei $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ gilt wohl wie bei $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ dass der Fall $\Gamma_1 \neg \Gamma_2$ nicht-realmöglich ist – darüber hinaus müssen bei $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ die Fälle $\Gamma_1 \neg \Gamma_2$, und $\neg \Gamma_1 \neg \Gamma_2$ realmöglich sein; nicht immer, wenn die „strikte Implikation“ gilt, gilt das echte Entailment. In jenen Fällen, in denen $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$, nicht aber $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ gilt, nämlich genau dann, wenn Γ_1 und Γ_2 in den logischen Verhältnissen \mathbb{M} , \mathbb{F} , \mathbb{X} , \mathbb{K} , und \mathbb{H} stehen, führt es zu paradoxen Ungereimtheiten, wenn von Implikation oder Entailment geredet wird¹³³. In genau diesen Fällen treten die so genannten „Paradoxien der strikten Implikation“ auf: nämlich dann, wenn entweder Γ_1 eine „Antilogie“ (die Negation eines Fregegesetzes – was immer auf die Behauptung eines Widerspruchs wie „ $A \& \neg A$ “ hinausläuft) ist¹³⁴, oder wenn Γ_2 eine „Tautologie“ (ein Fregegesetz wie $\neg(A \& \neg A)$) ist¹³⁵. Wäre die Deutung der „strikten Implikation“ als Implikation/Entailment richtig, müsste ein Widerspruch wie $(A \& \neg A)$ jede beliebige Aussage implizieren, und ein (Frege-)Gesetz wie $\neg(A \& \neg A)$ müsste von jeder beliebigen Aussage (ob wahr oder falsch) impliziert werden¹³⁶. LEWIS’ Konstruktion der „strikten Implikation“ ist ein misslungener Versuch, das Entailment zu bestimmen¹³⁷.

2.2.8.2. Das WGS-Entailment als sachgerechte Bestimmung des Entailment

Da die Deutung der „strikten Implikation“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ als Entailment nur dann zu Ungereimtheiten führt, wenn Γ_1 ein Widerspruch („Antilogie“) oder Γ_2 ein Fregegesetz (eine „Tautologie“) ist, genügt es für eine adäquate Bestimmung des Entailment zwischen Γ_1 und Γ_2 , wenn für die „Tautologie“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ gefordert wird, dass Γ_1 keine „Antilogie“ und Γ_2 keine „Tautologie“ ist; diese Restriktion verhindert, dass zwischen Γ_1 und Γ_2 das logische Verhältnis \mathbb{F} (Γ_1 ist ein Widerspruch), oder \mathbb{X} (Γ_1 und Γ_2 sind Widersprüche), oder \mathbb{H} (Γ_2 ist eine „Tautologie“), oder \mathbb{K} (Γ_1 und Γ_2 sind „Tautologien“) oder \mathbb{L} (Γ_1 ist ein Widerspruch, Γ_2 eine „Tautologie“) besteht; es bleiben nur die logischen Verhältnisse \mathbb{C} und \mathbb{E} , bei welchen die Geltung von Γ_1 die Geltung von Γ_2 echt notwendig macht. Da dieses Kriterium des Entailment von **V. WRIGHT**, **GEACH** und **SMILEY** vorgeschlagen wurde – spricht **WESSEL** vom „WGS-Kriterium“ für die Entailmentbeziehung¹³⁸.

Trifft das WGS-Kriterium auf einen Ausdruck „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “ zu, dann gilt das logische Verhältnis des Entailment $(10 \bullet 1)(\Gamma_1, \Gamma_2)$: der Fall, dass Γ_1 ohne Γ_2 gilt (Vorkommenskombination II = 0), ist nicht möglich („strikte Implikation“); da Γ_1 nach dem WGS-Kriterium für manche Aussagen wahr ist, muss es möglich sein, dass Γ_1 zusammen mit Γ_2 gilt (Vorkommenskombination I = 1)¹³⁹; da sowohl Γ_1 und Γ_2 jeweils nicht gelten können, ist es möglich, das beide Gedankengefüge nicht gelten (Vorkommenskombination IV = 1). Ob Γ_2 ohne Γ_1 gelten kann (Vorkommenskombination III), bleibt durch das WGS-Kriterium unbestimmt. Jedem dem WGS-Kriterium genügenden SFG-Ausdruck „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “ entspricht ein Entailment-Gesetz des SFG $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$. Wenn wir nur dann zwischen Γ_1 zu Γ_2 eine Entailment-Beziehung behaupten, wenn „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “ dem WGS-Kriterium genügt, sind alle

Paradoxa ausgeschlossen, die aus der Missdeutung des Gedankengefüge \mathbf{C} oder der „strikten Implikation“ als Entailment resultieren.

Von den Vorschlägen der Relevanzlogistiker gestattet es einzig das WGS-Kriterium, für beliebige Gedankengefüge Γ_1 und Γ_2 definitiv festzustellen, ob zwischen Γ_1 und Γ_2 die Entailmentbeziehung besteht¹⁴⁰. **WESSEL** irrt deshalb mit der Behauptung, dass *jedes* dieser verschiedenen „Entailment-Kriterien“ in einem begrenzten Bereich des Wissens gültig und anwendbar sein könne, die fregesche Konzeption, nach der schon das Gedankengefüge $A \Rightarrow B$ ein Entailment bezeichnet, könne etwa angewendet werden in einer wissenschaftlichen Theorie, deren Widerspruchsfreiheit schon nachgewiesen sei¹⁴¹; in einer empirischen Theorie, die einen Widerspruch aufweise, werde am günstigsten nach der „strikten logischen Folgebeziehung“ (dem WGS-Entailment) geschlossen, weil sich der Widerspruch dann leicht lokalisieren und ausschließen lasse¹⁴².

2.2.8.2.1. WGS-Entailment und „Relevanz“ (Sinnzusammenhang)

Wie bestimmen die Relevanz-Logistiker die geforderte „Relevanz“ (Sinnzusammenhang, „connection of meaning“) zwischen den Relata des SFG-Entailment¹⁴³? Eine notwendige Bedingung für die Geltung einer bedingungslogischen Dependenzrelation zwischen Sachverhalts-/Ereignisklassen ist der Bezug dieser Sachverhalts-/Ereignisklassen auf ein gemeinsames Ereignis-Bezugssystem. Für das SFG-Entailment bedeutet dies, dass die beiden Gedankengefüge Γ_1 und Γ_2 bei Geltung von $\Gamma_1 \sqsupset \Gamma_2$ jeweils auf dieselben Aussagen bezogen sein müssen; die Ausdrücke der Gedankengefüge Γ_1 und Γ_2 müssen also zumindest ein gemeinsames Beliebig-Element-Zeichen für Aussagen („Aussagevariablen“) enthalten. **W.T.PARRY** und **HORST WESSEL** fordern jedoch als Bedingung eines Entailment $\Gamma_1 \sqsupset \Gamma_2$, dass jede „Aussagevariable“ im Ausdruck von Γ_2 auch „Aussagevariable“ im Ausdruck von Γ_1 ist; denn nur diese Restriktion könne die „Deutung“ der beiden „Paradoxa der ›strikten Implikation‹“ ($(A \& \neg A) \sqsupset B$) und $(B \sqsupset (A \vee \neg A))$ als SFG-Entailments verhindern¹⁴⁴.

Für **WESSEL** wird schon durch Restriktionen dieser Art der Sinnzusammenhang (die „Relevanz“) zwischen den Relata des SFG-Entailment garantiert: er nennt die „Aussagevariablen“, die im Ausdruck von Γ_1 und Γ_2 vorkommen, die „Sinneinheiten“ oder „Sinnelemente“ der Entailment-Relata. Es soll „ A_{Γ_1} “ die Menge der Aussagevariablen im Ausdruck von Γ_1 und „ A_{Γ_2} “ die Menge der „Aussagevariablen“ im Ausdruck von Γ_2 bezeichnen; nach **WESSEL** erhält man, je nachdem, welche Beziehung zwischen den Mengen A_{Γ_1} und A_{Γ_2} besteht, unterschiedliche, aber doch gleichermaßen gültige Arten des „Entailment“. Zwischen den Mengen A_{Γ_1} und A_{Γ_2} können die folgenden Verhältnisse bestehen¹⁴⁵:

- | | |
|---|---|
| (1) $A_{\Gamma_1} \subset A_{\Gamma_2}$ | Alle „Aussagevariablen“ von Γ_1 sind auch „Aussagevariablen“ von Γ_2 , aber nicht umgekehrt. |
| (2) $(A_{\Gamma_1} \cap A_{\Gamma_2} \neq \emptyset) \& (A_{\Gamma_1} \setminus A_{\Gamma_2} \neq \emptyset) \& (A_{\Gamma_2} \setminus A_{\Gamma_1} \neq \emptyset)$ | Γ_1 und Γ_2 haben gemeinsame „Aussagevariablen“, aber jeweils auch „Aussagevariablen“, die das andere Gedankengefüge nicht enthält. |
| (3) $A_{\Gamma_1} = A_{\Gamma_2}$ | Alle „Aussagevariablen“ von Γ_1 sind auch „Aussagevariablen“ von Γ_2 und umgekehrt. |
| (4) $A_{\Gamma_2} \subset A_{\Gamma_1}$ | Alle „Aussagevariablen“ von Γ_2 sind auch „Aussagevariablen“ von Γ_1 , aber nicht umgekehrt. |

Die Restriktion auf eine dieser Möglichkeiten stellt eine unzulässige Einschränkung des echten Entailment $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}(\Gamma_1, \Gamma_2)$ dar; dieses echte und einzige SFG-Entailment kann in allen diesen vier Fällen zutreffen: ein Beispiel für den Fall (1) ist etwa das SFG-Entailment $A \& B \sqsupset A \vee B \vee C$; für den Fall (2) ist das SFG-Gesetz $A \& B \& C \sqsupset B \vee C \vee D$ ein Beispiel; für Fall (3) stellt $(A \& B) \sqsupset (A \Rightarrow B)$ und für Fall (4) ist $(A \& B) \sqsupset B$ ein Beispiel. Mit der unzulässigen Einschränkung auf Fall (4) wollten **PARRY** und **WESSEL** erreichen, dass angeblich paradoxe Formeln des fregeschen Systems wie $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ und $\neg A \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ und die vermeintlichen „Paradoxa der ›strikten Implikation‹“ ($(A \& \neg A) \Rightarrow B$) und $(B \Rightarrow (A \vee \neg A))$ nicht auftreten¹⁴⁶.

Für **WESSEL** ist der geforderte Sinnzusammenhang („Relevanz“) zwischen den Relata des Entailment schon vollständig durch die in den Ausdrücken von Γ_1 und Γ_2 gemeinsam enthaltenen „Aussagevariablen“ gegeben¹⁴⁷.

Ein solches gemeinsames Sachverhalts/Ereignis-Bezugssystem für die Gedankengefüge-Prädikatoren Γ_1 und Γ_2 garantiert jedoch noch keine logische Abhängigkeitsbeziehung zwischen diesen Sachverhalten, denn obwohl z.B. für die beiden Gedankengefüge-Prädikatoren $(A \Leftrightarrow B)$ und $(A \equiv B)$ ein gemeinsames Sachverhalts/Ereignis-Bezugssystem besteht, stehen sie doch in der Beziehung der Independenz¹⁴⁸. Der Sinnzusammenhang (die „Relevanz“) zwischen den Relata des SFG-Entailment beinhaltet wesentlich mehr: während die Aussage-Relata A und B der Gedankengefüge $(A \& B)$ und $(A \Rightarrow B)$ jeweils durch Beziehungslosigkeit (Nicht-Relevanz) gekennzeichnet sind, gilt dies für Gedankengefüge-Prädikatoren wie $(A \& B)$ und $(A \Rightarrow B)$ nicht mehr: denselben Aussagen A und B sprechen die Gedankengefüge-Prädikatoren ihren vorgegebenen Wahrheitswerten gemäß ein Gedankengefüge zu; das Entailment betrifft darüber hinaus einen Zusammenhang der Wahrheitsbedingungen dieser Gedankengefüge: ein Gedankengefüge Γ_1 steht zu einem Gedankengefüge Γ_2 genau dann im Entailment-Verhältnis, wenn die Menge der von Γ_1 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate echt oder unecht in der Menge der von Γ_2 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate enthalten ist. Genau darin besteht der Sinnzusammenhang eines SFG-Entailments: wenn die Wahrheitsbedingungen für das Gedankengefüge Γ_1 gegeben sind, dann auch die Wahrheitsbedingungen für Γ_2 ; die Wahrheitsbedingungen für Γ_2 umfassen die Wahrheitsbedingungen von Γ_1 – dieser Sinnzusammenhang ist immer vorhanden, wenn $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ dem WGS-Kriterium genügt.

2.2.8.2.2. Die Untauglichkeit der Relevanz-Logistik

Die Unstimmigkeiten in FREGES Logikentwurf (die Paradoxa, die aus der logischen Missdeutung der Gedankengefüge resultieren) haben die Relevanzlogistiker veranlasst, das fregesche System etwas kritischer zu betrachten. Mit der Aufstellung des WGS-Kriteriums ist es schließlich gelungen, für vorgegebene Gedankengefügeschemata ein stimmiges Kriterium für das Vorliegen der *logischen Beziehung* des Entailment zu gewinnen. Dennoch bleiben die relevanzlogistischen Versuche unzulänglich. Weil die logische Missdeutung der Gedankengefüge nicht als der einzig wahre Grund der „Paradoxa der ›materialen Implikation‹“ erkannt und weil teilweise sogar an dieser Missdeutung festgehalten wurde, musste die Kritik oberflächlich und inkonsequent bleiben. Die Relevanz-Logistik wurde Opfer des falschen Augenscheins: zwar erweist sich die logische Deutung mancher Fregegesetze als widersinnig, doch wird für offensichtlich gehalten, dass viele logisch missdeutete Fregegesetze mit unbestreitbaren und teilweise schon in der traditionellen Logik bekannten logischen Gesetzen identisch sind. So führt beispielsweise die logische Deutung der *Fregegesetze* „ $[(A \Rightarrow B) \& (B \Rightarrow C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ “ und „ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “ zu ihrer Identifizierung mit den gültigen *logischen Gesetzen* der Transitivität und der Kontraposition der Implikation: es wird unterstellt, in *diesen* „nichtparadoxen“ Fällen könne das Gedankengefüge \mathbf{C} der Implikation gleichgesetzt werden¹⁴⁹. Nicht zuletzt dieser Umstand dürfte die Relevanz-Logistiker bewogen haben, die Lösung der mit den „Paradoxa der ›materialen Implikation‹“ zusammenhängenden Problematik in einer Erweiterung und Modifikation des SFG unter der Voraussetzung zu suchen, dass Implikation/Entailment zwar nicht mit \mathbf{C} identisch ist, aber doch ausgehend und mit Hilfe von \mathbf{C} bestimmt werden kann; zur Bestimmung der Implikation/des Entailment genüge es, die Bedeutung von \mathbf{C} in der Weise abzuändern, dass „alle paradoxen Formeln nicht beweisbar, alle nichtparadoxen Formeln aber beweisbar sind“¹⁵⁰. Diese Konzeption hält arglos an FREGES Kardinalfehler, der falschen logischen Deutung der Gedankengefüge, fest. Außerdem wird die Entscheidung über die Geltung der logischen Gesetze zu einer Angelegenheit der vorthoretischen, willkürlichen Intuition.

Wenn wir uns an FREGES von Missdeutungen noch freie Definition des Gedankengefüges \mathbf{C} halten, können weder die angeblich paradoxen noch die angeblich nicht-paradoxen Fregegesetze mit logischen Gesetzen verwechselt werden¹⁵¹. Es gibt, wie gesagt, gar keine „Paradoxa der ›materialen Implikation‹“, sondern nur „Paradoxa der logischen Missdeutung der ›materialen Implikation‹“. Diese Missdeutung ist ohne Einschränkung zurückzuweisen; konsequenterweise muss man dann allerdings auch die Auffassung, die Gedankengefüge stellten logische Formen dar und die „Aussagenlogik“ sei ein logisches System, aufgegeben und das Scheitern des fregeschen Logikentwurfs eingestehen. Für die Erkenntnis logischer Formen sind die fregeschen Gedankengefüge belanglos. Die Relevanzlogistiker hätten sich der Aufgabe der Untersuchung und Bestimmung aller logischen Formen erneut und ganz unabhängig von FREGE stellen müssen – so wie dies im ersten Teil dieser Abhandlung geschehen ist. Da FREGES Logikentwurf jedoch auch für die relevanzlogistischen Kritiker prinzipiell sakrosankt und jeder grundlegenden Kritik entzogen war, und weil das Entailment mit Hilfe des Gedankengefüges \mathbf{C} bestimmt werden sollte, wurde das Gedankengefüge \mathbf{C} auch in der Relevanzlogistik nicht strikt von seiner Missdeutung unterschieden und in der Folge synkretistisch mit der logischen Relation des Entailment konfundiert; es stellte sich unvermeidlich ein heilloses Durcheinander von Fregegesetzen, Entailment-Gesetzen des SFG, Geset-

zen des SFG-Entailments und von logischen Gesetzen ein.

Der Versuch, das Entailment mit Hilfe der Gedankengefüges \mathbf{C} zu bestimmen, und die damit verbundene synkretistische Identifizierung von Gedankengefügen und logischen Formen verhindert von vornherein eine scharfe begriffliche Erfassung und Unterscheidung der Gedankengefüge und logischen Relationen und ihrer tief greifenden strukturellen Verschiedenheit. Die exakte begriffliche Abgrenzung der Implikation bzw. des Entailment von den anderen logischen Relationen ist nur auf der Basis des Wissen um die allgemeine, spezifische Struktur der logischen Relationen möglich – dies setzt die exakte Abgrenzung von Gedankengefügen und logischen Formen voraus. Nur innerhalb des *vollständigen* Systems aller logischen Relation, wie ich es im ersten Teil dargestellt habe, kann darüber hinaus der Begriff des Entailment (wie der Begriff jeder beliebigen anderen logischen Relation) klare Konturen und scharfe Bestimmtheit gewinnen. Die Relevanz-Logistik hingegen berücksichtigt nur eine einzige logische Relation; in dieser Vereinzelung bleibt die Bestimmung des Entailment unvermeidlich vage und verschwommen; das Entailment kann weder von den Gedankengefügen, noch von anderen logischen Verhältnissen angemessen abgegrenzt werden.

Eine weitere schädliche Folge des Versuchs, das Entailment mit Hilfe des Gedankengefüges \mathbf{C} zu bestimmen, ist, dass das Entailment nicht in voller logischer Universalität, sondern nur beschränkt auf den sehr begrenzten und wissenschaftlich völlig bedeutungslosen Bereich der Gedankengefüge bestimmt wird. Nur das Entailment, sofern es zwischen Gedankengefügeschemata vorliegt, nicht die universale logische Relation des Entailment – $(10 \bullet 0)(p, q)$ – wird berücksichtigt und fließt in die Definition ein, auf Entailment-Verhältnisse etwa von mathematischen, logischen, physikalischen oder anderen Sachverhalten können die SFG-Entailmentkriterien nicht angewendet werden¹⁵² – das WGS-Entailment hat so keinerlei theoretische und praktische Bedeutung.

Aber selbst dieses auf Gedankengefüge eingeschränkte SFG-Entailment wird durch das WGS-Kriterium nur mangelhaft, nämlich *indirekt* bestimmt. Das WGS-Kriterium ist indirekt, weil nur von ganz bestimmten, *vorgegebenen* Gedankengefügen Γ_1 und Γ_2 *nachträglich* entschieden werden kann, ob Γ_1 zu Γ_2 in der Entailment-Beziehung steht oder nicht; die Bedingungen, die für zwei *beliebige* Gedankengefüge gelten müssen, wenn das eine zum anderen in der Entailment-Beziehung steht, werden unabhängig von jeweils konkret vorgegebenen Gedankengefügen durch das WGS-Kriterium nicht angegeben. Es können daher Aussagen über das SFG-Entailment – etwa die Gesetze der Reflexivität, Transposition, Transitivität des Entailment – weder formuliert, geschweige denn bewiesen werden; die Relevanz-Logistik berücksichtigt zwar Entailment-Gesetze des SFG, nicht aber solche Gesetze des SFG-Entailment¹⁵³.

Die Indirektheit der Entailmentbestimmungen macht es den Relevanz-Logistikern unmöglich zu begründen, weshalb gerade das jeweils von ihnen vorgeschlagene Kriterium eine Entailment-Beziehung zwischen zwei Gedankengefügen verbürgen soll; diese Tatsache macht verständlich, dass die Relevanz-Logistiker keinerlei Übereinstimmung erzielen konnten, welche der verschiedenen Bestimmungen des Entailment sachgerecht ist. Eine solche Begründung setzt voraus, dass man genau bestimmen kann, auf welche logische Relation ein relevanzlogistisches Kriterium führt: wenn eine Formel $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ dem WGS-Kriterium genügt, besteht zwischen den beiden Gedankengefügen stets die logische Relation $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}$, im Falle der „strikten Implikation“ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ gilt hingegen die logische Relation $(\circ 0 \circ \circ)(\Gamma_1, \Gamma_2)$; nur im ersten Falle kann man berechtigt von einem Entailment sprechen, da nur dann die Geltung von Γ_1 *immer* die Geltung von Γ_2 tatsächlich und nicht eventuell scheinbar verbürgt. In der Relevanz-Logistik können die Entailment-Kriterien nicht auf klar bestimmte logische Relationen bezogen werden, denn die unkritische Anknüpfung an **FREGE** verhindert die Bildung eines tragfähigen Begriffs der logischen Relationen. In der Relevanz-Logistik ist nur eine indirekte und provisorische und obendrein auf falschen Voraussetzungen beruhende Begründung der vorgeschlagenen Kriterien möglich: man kann darauf verweisen, dass ein Entailment-Kriterium angeblich paradoxe Formeln im Gegensatz zu angeblich nicht-paradoxen Formeln nicht herzuleiten gestattet; im Falle des WGS-Kriteriums kann man z.B. betonen, dass das WGS-Entailment die Behauptung verhindert, dass etwa eine wahre Aussage aus jeder Aussage folge (eine Konsequenz der Missdeutung des Gedankengefüges \mathbf{C} als Implikation) oder dass ein Widerspruch $A \ \& \ \neg A$ jede Aussage impliziere (eine Konsequenz der Deutung der „strikten Implikation“ als Implikation). Auf diese Weise lässt sich nicht erkennen, was die Zeichen \Rightarrow , \Rightarrow und \Leftarrow jeweils genau zum Ausdruck bringen.

Überdies nimmt hier die Beurteilung der Geltung logischer Gesetze einen sehr merkwürdigen Charakter an: dank **FREGE** lassen sich beliebig viele Fregegesetze konstruieren, deren Gültigkeit strikt nachgewiesen werden kann – solange man den Gedankengefügen keine andere als die definierte Bedeutung gibt; werden diese Fregegesetze jedoch auf der Grundlage der Missdeutung der Gedankengefüge als logische Gesetze „interpretiert“, erhalten wir

etliche offensichtlich unhaltbare paradoxe „logische Gesetze“. Die Relevanzlogistiker meinen nun, man müsse von einem vorgegebenen, schon als gültig erwiesenen Fregegesetz noch *zusätzlich*, unabhängig von **FREGES** SFG und jeder anderen logischen Theorie ganz intuitiv-gefühlsmäßig entscheiden, ob es als gültiges logisches Gesetz akzeptiert wird oder nicht. Die Logik bleibt hier eine vortheoretisch-intuitive Disziplin, die allenfalls provisorische Behauptungen aufstellen kann. Der Begriff der Implikation (wie der Begriff jeder anderen logischen Form) bleibt ebenfalls vortheoretisch und intuitiv. Ob ein logisches Entailment-Gesetz gültig ist, wird nicht aus dem Begriff des Entailment hergeleitet – sondern umgekehrt, der Begriff des Entailment soll danach gebildet werden, ob irgendein logisches Entailment-Gesetz gefühlsmäßig-intuitiv (unabhängig von der logischen Theorie!) als gültig und nicht-paradox angesehen wird oder nicht: was man unter der Implikation bzw. dem Entailment zu verstehen hat, ist hier Sache des „logischen Gefühls“; der Begriff der Implikation/des Entailments wäre stets so zu formen, dass er gerade auf die gültig erscheinenden Gesetze passt. Die Konzeption der Implikation wäre dann abzuändern, wenn ein bislang noch nicht beachtetes Fregegesetz auftaucht, das von der Intuition verschmäht wird – das Verständnis der Implikation müsste provisorisch und vorläufig bleiben. Außerdem – und die „moderne Logik“ liefert genügend Beispiele – lässt sich auf der Basis der vortheoretischen Intuitionen niemals eine sachgerechte, begründete Entscheidung über den nichtparadoxen, logisch sinnvollen Gehalt logisch gedeuteter Fregegesetze erzielen. Die Relevanzlogistiker können für die Entscheidung, ob ein gültiges Fregegesetz auch ein vertretbares logisches Gesetz darstellt, (im Gegensatz zur Entscheidung der Gültigkeit eines Fregegesetzes) kein allgemeines und exaktes Entscheidungsverfahren angeben – die Entscheidung bleibt der Intuition, damit der subjektiven Willkür überlassen.

Nur vom Begriff der logischen Form her, können die logischen Gesetze erkannt und begründet werden: Der Begriff einer logischen Form fasst alle notwendigen Bedingungen der Geltung dieser Form zusammen; logische Gesetze sagen aus, welche logischen Relationen zwischen logischen Formen selbst bestehen – um zu erkennen, welche logische Beziehung zwischen logischen Formen bestehen, müssen wir diese begrifflichen Geltungsbedingungen der betreffenden logischen Formen in Beziehung setzen. Nur der *Begriff* der logischen Form kann Grundlage für die Aufstellung und Begründung logischer Gesetze sein, nicht aber die unbegründbare intuitive Überzeugung, diese oder jene logische Gesetzesaussage sei gültig oder auch nicht.

Die Meinung, ein Entailment-Kriterium sei dann gerechtfertigt, wenn es die Herleitung „paradoxe“ Formeln verhindere, die Herleitung „nicht-paradoxe“ Formeln hingegen gestatte, gründet in der falschen Prämisse, es könne zwischen „paradoxen“ und „nicht-paradoxen“ SFG-Formeln unterschieden werden; diese Prämisse involviert den Widerspruch, das Gedankengefüge \mathbf{C} stelle in manchen Fällen die Implikation dar, in anderen Fällen nicht, und verhindert eine strikte Abgrenzung von Gedankengefüge \mathbf{C} und Entailmentrelation. Nur wenn die Bedeutungen des \mathbf{C} -Zeichens „ \Rightarrow “ und des Entailmentzeichens „ \Leftarrow “ klar bestimmt und gegeneinander abgegrenzt sind, kann erkannt werden, dass der Ausdruck „ $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ “ ein richtiges Fregegesetz darstellt, keineswegs jedoch ein das Entailment betreffendes „paradoxes“ logisches Gesetz – es wäre unangebracht zu fordern, die Gültigkeit dieses richtigen Fregegesetzes solle ausgeschlossen sein. Nur bei klarer Abgrenzung von \mathbf{C} und Entailment ist erkennbar, dass der Ausdruck „ $A \Leftarrow (B \Rightarrow A)$ “ ein richtiges Entailment-Gesetz des SFG ist und besagt, dass für zwei Aussagen A und B, wenn A wahr ist, dann oder genau dann $B \Rightarrow A$ wahr ist; ohne klare Abgrenzung der Bedeutungen von „ \Rightarrow “ und „ \Leftarrow “ kann der Ausdruck gar nicht verstanden werden. Spätestens dann, wenn in einer Formel beide Zeichen „ \Rightarrow “ und „ \Leftarrow “ vorkommen, wäre dringend zu klären, was denn das Zeichen „ \Rightarrow “ bedeutet, da doch offenbar nicht das Entailment. Es ist unbillig zu fordern, die Gültigkeit dieses richtigen Entailment-Gesetzes des SFG solle verworfen werden¹⁵⁴.

Die Vorherrschaft der begrifflosen Intuition zeigt sich in der Willkür, mit der die Gültigkeit von Fregegesetzen, von Entailment-Gesetzen des SFG und von logischen Gesetzen behauptet oder verworfen wird, und die unterschiedlichsten logischen Relationen verwechselt und als Entailment ausgegeben werden. Häufig wird die echte Entailmentrelation $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}$ mit der Pränonpendenz \mathbf{F} und der Postpendenz \mathbf{H} konfundiert. **C.I.LEWIS'** Versuch, eine angebliche Unvermeidbarkeit der „Paradoxien der ›strikten Implikation‹“ – $(A \& \neg A)$ impliziert jede beliebige Aussage; $A \vee \neg A$ wird von jeder beliebigen Aussage impliziert – zu rechtfertigen, fußt in dieser Verwechslung. Der so genannte *Independent Proof*¹⁵⁵ soll belegen, dass die Behauptung, $A \& \neg A$ „impliziere“ jede beliebige Aussage B, nur um den Preis der Leugnung der unbestreitbar gültigen Gesetze (a) bis (c) zurückgewiesen werden könne:

- (a) $(A \& B)$ impliziert A, bzw. $(A \& B)$ impliziert B;
man spricht von den Gesetzen der sog. „ \mathbf{K} -Beseitigung“, „ $\&$ -Elimination“; mit der Gesetzen des SFG $(A \& B) \rightarrow A$ und $(A \& B) \rightarrow B$ sind auch die Entailment-Gesetze $(A \& B) \Leftarrow A$ und $(A \& B) \Leftarrow B$ gültig.

- (b) A impliziert $(A \vee B)$
 das Gesetz der sog. „**▲**-Einführung“, „ \vee -Introduction“; auch hier haben wir ein gültiges Entailment-Gesetz $A \sqsupset (A \vee B)$
- (c) $[(A \vee B) \& \neg A]$ impliziert B
 das Gesetz der sog. „**▲**-Beseitigung“, „ \vee -Elimination“, auch irreführend „disjunktiver Syllogismus“ genannt; das Entailment-Gesetz $[(A \vee B) \& \neg A] \sqsupset B$ ist gültig.

Diese Entailment-Beziehungen – es handelt sich jeweils um SFG-Implikationen – werden von den Autoren wohlweislich nicht mit Hilfe des Symbols „ \Rightarrow “ dargestellt, sondern durch umgangssprachliche Ausdrücke wie „implies“, „entails“, „from ... infer ...“, „aus ... folgt ...“ u.ä.; dies ist richtig, denn es handelt sich hier tatsächlich um die Entailmentbeziehung, die durch das **■**-Symbol „ \Rightarrow “ nicht ausgedrückt wird. LEWIS geht dann aus von der „Konjunktion“ $(A \& \neg A)$; werde auf diese „Annahme“ die Entailment-Regel der „**■**-Beseitigung“ (a) angewendet, so erhalte man:

$$(1-1) \quad \neg A;$$

durch die Anwendung desselben Gesetzes auf die „Annahme“ $(A \& \neg A)$ erhalte man auch

$$(1-2) \quad A;$$

werde auf (1-2) das Gesetz (b) der „**▲**-Einführung“ angewendet, ergebe sich

$$(1-3) \quad A \vee B;$$

werde auf (1-1) und (1-3) das Gesetz der „**▲**-Beseitigung“ angewendet, erhielten wir

$$(1-4) \quad B.$$

Damit sei durch die Anwendung gültiger Entailmentgesetze erwiesen, dass die Annahme $A \& \neg A$ die Aussage B im Sinne des Entailment *impliziere*.

Das einzig Erstaunliche an diesem „Beweis“ ist, dass er überhaupt publiziert und ernsthaft diskutiert wurde. LEWIS lässt außer Acht, dass die SFG-Entailmentgesetze $(A \& B) \sqsupset A$ und $(A \& B) \sqsupset B$ nur auf *wahre* Gedankengefüge **■** angewendet werden können; sie besagen ja, wenn von zwei Aussagen A und B *beide wahr* sind, dann ist A bzw. B wahr; da $(A \& \neg A)$ *kein wahres* Gedankengefüge **■** ist, weil von A und $\neg A$ niemals beide Aussagen wahr sind, kann man dieses Gesetz der **■**-Beseitigung nicht anwenden¹⁵⁶. Es gelten nicht die Entailments $(A \& \neg A) \sqsupset A$ bzw. $(A \& \neg A) \sqsupset \neg A$, sondern die Pränonpendenzen $(A \& \neg A) \uparrow A$ bzw. $(A \& \neg A) \uparrow \neg A$. Aber auch der Versuch, zuerst aus A das Gedankengefüge $A \vee B$ zu folgern, und dann aus $\neg A$ und dem Gedankengefüge $A \vee B$, das ja aus dem zu $\neg A$ in Widerspruch stehenden A gefolgert wurde, die Aussage B „herzuleiten“, spottet jeder Beschreibung; wenn man auf diese Weise das PNW außer Kraft setzt, indem man zugleich A und $\neg A$ zu „Prämissen“ macht, kann man natürlich alles und jedes „beweisen“!

Um sich den angeblichen Konsequenzen dieses doch eigentlich indiskutablen Scheinbeweises zu entziehen, haben Relevanzlogistiker gemeint, sie müssten zumindest eines der bei der „Beweisführung“ vorausgesetzten gültigen Entailmentgesetze (a), (b) und (c) verwerfen. Aber nicht diese unzweifelhaft gültigen Entailments, sondern einzig die unkorrekte Weise ihrer Anwendung in LEWIS' Pseudobeweis sind zurückzuweisen.

Auf ebenso verquere Weise versucht C.I.LEWIS zu zeigen, dass jede Aussage A die Aussage $(B \vee \neg B)$ „impliziert“, und dass auch dies nur um den Preis der Leugnung der Gültigkeit unzweifelhafter SFG-Entailmentgesetze bestritten werden könne. LEWIS' Beweisgang setzt die Gültigkeit der folgenden Gesetze des SFG voraus.

- (d) A impliziert $(A \& B) \vee (A \& \neg B)$;
 (e) $(A \& B) \vee (A \& \neg B)$ impliziert $A \& (B \vee \neg B)$
 (a) $(A \& B)$ impliziert A, bzw. $(A \& B)$ impliziert B

Die Gesetze (d) und (e) sind beides unanfechtbar gültige Äquivalenzgesetze, damit auch Entailmentbeziehungen $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$: genau dann, wenn A wahr bzw. falsch ist, ist $[(A \& B) \vee (A \& \sim B)]$ wahr bzw. falsch, und genau dann, wenn $(A \& B) \vee (A \& \neg B)$ wahr bzw. falsch ist, ist $A \& (B \vee \neg B)$ wahr bzw. falsch. Im Beweis werden folgende Implikationen/Äquivalenzen verkettet:

$$(2-1) \quad (A) \leftrightarrow [A \& (B \vee \neg B)]$$

Die Gültigkeit dieser Äquivalenz (damit auch des Entailment $\mathbb{C}\cup\mathbb{E}$) ergibt sich aus der korrekten Verkettung von (d) und (e) gemäß des Verkettungsgesetzes $\mathbb{E}\mathbb{E}\mathbb{E}$;

$$(2-2) \quad [A \& (B\bar{\vee}\neg B)] \rightarrow (B\bar{\vee}\neg B)$$

Diese Implikation *soll* sich aus der Anwendung des Gesetzes (a) der „ \mathbb{K} -Beseitigung“ auf $[A \& (B\bar{\vee}\neg B)]$ als Sonderfall ergeben; hier besteht aber weder eine Implikation noch eine Äquivalenz, weil das Hinterglied $(B\bar{\vee}\neg B)$ gar nicht ungültig sein kann¹⁵⁷. Der *falsche* Implikationsausdruck (2-2) muss durch den Ausdruck des richtigen Postpendenzgesetzes (2-2') $[A \& (B\bar{\vee}\neg B)] \perp (B\bar{\vee}\neg B)$ ersetzt werden.

$$(2-3) \quad (A) \rightarrow (B\bar{\vee}\neg B)$$

Diese Implikation ergibt sich angeblich aus der Subsumtion der Gesetze (2-1) und (2-2) unter das logische Verkettungsgesetz $\mathbb{E}\mathbb{C}\mathbb{C}$; weil jedoch das ungültige (2-2) durch (2-2') ersetzt werden muss, ergibt sich aus (2-1) und (2-2') gemäß des Verkettungsgesetzes $\mathbb{E}\mathbb{H}\mathbb{H}$ als Konklusion: (2-3') $(A) \perp (B\bar{\vee}\neg B)$; ob nun A als wahr oder falsch gesetzt wird, $(B\bar{\vee}\neg B)$ ist in beiden Fällen wahr, folglich impliziert die Wahrheit von A nicht die Wahrheit von $(B\bar{\vee}\neg B)$. Es besteht auch hier eine Beziehung scheinbarer Dependenz.

Auch hier meinen viele Autoren, die Zurückweisung der falschen Beweisführung erfordere die Leugnung gültiger SFG-Gesetze. ANDERSON und BELNAP z.B. glauben, dass man das SFG-Gesetz der „ \mathbb{A} -Einführung“ verwerfen müsse, damit auch den sog. „*modus ponens*“ des SFG¹⁵⁸. WESSEL bestreitet aufgrund dieses lewisschen Scheinbeweises die Transitivität des WGS-Entailment, da sonst gelten müsste $A \rightarrow (B\bar{\vee}\neg B)$; in Wirklichkeit ist die lewissche Beweisführung falsch und das WGS-Entailment $\mathbb{C}\cup\mathbb{E}$ ist transitiv (wie auch das „strikte Implikation“ $\mathbb{C}\cup\mathbb{E}\cup\mathbb{F}\cup\mathbb{H}\cup\mathbb{K}\cup\mathbb{M}\cup\mathbb{X}$ transitiv ist). C.LEWY meint, die Ungültigkeit des lewisschen Scheinbeweises und damit die Transitivität der Entailmentrelation nur dadurch sichern zu können, dass er die Entailmentbestimmung so einschränkt, dass das Entailment $A \rightsquigarrow A \& (B\bar{\vee}\neg B)$ ungültig würde: im Ausdruck $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ solle weder Γ_1 als \mathbb{K} -Glied einen Widerspruch, noch Γ_2 als \mathbb{K} -Glied ein Fregegesetz („Tautologie“) enthalten dürfen. Dieses Kriterium ist zu eng, denn natürlich gilt das Entailment $A \rightsquigarrow A \& (B\bar{\vee}\neg B)$: genau dann wenn A wahr ist, ist $A \& (B\bar{\vee}\neg B)$ wahr.

All diese fehlerhaften Erörterungen zeigen, wie wenig es die intuitiv-probierende, tastende und indirekte relevanzlogistische Bestimmung des Entailment erlaubt, zwischen richtigen und falschen Entailmentbeziehungen und zwischen Gedankengefügen zu unterscheiden, und wie die rein intuitive Basis der Erörterung logischer Probleme der Willkür Tür und Tor öffnet. Anstatt die logische Relation des Entailment durch die präzise und vollständige Angabe der Bedingungen ihrer Geltung zu bestimmen, und ausgehend von diesem Begriff zu untersuchen, welche Gesetze für diese Relation gelten, wird an intuitiv-vagen, ungefähri-gen Bestimmung herumprobiert, was weder das Problem klären kann, um das es hier geht, geschweige denn eine Lösung ermöglicht.

Auf Grund dieser Anknüpfung an und Modifikation von \mathbb{C} bleibt auch in der der Relevanz-Logistik der Unterschied zwischen \mathbb{C} und dem Entailment (bzw. dem ganzen Schwarm unterschiedlicher logischer Relationen, die mit der Entailment-Beziehung konfundiert werden) unbestimmt und ungenau: als Folge ebenso die Unterschiede zwischen den **Fregegesetzen, den Entailment-Gesetzen des SFG, den Gesetzen des SFG-Entailment und den logischen Gesetzen** – alle diese völlig strukturverschiedenen Gesetze bilden ein einziges synkretistisches Durcheinander. Genauer gesagt – es gibt keinerlei Bewusstsein darüber, dass diese Gesetze und ihre Ausdrücke einen ganz verschiedenen Gehalt besitzen und strikt zu scheiden sind. So wenig wie FREGE zur Kenntnis nimmt, dass die Fregegesetze keine logischen Gesetze sind, so wenig merkt der Relevanz-Logistiker, dass die Entailment-Gesetze des SFG keine logischen Gesetze sind.

2.2.8.2.3. Fregegesetze – Entailment-Gesetze des SFG – Gesetze des SFG-Entailment – Logische Gesetze

Wenn wir das Gedankengefüge \mathbb{C} so auffassen, wie es durch FREGE definiert wurde, und wenn wir die Entailmentbeziehung als die logische Relation $\mathbb{C}\cup\mathbb{E}$ erkennen, ergeben sich folgende Arten unterschiedlicher Ausdrücke, die jeweils unterschiedliche Sachverhalte und Gesetzeszusammenhänge bezeichnen; nur wenn wir diese Arten von Ausdrücken klar unterscheiden, können wir uns die Unterschiede und Zusammenhänge von SFG und

Relevanz-Logistik und ihr Verhältnis zur Logik klarmachen. Diese verschiedenen Arten von Ausdrücken versuche ich ausgehend vom SFG-Ausdruck „ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “, zu erläutern:

Konkrete Gedankengefügeaussagen machen eine überflüssige tautologische oder informationsverschleiende Aussage über die Wahrheitswerte vorgegebener Aussagen wie etwa „ $1 + 1 = 1$ “ und „Der Schnee ist schwarz“, indem sie diesen Aussagen ein Gedankengefügeprädikat präzisieren; sowohl „ $1 + 1 = 1 \Leftrightarrow$ Der Schnee ist schwarz“¹⁵⁹ wie auch „ $\neg(\text{Der Schnee ist schwarz}) \Rightarrow \neg(1 + 1 = 1)$ “¹⁶⁰ sind wahre konkrete Gedankengefügeaussagen.

Allgemeine Gedankengefügeprädikate/Gedankengefügeschemata: in der Gedankengefügeaussage „ $1 + 1 = 1 \Leftrightarrow$ Der Schnee ist schwarz“ wird zwei Aussagen das Gedankengefügeprädikat $(A \Rightarrow B)$, in der Gedankengefügeaussage „ $\neg(\text{Der Schnee ist schwarz}) \Rightarrow \neg(1 + 1 = 1)$ “ das Gedankengefügeprädikat $(\neg B \Rightarrow \neg A)$ zugesprochen.

Fregegesetze der Form $\Gamma_1 \oplus \Gamma_2$: auch den beiden Gedankengefügeschemata $(A \Rightarrow B)$ und $(\neg B \Rightarrow \neg A)$ können wir ein Gedankengefüge, nämlich \mathbf{C} , zuschreiben; wir erhalten den Ausdruck des Fregegesetzes „ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “, welches besagt, dass es für alle Aussagen A und B falsch ist, dass $(A \Rightarrow B)$ wahr und $(\neg B \Rightarrow \neg A)$ falsch ist; der Grund dafür geht unmittelbar aus der Bedeutung des Fregegesetzes hervor: $\neg[\neg(A \& \neg B) \& (A \& \neg B)]$. Die Verwechslung des Gedankengefüges \mathbf{C} mit der Implikation führt zur Verwechslung dieses Fregegesetzes mit dem logischen Gesetz der Kontraposition der Implikation. Die relevanzlogistische Zurückweisung der logischen Deutung von \mathbf{C} als Implikation verlangt auch die Zurückweisung der logischen Missdeutung dieses und aller anderen Fregegesetze. – Im Rahmen des SFG und ihrer begriffsschriftlichen Darstellungsmittel kommen nur Ausdrücke der Art (1) bis (3) vor.

Entailmentgesetze des SFG der Form $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2$: Auf das Fregegesetz $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ trifft das WGS-Kriterium zu und deshalb gilt $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$; es besagt, dass jedem Aussagenpaar A, B, dem das Gedankengefüge $(A \Rightarrow B)$ zukommt, auch das Gedankengefüge $(\neg B \Rightarrow \neg A)$ zukommt, wobei offen bleibt, ob ebenso das Umgekehrte gilt. Erst die Relevanzlogistik ermöglicht mit der Aufstellung des WGS-Kriteriums die Berücksichtigung dieser Entailment-Gesetze des SFG; es ermöglicht festzustellen, ob zwischen *gegebenen* Gedankengefügeschemata die *logische* Beziehung des Entailment besteht oder nicht besteht; im Rahmen des SFG selber ist diese Feststellung nicht möglich.

Gesetze des SFG-Entailment: Die Beziehung des SFG-Entailment kann nicht nur Gedankengefügen als seinen Relata prädiert werden, sie kann selbst zum Gegenstand einer (Gesetzes-)Aussage werden. Wir können etwa sagen „Jedes Gedankengefügeschema Γ_1 steht zu sich selbst im Verhältnis des Entailment: $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_1$ “ – oder gleichbedeutend „Die Relation des SFG-Entailment ist reflexiv“. Es kann weiterhin bestimmten Entailmentverhältnissen selbst die Beziehung des Entailment zugeschrieben werden. Die Transitivität des SFG-Entailments kann z.B. als Entailmentbeziehung ausgedrückt werden: „Die SFG-Entailmentbeziehungen $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2$ und $\Gamma_2 \Leftrightarrow \Gamma_3$ stehen zum SFG-Entailment $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_3$ in der Beziehung des Entailment“; gleichbedeutend ist die Aussage: „Wenn $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2$ und $\Gamma_2 \Leftrightarrow \Gamma_3$ gilt, entweder dann oder genau dann gilt $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_3$ “. Auch die Kontraposition des SFG-Entailment kann als Gesetz des SFG-Entailment ausgedrückt werden: „Das SFG-Entailment $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2$ steht zum SFG-Entailment $\neg\Gamma_2 \Leftrightarrow \neg\Gamma_1$ in der Entailmentbeziehung“ (oder gleichbedeutend: „Wenn $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2)$ gilt, entweder dann oder genau dann gilt $(\neg\Gamma_2 \Leftrightarrow \neg\Gamma_1)$ “. Aufgrund der konkretistischen und indirekten Definition des Entailment durch das WGS-Kriterium können solche Entailment-Gesetze des SFG-Entailment im Rahmen der Relevanzlogistik aus den folgenden Gründen weder dargestellt noch bewiesen werden:

Der Ausdruck solcher Gesetze des SFG-Entailments wie „ $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg\Gamma_2 \Leftrightarrow \neg\Gamma_1)$ “ ist durch das WGS-Kriterium nicht legitimiert, denn dieses Kriterium definiert das Entailment nur als zwischen konkreten Gedankengefügeschemata wie $(A \& B)$ und $(A \Rightarrow B)$ bestehend; im Ausdruck „ $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg\Gamma_2 \Leftrightarrow \neg\Gamma_1)$ “ aber sind die Relata nicht Gedankengefügeschemata, sondern allgemeine Sachverhalte (Sachverhalte die einer bestimmten Sachverhaltsklasse angehören) der Art, dass ein erstes Gedankengefüge Γ_1 ein zweites Gedankengefüge Γ_2 im Sinne des Entailment impliziert und zweitens, dass die Bestreitung des zweiten Gedankengefüges die Bestreitung des ersten im Sinn des Entailment impliziert. Das WGS-Kriterium informiert nicht darüber, welchen Bedingungen *beliebige* Gedankengefüge Γ_1 und Γ_2 genau dann genügen, wenn zwischen ihnen die Beziehung des Entailment besteht; es ist deshalb nicht möglich, mit Hilfe des WGS-Kriteriums zu prüfen, in welchen logischen Beziehungen das SFG-Entailment selbst zu anderen logischen Formen steht – eine solche Prüfung müsste die jeweiligen

allgemeinen Bedingungen der Geltung dieser logischen Formen in Beziehung setzen. Das WGS-Kriterium lässt sich nur im Nachhinein auf *schon vorgegebene* Ausdrücke der Form „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “ anwenden; und aus der Anwendung resultiert dann immer eine wahrheitswertdefinite Aussage wie „Dieses konkrete Gedankengefüge (etwa $A \& B$) steht zu jenem konkreten Gedankengefüge (etwa $A \Rightarrow B$) in der Beziehung des Entailment“. Man kann z.B. nachprüfen, dass mit $(A \& B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$ auch $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(A \& B)$ gilt, und dass mit $(A \Leftrightarrow A \vee B)$ auch $(\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A)$ gilt, usw. Da das WGS-Kriterium nicht auf den allgemeinen Fall, dass zwischen irgendwelchen beliebigen Gedankengefügen die Entailment-Beziehung bestmwendbar ist, also weder auf den Ausdruck „ $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2$ “ noch auf den Ausdruck „ $\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1$ “, kann mit Hilfe des WGS-Kriteriums ein Gesetz des SFG-Entailment wie $[(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1)]$ nicht bewiesen werden¹⁶¹.

Auf der Basis der oben vorgeschlagenen direkten und allgemeineren Definition des SFG-Entailment kann das Gesetz des SFG-Entailment $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1)$ hingegen leicht bewiesen werden. $\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2$ gilt genau dann, wenn die Menge der von Γ_1 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate echt oder unecht in der Menge der von Γ_2 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate enthalten ist¹⁶². Das Gedankengefüge $\neg \Gamma_1$ schließt genau jene Wahrheitswertprädikate nicht ausdrücklich aus, welche von Γ_1 definitiv ausgeschlossenen werden; wenn also die Menge der von Γ_1 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate enthalten ist in der Menge der nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate von Γ_2 , dann ist die Menge der von $\neg \Gamma_2$ ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate enthalten in der Menge der von $\neg \Gamma_1$ ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate; folglich gilt die Äquivalenz: $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1)$, und damit auch das Entailmentgesetz des SFG-Entailment $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1)$. Der *besondere* Fall $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1)$ lässt sich natürlich auch beweisen, wenn man mit den im ersten Teil dieser Arbeit dargestellten Verfahren die Gültigkeit des logischen Gesetzes $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Leftrightarrow \sim p)$ aufzeigt – dies überschreitet jedoch erst recht die Möglichkeiten der Relevanzlogistik.

Wir müssen schließlich von den Gesetzen des SFG-Entailment die **schließende Subsumtion** konkreter Entailmentbeziehungen **unter ein Gesetz des SFG-Entailment** unterscheiden. Durch Anwendung des WGS-Kriteriums auf den Ausdruck „ $[(A \& B) \Rightarrow A]$ “ lässt sich die Gültigkeit von $(A \& B) \Leftrightarrow A$, durch Anwendung auf den Ausdruck „ $\neg A \Rightarrow \neg(A \& B)$ “ die Gültigkeit von $\neg A \Leftrightarrow \neg(A \& B)$ zeigen, nicht aber der notwendige Zusammenhang beider Entailments. Dass aus der Geltung von $[(A \& B) \Leftrightarrow A]$ die Geltung von $[\neg A \Leftrightarrow \neg(A \& B)]$ folgt, anders ausgedrückt, dass $[\neg A \Leftrightarrow \neg(A \& B)]$ gilt, *weil* $[(A \& B) \Leftrightarrow A]$ gilt, lässt sich nicht durch das WGS-Kriterium, sondern nur durch die schließende Subsumtion dieser Einzelfälle des SFG-Entailment unter das Gesetz $(\Gamma_1 \Leftrightarrow \Gamma_2) \Leftrightarrow (\neg \Gamma_2 \Leftrightarrow \neg \Gamma_1)$ aufzeigen¹⁶³. Dieser notwendige *Folgerungszusammenhang* wäre im Ausdruck „ $[(A \& B) \Leftrightarrow A] \Leftrightarrow [\neg A \Leftrightarrow \neg(A \& B)]$ “ falsch ausgedrückt, weil in diesem Ausdruck als Relata des logischen Entailment keine Sachverhalts-/Ereignisklassen, sondern die wahrheitswertdefinite Aussagen „ $[(A \& B) \Leftrightarrow A]$ “ und „ $[\neg A \Leftrightarrow \neg(A \& B)]$ “ vorkommen; wahrheitswertdefinite Aussagen können keine Relata logischer Relationen sein¹⁶⁴.

Wir können festhalten: obwohl in der Relevanzlogistik an der logischen Missdeutung des Gedankengefüges \mathbf{C} und an der Missdeutung mancher Fregegesetze erste Zweifel aufkommen und das Gedankengefüge \mathbf{C} als falsche Folgerungsrelation mit Hilfe des WGS-Kriteriums durch eine echte logische Entailmentbeziehung ersetzt wird, gelingt es im Rahmen dieser Konzeption nur, von vorgegebenen Gedankengefügen festzustellen, ob zwischen ihnen die Entailmentrelation besteht oder nicht; weil das Entailment auf Gedankengefüge beschränkt ist, können die Gesetze dieser Entailment-Relation selbst nicht dargestellt werden; wegen der Indirektheit und der fehlenden Allgemeinheit des WGS-Kriteriums können die Gesetze des SFG-Entailments nicht bewiesen werden. Logische Gesetze des Entailment selbst können überhaupt nicht berücksichtigt werden; denn die Entailmentbeziehung bleibt ja auf Gedankengefüge beschränkt. Diese Beschränktheit ihrer Systeme scheint den Relevanzlogikern selbst nicht bewusst zu sein.

Die dem Verallgemeinerungsniveau der Logik entsprechende universale Bestimmung der **Entailmentrelation** bezieht diese logische Beziehung auf *beliebige* Sachverhalts-/Ereignisklassen: zwischen zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q besteht die Beziehung des Entailment $p \Leftrightarrow q$ genau dann, wenn die Vorkommenskombinationen $p \wedge q$ und $\sim p \wedge \sim q$ realmöglich und der Vorkommenskombination $p \wedge \sim q$ nicht-realmöglich ist; die Normalmatrix dieser zweistelligen logischen Relation ist $(10 \bullet 1)$, die Modalitätenmatrix ist $(\mathcal{NCP}U)$.

Logische Gesetze des Entailment drücken die logische Beziehung aus, die zwischen logischen Entailmentformen selbst bestehen: dazu gehören etwa das Gesetz der Transitivität $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)] \rightarrow (p \Leftrightarrow r)$, das Gesetz der

Kontraposition ($p \rightleftharpoons q$) \leftrightarrow ($\sim q \rightleftharpoons \sim p$), das Kontraritätsgesetz ($p \rightleftharpoons q$) \uparrow ($p \rightleftharpoons \sim q$). Die Gültigkeit dieser logischen Gesetze lässt sich mit Hilfe der im ersten Teil dieser Arbeit vorgetragenen Verfahren leicht zeigen.

Die Relevanzlogiker halten sowohl die Entailment-Gesetze des SFG wie auch die Gesetze des SFG-Entailment selbst schon für logische Gesetze. Dies ist nicht korrekt, weil das Entailment auf Gedankengefüge beschränkt ist. Die Relevanzlogiker fallen so in die Fehler zurück, die zu korrigieren sie eigentlich ausgezogen sind. Wenn sie ein Entailment-Gesetz des SFG als logisches Gesetz auffassen, annullieren sie gerade den Unterschied der Bedeutungen von \Rightarrow und \rightleftharpoons , der doch den spezifischen Charakter ihres Systems ausmacht. Weder kann in der Relevanzlogik die Entailmentbeziehung in ihrer logischen Reinheit und Allgemeinheit dargestellt werden, noch können logische Entailmentgesetze behandelt werden. Die Gesetze des SFG-Entailment können außerdem mit Hilfe des WGS-Kriteriums nicht bewiesen werden.

2.2.8.2.4. Die „axiomatische“ Bestimmung des Entailment

Die verschiedenen Versuche, den Begriff des Entailment „axiomatisch“ zu entwickeln, fußen durchweg auf globalen, nicht weiter explizierten und begründeten Intuitionen. Ausgangspunkt des „axiomatischen“ Vorgehens, wie es in der „modernen Logik“ üblicherweise praktiziert wird, ist die Festlegung einer „symbolischen“ Bezeichnung für eine vage, rein verbale Intuition; beispielsweise wird versichert, dass der Ausdruck „ $A \blacktriangleright B$ “ *bedeuten* soll „A entails B“ oder „A impliziert B strikt/analytisch/streng/relevant/usw.“, wobei Art und Struktur der jeweils gemeinten Beziehung und ihrer Relata undefiniert und unerläutert bleiben. Solange die Bedeutung der Ausdrücke wie „A entails B“ usw. nicht eindeutig definiert ist, bedeutet „ $A \blacktriangleright B$ “ nur, dass zwischen zwei nicht näher bestimmten Relata irgendeine nicht näher bestimmte zweistellige Relation besteht; dass mit den verbalen Etiketten „... entails ...“ usw. irgendwelche intuitive Vorstellungen von logischem Zusammenhang verbunden sind, ist irrelevant, da sich vor einer exakten Erläuterung der Entailmentrelation sich jeder unter dieser Beziehung vorstellen kann, was er gerade will. Erst in einem zweiten Schritt wird dann versucht, diese noch ganz unbestimmte Relation durch die „axiomatische“ Angabe einiger Eigenschaften näher zu bestimmen: es wird etwa gesagt, dass diese Relation reflexiv ist („Axiom“: $A \blacktriangleright A$ ¹⁶⁵), oder dass bestimmte Sachverhalte in dieser Relation stehen (z.B. „Axiom“: $(A \& B) \blacktriangleright A$ ¹⁶⁶ oder („Axiom“ $A \& (B \vee C) \blacktriangleright (A \& B) \vee (A \& C)$ ¹⁶⁷). Jedes „Axiom“ formuliert so eine Bedingung, der die Entailmentrelation genügen muss. Da diese „Axiome“ die Entailmentbeziehung *definieren* sollen, müssten sie es zusammen ermöglichen, die zunächst verbal-unbestimmte zweistellige Relation $A \blacktriangleright B$ schrittweise einzugrenzen und zu bestimmen, so dass sie von *jeder anderen* zweistelligen Relation klar unterschieden und jederzeit eindeutig identifiziert werden kann. Die relevanzlogistischen „Axiomaten“ sind jedoch prinzipiell außerstande, diese Aufgabe zu leisten, wiederum weil sie auf dem Niveau eines ausschließlich intuitiv-vorthoretischen Verständnisses logischer Beziehungen verharren.

Die in der „modernen Logik“ gebräuchliche „axiomatische“ Methode hat dieselbe Struktur wie das bekannte Fragespiel, bei dem ein zunächst völlig unbekannter Gegenstand schrittweise näher bestimmt und schließlich eindeutig identifiziert werden muss; dieses Spiel kann nur gespielt werden, wenn wir bereits über eine hinreichend umfassende *begriffliche* Kenntnis¹⁶⁸ aller in Frage kommenden Gegenstände verfügen, denn nur dann können wir eindeutig entscheiden, dass gerade dem und nur dem gemeinten Gegenstand alle besagten Eigenschaften zukommen. Um zu entscheiden, ob es überhaupt logische Relationen gibt, die in den „Axiomen“ formulierten Bedingungen des Entailment genügen, und wenn ja, für welche logischen Relationen dies zutrifft, wäre schon eine klare und vollständige Kenntnis der logischen Relation erforderlich. Nun aber sollen diese Definitionen durch die „Axiome“ erst vorgenommen werden – ein aussichtsloses Unterfangen.

Angenommen ich bestimme eine zweistellige Relation $x \mathbf{R} y$ dadurch, dass ich festlege, sie sei symmetrisch, transitiv und es gelte für sie die Kontraposition. Wir formulieren für eine noch ganz unbestimmte, durch „ $x \mathbf{R} y$ “ bezeichnete Relation die „Axiome“ „Wenn ($x \mathbf{R} y$), genau dann ($y \mathbf{R} x$)“; „Wenn $x \mathbf{R} y$ und $y \mathbf{R} z$, dann $x \mathbf{R} z$ “ und „Wenn $x \mathbf{R} y$, genau dann (nicht- y) \mathbf{R} (nicht- x)“. Ich kann dann von beliebigen zweistelligen Relationen, *die ich bereits kenne*, prüfen, ob sie den „Axiomen“ genügen. Diese drei „Axiome“ gelten für eine unbestimmte Vielzahl heterogener Relationen. So genügen etwa die zweistelligen Prädikate „A und B sind ein Aussagenpaar“ und „zwischen p und q besteht eine zweistellige logische Totalform“ allen drei Bedingungen¹⁶⁹.

Wenn ich zusätzlich voraussetze, dass \mathbf{R} ein zweistelliges Gedankengefüge sein soll, kann ich herausfinden, dass alleine das Gedankengefüge \mathbf{E} allen drei Bedingungen genügt¹⁷⁰; Voraussetzung ist die Kenntnis aller zweistelligen Gedankengefüge. Wenn ich zu den drei „Axiomen“ zusätzlich voraussetze, dass \mathbf{R} eine zweistellige logische Totalrelation sein soll, ist es ein Leichtes herauszufinden, dass von allen 15 nichtleeren Totalformen die

Funktoren $\forall, \wedge, \supset, \neg, \vee, \equiv, \rightarrow, \leftrightarrow$ und \times symmetrisch, die Funktoren $\mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{E}, \mathbb{K}$ und \mathbb{X} transitiv sind, und dass genau für die Funktoren $\forall, \mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{E}, \mathbb{J}, \mathbb{L}, \mathbb{M}$ die Kontraposition gilt¹⁷¹; dass es also genau und nur der Funktor \mathbb{E} ist, der allen drei Bedingungen genügt. Wiederum muss ich, um dies entscheiden zu können, alle zweistelligen Totalformen schon kennen.

Ob eine oder mehrere zweistellige logische Relationen den Entailment-„Axiomen“ genügen, kann ich entsprechend ebenfalls nur entscheiden, wenn ich bereits über die Begriffe der im ersten Teil dieser Arbeit dargestellten zweistelligen logischen Relationen verfüge; dies ist in der sich **FREGE** anschließenden Relevanzlogistik gerade nicht der Fall. Es können durch eine derartige „axiomatische“ Vorgehensweisen niemals logische oder andere Relationen *definiert* werden; umgekehrt – ich kann nur von bereits wohldefinierten Relationen im Nachhinein überprüfen, ob sie den in den „Axiomen“ angegebenen Bedingungen genügen oder nicht. Die durch die jeweiligen „Axiome“ der verschiedenen relevanzlogistischen Systeme herausgehobenen Eigenschaften der gesuchten Entailmentbeziehung sind viel zu unspezifisch, um eine bestimmte Beziehung zu festzulegen und von andersartigen Beziehungen eindeutig abzugrenzen. Ich kann beispielsweise die logische Form $p \leftrightarrow q$ nicht dadurch *definieren*, dass ich festsetze, diese Beziehung solle symmetrisch und transitiv sein sowie dem Kontrapositionsgesetz unterliegen, auch wenn nur die Form \mathbb{E} unter den zweistelligen Funktoren allen drei Bedingungen genügt¹⁷².

In der Darstellung eines so genannten „Systems der *relevanten Implikation*“¹⁷³ wird die unbestimmte, verbale Leerformel „A impliziert relevant B“ durch den „symbolischen“, ebenso unbestimmten Ausdruck „ $A \blacktriangleright B$ “ abgekürzt; aus diesem Ausdruck geht zunächst nur hervor, dass wir es mit irgendeiner zweistelligen Relation zu tun haben, wobei diese Relation wie auch die Relata dieser Relation völlig unbestimmt sind. Diese unbestimmte Beziehung soll dann durch die folgenden „Axiome“ näher bestimmt und eingegrenzt werden.

- (1) $A \blacktriangleright A$
- (2) $(A \blacktriangleright B) \blacktriangleright ((C \blacktriangleright A) \blacktriangleright (C \blacktriangleright B))$
- (3) $(A \blacktriangleright (B \blacktriangleright C)) \blacktriangleright (B \blacktriangleright (A \blacktriangleright C))$
- (4) $(A \blacktriangleright (A \blacktriangleright B)) \blacktriangleright (A \blacktriangleright B)$.

Auf welche Relationen diese „Axiome“ zutreffen könnten, kann nur *indirekt* erschlossen werden. Wir haben nach „Axiom“ (1) mit einer nicht näher bestimmten *zweistelligen reflexiven* Relation zu tun. Aus den „Axiomen“ (2) bis (4) geht zunächst hervor, dass diese \blacktriangleright -Relation *selbstbezüglich* ist: zwischen Sachverhalten, dass zwischen irgendwelchen Relata diese \blacktriangleright -Beziehung besteht, kann die nämliche \blacktriangleright -Beziehung bestehen. Für die \blacktriangleright -Relation kommen also nur selbstbezügliche Relationen in Frage. Da Gedankengefüge und logische Relationen selbstbezüglich sind, können die zweistelligen Gedankengefüge und logischen Relationen überprüft werden, ob sie den Bedingungen (1) bis (4) genügen. Ersetzen wir das Zeichen \blacktriangleright durch das Zeichen \Rightarrow ergeben sich beispielsweise die folgenden gültigen Fregegesetze:

- | | | | |
|------|---|----------|--|
| (1') | (A \Rightarrow A) | \equiv | $\neg(A \& \neg A)$ |
| (2') | (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((C \Rightarrow A) \Rightarrow (C \Rightarrow B)) | \equiv | $\neg[\neg(A \& \neg B) \& \neg(C \& \neg A) \& (C \& \neg B)]$ ¹⁷⁴ |
| (3') | (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (B \Rightarrow (A \Rightarrow C)) | \equiv | $\neg[\neg(A \& B \& \neg C) \& (A \& B \& \neg C)]$ |
| (4') | (A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B) | \equiv | $\neg[\neg(A \& \neg B) \& (A \& \neg B)]$ |

Das Gedankengefüge \blacktriangleright genügt also den „Axiomen“¹⁷⁵; das ist fatal, denn diese „Axiome“ sollten eigentlich die Entailment-Beziehung exakt und eindeutig abgrenzen, die als *Alternative* zu \blacktriangleright gedacht war. Auch kann ich nur dann feststellen, ob \blacktriangleright den „Axiomen“ genügt, wenn ich über den Begriff dieses Gedankengefüges schon verfüge; diese vier „Axiome“ definieren also weder \blacktriangleright , noch andere, eventuell ebenfalls den „Axiomen“ genügenden Relationen.

Die entscheidende Frage, welche der 65.536 überhaupt möglichen zweistelligen logischen Relationen durch diese Axiome gekennzeichnet werden, und ob es überhaupt eine zweistellige logische Relation gibt, die den angegebenen Bedingungen genügt, lässt sich im Rahmen dieser relevanzlogistischen „Axiomatik“ nicht einmal stellen, da es hier allenfalls eine vage, intuitive Kenntnis einiger weniger logischer Relationen gibt. Im Rahmen des im ersten Teil dieser Arbeit vorgestellten System logischer Formen lässt sich für jede der vorgeschlagenen relevanzlogistischen „Axiomatiken“ systematisch und exakt nachprüfen, welche der überhaupt möglichen zweistelligen logischen Relationen diesen „Axiomen“ genügt, oder ob überhaupt eine logische Relation diesen „Axiomen“ genügen kann.

Ich werde mich darauf beschränken nachzuprüfen, ob die Entailment-Beziehung $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$ den angeführten „Axiomen“ der „relevanten Implikation“ genügt, da nur bei dieser Relation verständigerweise von Entailment geredet

werden kann. Aber selbst wenn dies der Fall sein sollte, ist der Versuch dieser „axiomatischen“ Kennzeichnung schon deshalb gescheitert, weil diese vier Bedingungen das Entailment nicht von \mathbf{C} abgrenzen können. Wenn „ $A \blacktriangleright B$ “ eine logische Relation bezeichnet, sind A, B, C Sachverhalts-/Ereignisklassen; ich gebrauche daher Beliebigelement-Zeichen für Sachverhalts-/Ereignisklassen.

Das Entailment $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}$ genügt dem „Axiom“ (1), denn für jede Sachverhalts-/Ereignisklasse p gilt $p \leftrightarrow p$, also auch $p \blacktriangleright p$.

Die bedingungslogische Implikation \mathbf{C} genügt dem „Axiom“ (2): Falls $p \rightarrow q$ gilt, gilt dann, wenn $r \rightarrow p$ gilt, auch $r \rightarrow q$. Dies ist ein gültiger Gesetzeszusammenhang zwischen den drei Klassen logischer Formen $p \rightarrow q$, $r \rightarrow p$ und $r \rightarrow q$: wenn nun $p \rightarrow q$ gilt, kann $r \rightarrow p$ gelten oder auch nicht; wenn $r \rightarrow p$ aber bei $p \rightarrow q$ gilt, gilt notwendigerweise auch $r \rightarrow q$. Dieser logische Zusammenhang kann durch $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q))$ ausgedrückt werden; weil bei \mathbf{C} immer auch $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}$ gilt, ist auch $(p \blacktriangleright q) \blacktriangleright ((r \blacktriangleright p) \blacktriangleright (r \blacktriangleright q))$ richtig; am genauesten wird der Zusammenhang durch den Ausdruck „ $[(p \rightarrow q), (r \rightarrow p), (r \rightarrow q) \mathbf{C} \mathbf{V}]$ “ dargestellt.

Erfüllt das Entailment $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}$ die im „Axiom“ (3) dargelegte Bedingung, gilt also das Gesetz des Entailment $[p \blacktriangleright (q \blacktriangleright r)] \blacktriangleright [q \blacktriangleright (p \blacktriangleright r)]$? Prüfen wir zuerst die Beziehung, die zwischen den dreistelligen logischen Verhältnissen *Bei p impliziert q das r*, also $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ und *bei q impliziert p das r*, also $q \rightarrow (p \rightarrow r)$ besteht. Der Ausdruck „ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ “ bedeutet: bei p gilt notwendig $q \rightarrow r$, bei $\sim p$ hingegen ist $q \rightarrow r$ nur möglich (\mathcal{K}); die bedeutet, dass im Falle von $\sim p$ unter bestimmten Bedingungen s ebenfalls $q \rightarrow r$ gilt, und dass, wenn diese Bedingungen s nicht gegeben sind, $q \rightarrow r$ nicht gilt. Es gilt dann (ohne Berücksichtigung von s) die dreistellige Relation $[p, q, r \mathbf{C} \mathbf{V}]$ ¹⁷⁶; dieser Funktor ist äquivalent mit $[q, p, r \mathbf{C} \mathbf{V}]$ ¹⁷⁷; der Ausdruck „ $[p, q, r \mathbf{C} \mathbf{V}]$ “ aber bedeutet dann $q \rightarrow (p \rightarrow r)$, die zweite logische Form, um deren Beziehung es uns geht; beide Formen stehen in der Beziehung der Äquivalenz, und es gilt: $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$; a fortiori gilt $[p \blacktriangleright (q \blacktriangleright r)] \blacktriangleright [q \blacktriangleright (p \blacktriangleright r)]$.

Die in „Axiom“ (4) formulierte Bedingung stellt kein mögliches logisches Verhältnis dar; die Vorstellung, beim Vorliegen eines Sachverhalts/Ereignisses p stehe eben dieses p zu einem Sachverhalt/Ereignis q im Verhältnis des Entailment (oder in irgendeinem anderen logischen Verhältnis), ist umgereimt¹⁷⁸: p steht zu q entweder in diesem Verhältnis oder nicht; es wäre allenfalls die triviale, für alle logischen Relationen gültige Behauptung $(p \boxplus q) \leftrightarrow (p \boxplus q)$, also auch $(p \blacktriangleright q) \leftrightarrow (p \blacktriangleright q)$ richtig.

Da das „Axiom“ (4) von keiner logischen Relation erfüllt wird, gibt es keine logische Beziehung, die mit dem anderson-belnap'schen Entailment, das durch diese vier „Axiome“ bestimmt sein soll, äquivalent ist. Das echte Entailment $\mathbf{C} \cup \mathbf{E}$ erfüllt die „Axiome“ (1) bis (3); aber diese Bedingungen werden auch von anderen logischen Relationen – etwa der „strikten Implikation“ $(\circ 0 \circ \circ)(p, q)$ erfüllt¹⁷⁹. Welche logischen Formen diesen „Axiomen“ genügen, lässt sich nur erkennen, wenn man die Gesamtheit der zweistelligen logischen Relationen bereits zu konstruieren in der Lage ist. Dies ist in der Relevanzlogistik nicht der Fall; das Entailment kann deshalb durch ein solches tastendes, probierendes, vage-intuitives Vorgehen nicht bestimmt werden; es besteht im Rahmen der Relevanzlogistik keine Möglichkeit festzustellen, für welche logischen Relationen die formulierten „Axiome“ gelten.

Auf dieselbe Weise versucht **PARRY**¹⁸⁰ seine „analytische Implikation“ (Parry-Entailment) zu bestimmen; zuerst legt er als „symbolische“ Abkürzung für die (zumindest noch) leere Worthülse „A impliziert B analytisch“ den Ausdruck „ $A \blacktriangleright B$ “¹⁸¹ fest, und will dann durch eine Reihe von „Axiomen“, d.h. von Bedingungen, die den Kreis von in Frage kommenden zweistelligen Relationen beschränken, vollständig und eindeutig definieren, was es bedeutet, dass ein A ein B „analytisch impliziert“. Um was für Relata und Relation es sich bei dieser „analytischen Implikation“ *tatsächlich* handelt, kann aus den „Axiomen“ wiederum nur indirekt und unvollständig erschlossen werden. Um zu prüfen, ob eine *logische* Relation die formulierten Bedingungen erfüllt, müssen wir wiederum das ganze System der bedingungslogischen Formen voraussetzen, weshalb im Rahmen der relevanzlogistischen Konzeption eine solche Prüfung gar nicht möglich ist.

- | | | | |
|-----|--|------|--|
| (1) | $(A \& B) \rightarrow (B \& A)$ | (7) | $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$ |
| (2) | $A \rightarrow (A \& A)$ | (8) | $(A \rightarrow B \& C) \rightarrow (A \rightarrow B)$ |
| (3) | $A \rightarrow \neg\neg A$ | (9) | $((A \rightarrow B) \& (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \& C \rightarrow B \& D)$ |
| (4) | $\neg\neg A \rightarrow A$ | (10) | $((A \rightarrow B) \& (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \vee C \rightarrow B \vee D)$ |
| (5) | $A \& (B \vee C) \rightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$ | (11) | $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow B)$ |
| (6) | $[A \vee (B \& \neg B)] \rightarrow A$ | | |

Neben der zunächst ganz unbestimmten zweistelligen Relation $A \rightarrow B$, kommen definierte Gedankengefügebezeichnungen wie „ $A \Rightarrow B$ “, „ $A \vee B$ “ und „ $A \& B$ “ vor¹⁸²; es ist deshalb möglich, dass der Pfeil \rightarrow ein Gedankengefüge bezeichnet; das Gedankengefüge \mathbf{C} kommt wohl nicht in Frage, denn es wird bereits durch das Zeichen „ \Rightarrow “ ausgedrückt („Axiom“ 11); andere Gedankengefüge erfüllen jedoch diese 11 Bedingungen nicht¹⁸³. Es bleibt nur die Möglichkeit, dass „ \rightarrow “ eine logische Relation bezeichnet, denn wenn etwa „ $(A \& B) \rightarrow (B \& A)$ “ nicht das Fregegesetz $(A \& B) \Rightarrow (B \& A)$ bezeichnet, kann dieser Ausdruck nur ein Gesetz des SFG ausdrücken. Was unter diesen Bedingungen die Buchstaben A, B, C, ... bedeuten, kann wiederum nur indirekt und nur unter Voraussetzung der Begriffe der Gedankengefüge einerseits und der logischen Formen andererseits *indirekt* erschlossen werden. In den „Axiomen“ (1) bis (6) bezeichnen A, B, C, ... beliebige Aussagen, einschließlich beliebiger Gedankengefügeschemata: das „Axiom“ (1) etwa ist für beliebige Aussagen und für beliebige Gedankengefügeschemata gültig. Ein für den Bereich der wahrheitswertdefiniten Aussagen geltendes Gesetz des SFG, z.B. „Für beliebige Aussagen A, B gilt: $(A \& B) \rightarrow (A \Rightarrow B)$ “ gilt immer auch für beliebige Gedankengefügeschemata, z.B. „Für beliebige Gedankengefüge Γ_1 und Γ_2 : $(\Gamma_1 \& \Gamma_2) \rightarrow (\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2)$ “. In den „Axiomen“ (7) bis (11) sind A, B, ... Bezeichnungen für Relata der logischen Relation des Parry-Entailment; wahrheitswertdefinite Aussagen kommen nicht in Frage, sondern nur Sachverhalts-/Ereignisklassen (wenn wir davon ausgehen, dass das Parry-Entailment eine logische Relation ist); da in „Axiom“ (11) A, B einmal Relata der logischen Relation des Parry-Entailment, dann Relata des Gedankengefüge \mathbf{C} bezeichnen, kommen als Bedeutung der Buchstaben A, B, ... nur Gedankengefügeprädikate/Gedankengefügeschemata in Frage; die Buchstaben A, B, ... bezeichnen also entweder Aussagen oder Gedankengefügeschemata. Die „Axiome“ (1) bis (6) bezeichnen dann Gesetze des SFG (logische Relationen wahr Gedankengefügeschemata), die Axiome (7) bis (11) bezeichnen Gesetze des parryschen SFG-Entailment (logische Relationen zwischen dem Parry-Entailment).

Welche logische Relation wird durch die „Axiome“ unter diesen (von PARRY nicht offen dargelegten, sondern von uns erschlossenen) Voraussetzungen gekennzeichnet? In den „Axiomen“ (1) bis (6) stellt die durch „ \rightarrow “ bezeichnete Relation die logische Relation \mathbb{E} oder eine Relation, die von \mathbb{E} impliziert wird, dar¹⁸⁴; „Axiom“ (7) soll die Transitivität der durch „ \rightarrow “ bezeichneten Relation ausdrücken, und deshalb bezeichnet „ \rightarrow “ an der dritten Stelle seines Vorkommens in dem Ausdruck die logische Relation \mathbb{C} , oder jede logische Relation, die von \mathbb{C} impliziert wird¹⁸⁵; der Pfeil \rightarrow bezeichnet demnach die logische Relation $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$ und jede größere logische Relation – etwa $(\circ 0 \circ \circ)$, die von $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$ impliziert wird.

Wird der Pfeil \rightarrow durch das Symbol der Relation $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$, also durch \rightarrow ersetzt, ergeben die Ausdrücke (1) bis (6) gültige Gesetze des SFG. „Axiom“ (7) drückt dann die Transitivität der Relation $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$ aus: $[(\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2) \& (\Gamma_2 \rightarrow \Gamma_3)] \rightarrow (\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_3)$ ¹⁸⁶. „Axiom“ (8) ergibt das richtige Gesetz des SFG-Entailment $[\Gamma_1 \rightarrow (\Gamma_2 \& \Gamma_3)] \rightarrow (\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2)$ ¹⁸⁷. „Axiom“ (9) hingegen führt nicht auf ein gültiges Gesetz des SFG-Entailment $[(\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2) \& (\Gamma_3 \rightarrow \Gamma_4)] \rightarrow [(\Gamma_1 \& \Gamma_3) \rightarrow (\Gamma_2 \& \Gamma_4)]$, denn es ist möglich, dass wohl $(\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2) \& (\Gamma_3 \rightarrow \Gamma_4)$ – z.B. $[(A \& B) \rightarrow (A \vee B)] \& [(\neg A \& \neg B) \rightarrow (A \Rightarrow B)]$ – gilt, ohne dass auch $(\Gamma_1 \& \Gamma_3) \rightarrow (\Gamma_2 \& \Gamma_4)$ gilt, denn $(A \& B)$ und $(\neg A \& \neg B)$ sind unverträglich¹⁸⁸. Dass ein nachweislich falsches Gesetz des SFG-Entailment zum „Axiom“ gemacht wird, belegt wiederum den willkürlichen, unsicher-probierenden Charakter der Intuitionen, auf deren Grundlage diese „Axiomatiken“ zusammengestoppelt werden, aber auch, dass dieses Vorgehen keine echte Axiomatisierung darstellt. „Axiom“ (10) führt wieder auf ein richtiges Gesetz des SFG-Entailment: $[(\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2) \& (\Gamma_3 \rightarrow \Gamma_4)] \rightarrow [(\Gamma_1 \vee \Gamma_3) \rightarrow (\Gamma_2 \vee \Gamma_4)]$ ¹⁸⁹. Das „Axiom“ (11) besagt, dass das echte WGS-Entailment $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$ zur „strikten Implikation“ $(\circ 0 \circ \circ)(\Gamma_1, \Gamma_2)$ in der Entailmentbeziehung steht.

Die parryschen „Axiome“ kennzeichnen also nicht durchweg jene logische Relation, die alleine das Entailment repräsentiert, nämlich $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$; Axiom (9) ist für das Entailment falsch. Diese „Axiome“ sind *in ihrer Gesamtheit* nur für solche logischen Relationen gültig, die kein Entailment darstellen, etwa für die Relationen $(1 \bullet \bullet \bullet)$, $(\bullet \bullet \bullet 1)$ und $(1 \bullet \bullet 1)$. Bei PARRY bleibt die Vorstellung von „analytischer Implikation“ (als der angeblich adäquaten En-

tailmentbeziehung) völlig intuitiv und vage; alleine aus seinen Pseudoaxiomen kann nicht erkannt werden, von welcher Relation oder welchen Relationen überhaupt die Rede ist; nur wenn wir das System der logischen Formen voraussetzen, können wir mühsam rekonstruieren, ob es überhaupt zweistellige logische Relationen gibt, die allen „Axiomen“ genügen; unter dieser Voraussetzung allerdings können wir auf diese „Axiomatik“ verzichten, da wir mit der Relation $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$ einen klaren Begriff des Entailment haben.

HORST WESSEL¹⁹⁰ setzt zunächst das SFG voraus und erweitert es durch eine nicht näher bestimmte, verbale Beziehung „Aus A folgt B strikt logisch“, die er durch „ $A \rightarrow B$ “ darstellt; als Relata dieses „Wessel-Entailment“ werden ausdrücklich „Satzformeln“ A, B, C, ... bestimmt, d.h. Aussagen und Gedankengefügeschemata. Die durch „ \rightarrow “ bezeichnete Relation soll dann durch die folgenden „Axiome“ bestimmt sein:

$$\begin{array}{ll} A \rightarrow \neg\neg A & \neg A \nabla \neg B \rightarrow \neg(A \& B) \\ \neg\neg A \rightarrow A & (A \nabla B) \& C \rightarrow (A \& C) \nabla B \\ A \& B \rightarrow A & (A \& B) \nabla (B \& C) \rightarrow (A \nabla B) \& C \\ A \& B \rightarrow B \& A & A \rightarrow A \& (B \nabla \neg B) \\ \neg(A \& B) \rightarrow \neg A \nabla \neg B & \end{array}$$

Als „Schlussregeln“ formuliert er **WESSEL** weitere Eigenschaften des Wessel-Entailment die Transitivität „Wenn $A \rightarrow B$ und $B \rightarrow C$, so $A \rightarrow C$ “ und das Gesetz „Wenn $A \rightarrow B$ und $A \rightarrow C$, dann $A \rightarrow B \wedge C$ “, wobei er den logischen Zusammenhang umgangssprachlich ausdrückt, obwohl gerade dieser Zusammenhang präziser durch sein Entailment bestimmt sein soll.

Durch diese Bestimmungen ist nicht festgelegt, um welche Art von Beziehung es sich handelt. Wenn wir das Zeichen „ \rightarrow “ durch die Gedankengefügebezeichnungen „ \Rightarrow “ oder „ \Leftrightarrow “ ersetzen, ergeben sich aus allen „Axiomen“ gültige Fregegesetze; auch die „Schlussregeln“ bleiben für diese Gedankengefüge gültig (sie sind Gesetze des SFG, wobei der logische Zusammenhang korrekt nicht durch das Zeichen für \mathbf{C} , sondern umgangssprachlich ausgedrückt ist); auch in diesem Fall wird das Entailment $A \rightarrow B$, das eigentlich als echte Implikation/Entailment an die Stelle von $A \Rightarrow B$ treten soll, von diesem Gedankengefüge gar nicht abgegrenzt. Die „Axiome“ und „Schlussregeln“ ergeben auch richtige und sinnvolle Gesetze des SFG und Gesetze des SFG-Entailment, wenn „ \rightarrow “ durch das Zeichen „ \Leftrightarrow “ oder durch die Bezeichnung irgendeiner logischen Relation ersetzt wird, die von \mathbb{E} impliziert wird (etwa durch „ $(\circ 0 \circ \circ)$ “ oder „ $(10 \bullet 1)$ “). Was ist nun gemeint? Mit den Methoden und Konzepten der Relevanzlogistik kann nicht geklärt werden, welche Relationen den „Axiomen“ genügen. Bei **WESSEL** kommen nebeneinander die Zeichen „ \Rightarrow “ und „ \rightarrow “ und das umgangssprachliche „Wenn-dann“ vor; warum drückt er den Zusammenhang in den Schlussregeln umgangssprachlich aus? Soll „ \rightarrow “ nicht gerade solche implikativen Zusammenhänge präzisierend bezeichnen? Da allen drei Zeichen die Bedeutung der Implikation (Entailment, „Folgerung“ bei **WESSEL**) gegeben wird, wäre es vordringlich, die tatsächlichen Bedeutungen dieser Ausdrücke und ihr Verhältnis kritisch zu untersuchen – aber genau diese Unterschiede bleiben völlig in der Schwebe.

Dass derartiges Vorgehen das Etikett der „axiomatischen Methode“ angeheftet wird, soll sicherlich seinen blind-probierenden, willkürlichen und völlig intuitiven Charakter vertuschen. Man kann eine Relation nicht dadurch – auch nicht „axiomatisch“ – definieren und eindeutig von allen anderen Relationen abgrenzen, wenn man eine intuitiv-unbestimmte Leerformel wie „A entails B“ durch die mehr oder weniger zufällige und probeweise Zusammenstellung von Eigenschaften wie Reflexivität, Transitivität usw., oder durch das unsystematische Aufzählen einiger Sachverhalte, zwischen denen man das Bestehen dieser Relation annimmt (z.B.: zwischen $(A \& B)$ und $(B \& A)$ oder zwischen A und $\neg\neg A$ besteht die Entailment-Relation, usw.), kennzeichnet; das Entailment lässt sich auf solche Weise nicht eindeutig und klar bestimmen. Im Gegenteil, um entscheiden zu können, ob überhaupt logische Relationen diesen pseudoaxiomatischen Bestimmungen gerecht werden, muss ich schon klare Begriffe der logischen Relationen besitzen. Gerade die Möglichkeit, dass von jeder dieser relevanzlogistischen „Axiomaten“ unter Voraussetzung des System der logischen Formen überprüft werden kann, ob und welche logische Relationen den „Axiomen“ genügen, belegt, dass Pseudoaxiomatiken präsentiert werden.

Eine Relation ist zuerst gattungsmäßig zu bestimmen – es ist also zuerst zu klären, wie sich z.B. Gedankengefüge oder logische Relationen von allen Nicht-Gedankengefügen oder nicht-logischen Relationen unterscheiden; auf dieser Basis können dann die verschiedenartigen Relationen betreffender Gattung gegeneinander abgegrenzt

werden. Eine *echte* axiomatische Explikation der logischen Formen einschließlich der Entailmentrelation kann nur in der Darlegung der wenigen grundlegenden und konstitutiven Bestimmungen bestehen, auf deren Grundlage sich jede logische Relation in ihren spezifischen Unterschieden zu allen anderen logischen und nichtlogischen Beziehungen konstruieren lässt. Für das System der bedingungslogischen Formen bestehen diese grundlegenden, als Axiome darstellbaren Bestimmungen in den Begriffen der Sachverhalts-/Ereignisklassen, des Ereignisbezugsystems, der kombinatorisch zu konstruierenden Vorkommenswertkombinationen (dadurch lassen sich die logischen Relationen in ihrer spezifischen Äquivalenz, d.h. in ihrem Unterschied zu den nichtlogischen Relationen bestimmen) und der jeweiligen ebenfalls kombinatorischen Bestimmung der Vorkommenswertkombinationen als realemöglich oder nicht-realemöglich (dies macht den spezifischen Unterschied der logischen Relationen untereinander aus); auf der Basis dieser wenigen fundamentalen Bestimmungen lässt sich jede beliebige logische Form konstruieren, in ihrer spezifischen Bedeutung und in ihren gesetzmäßigen Zusammenhängen explizieren. Die Aufstellung dieser Prinzipien ist nicht willkürlich und nicht subjektiv-intuitiv, sondern geht aus einer systematischen und sachbezogenen Reflexion jener logischen Formen hervor, die schon vor jeder theoretischen Logik umgangssprachlich zum Ausdruck gebracht werden. Axiomatischen, d.h. grundlegenden und elementaren Charakter haben diese Prinzipien nur insofern, als sie innerhalb der Logik selber nicht gerechtfertigt und begründet werden können¹⁹¹. Auch das fregesche System der Gedankengefüge kann axiomatisch dargestellt werden; als *echte* Axiome taugen aber allein die Konstruktionsprinzipien; nur auf ihrer Grundlage lassen sich alle Gedankengefüge konstruieren und in ihren gesetzmäßigen Zusammenhänge darlegen¹⁹².

Wir können festhalten, dass die verschiedenen Versuche, in einer Relevanzlogistik die Unstimmigkeiten, die sich aus der logischen Deutung der Gedankengefüge ergeben, zu beseitigen, durchweg erfolglos geblieben sind¹⁹³; der entscheidende Grund liegt in der Scheu, auch angesichts der besprochenen Paradoxien ein prinzipielles Scheitern des fregeschen Logikentwurfs auch nur ins Auge zu fassen.

Anmerkungen zu Teil II, Kapitel 2

-
- 1 Sogar in Abhandlungen, die zu rechtfertigen vorgeben, **FREGES** Gedankengefüge stellen *logische Konstanten* dar, findet sich von tatsächlicher Rechtfertigung und Begründung keine Spur: vielmehr wird nur auf die bloßen unbegründeten Versicherungen **FREGES** und die Tatsache verwiesen, dass alle Welt diesen Versicherungen Glauben schenkt. Vgl. etwa **KRAMPTZ, KARL-HEINZ**: Die Begründung der logischen Konstanten bei Frege, in: Jenaer Frege-Konferenz, Jena 1979 S.179-195; **HANS LENK**: Kritik der logischen Konstanten. Philosophische Begründungen der Urteilsformen vom Idealismus bis zur Gegenwart. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1968, Kapitel XIX: Freges Rechtfertigung der ‚Gedankengefüge‘, S.500-513. Trotz einiger partieller Kritik an zweitrangigen Ungereimtheiten bei **FREGE** gilt auch für **LENK** die entscheidende Streitfrage, ob es sich bei den Gedankengefügen um logische Konstanten handelt, ohne jede Begründung als im Sinne **FREGES** entschieden: **FREGE** stelle nur „echte logische Konstanten“ dar (S. 513).
 - 2 Junktoren, HWP 4, Sp. 659
 - 3 Elementare Logik und Mengenlehre I, S. 23f; so auch **EPSTEIN, RICHARD L.**: The Semantics of Logic, S. 8
 - 4 **STEKELER-WEITHOFER**, Grundprobleme der Logik, S. 211. – **U.WOLF** schreibt: „In der Logik werden auch Sätze der Form ‚Wenn p, so q‘ als rein wahrheitsfunktionale Verknüpfungen aufgefasst.“ (**TUGENDHAT/WOLF**, Logisch-semantische Propädeutik, S. 107) In Wirklichkeit wird *zuerst* die „Wahrheitsfunktion“ *nicht(A und nicht B)* definiert, und diese Bildung dann *nachträglich* – ohne jede Rechtfertigung – durch *Wenn A, dann B* ausgedrückt. — **LENK** und **HEGSELMANN** (Partikeln, logische, HWP 7, Sp.147) führen die Gedankengefüge in ihrer logischen Missdeutung von vornherein als *die* logischen Konstanten ein, **FREGES** Konstruktionen werden so *in ihrer Missdeutung* zu den absoluten Voraussetzungen aller Logik, die keinerlei Rechtfertigung bedürfen.
 - 5 **LENK** und **HEGSELMANN** schreiben, es sei **FREGE** gelungen, „das System der (heute als die logischen Konstanten anerkannten) Junktoren sukzessive aus der Verneinung und der Konjunktion aufzubauen.“ (Logische Partikeln, HWP 7, Sp. 150); dabei ist zu beachten, dass die Partikeln *nicht* und *und* die einzigen sind, die **FREGE** korrekt und zulässig verwendet!
 - 6 Wollen wir das **■**-Gedankengefüge „ $A \bowtie B$ “ nur mit Hilfe der Zeichen „ \neg “ und „ \Rightarrow “ darstellen, *muss* hierbei von der Festlegung $(A \Rightarrow B) \stackrel{\text{def}}{=} \neg(A \& \neg B)$ ausgegangen werden – nicht etwa von einer nur in der Einbildung bestehenden einfach-ursprünglichen Wenn-Bedeutung des Zeichens „ \Rightarrow “; erst auf der Basis dieser Festlegung ergibt sich dann die Bedeutungsgleichheit $(A \& B) \equiv \neg(A \Rightarrow \neg B)$ – über den Umweg: $\neg\neg(A \& \neg B)$; ausgehend von dieser Bedeutungsgleichheit lässt sich dann das Gedankengefüge „ $(A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B)$ “ – die primäre Darstellung des Gedankengefüges **■** – durch den Ausdruck „ $\neg[(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(\neg A \Rightarrow B)]$ “ ersetzen – über den Umweg $\neg[\neg\neg(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg\neg(\neg A \Rightarrow \neg B)]$. Was dann dieser Ausdruck

- „ $\neg[(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(\neg A \Rightarrow B)]$ “ bedeutet, nämlich „ $\neg(A \& B) \& \neg(\neg A \& \neg B)$ “, wird wiederum nur verständlich, wenn die indirekte, sekundäre Darstellung auf der Grundlage von $(A \Rightarrow B) \stackrel{\text{def}}{=} \neg(A \& \neg B)$ in die direkte, unmittelbar einsichtige Darstellung mit Hilfe von „ $\&$ “, „rückübersetzt“ wird. Das Zeichen „ \Rightarrow “ ist also nicht nur kein „Urzeichen“, sondern durchweg abgeleitet, darüber hinaus völlig überflüssig. Wäre **FREGE** bei der primären und unmissverständlichen Bezeichnung der Gedankengefüge geblieben, wäre es ihm sehr viel schwerer gefallen, die Gedankengefüge nachträglich mit irreführenden, seinen eigenen Festsetzungen widersprechenden logischen Deutungen zu versehen.
- 7 Ähnlich argumentiert **STRAWSON**: „Since ‘ \neg ’ and ‘ $\&$ ’ are more nearly identifiable with ‘not’ and ‘and’ than other constant with any other English word, I prefer to emphasize the definability of the remaining constants in terms of ‘ $\&$ ’ and ‘ \neg ’... The system might, indeed, be called the System of Negation and Conjunction.“ (Introduction to Logical Theory, S. 82; bei **STRAWSON** statt ‘ \neg ’ und ‘ $\&$ ’: ‘ \sim ’ und ‘ \cdot ’)
- 8 **MENNE**, Einführung in die Logik, S. 35
- 9 Grundzüge der theoretischen Logik, S. 4
- 10 Lehrbuch der elementaren Logik, Band 1: Aussagenlogik, S. 77
- 11 An anderer Stelle behauptet Frege, das Konditional
 „Wenn $\left(\frac{21}{20}\right)^{100}$ größer als $\sqrt[10]{10^{21}}$ ist, so ist $\left(\frac{21}{20}\right)^{1000}$ größer als 10^{21} “ (Vern 57 [146]) sei ein Gedankengefüge C. Tatsächlich aber kennen wir – jedenfalls nicht auf Anhieb – die Wahrheitswerte von Vorder- und Nachsatz nicht; ob $\left(\frac{21}{20}\right)^{100}$ größer ist als $\sqrt[10]{10^{21}}$ ist also problematisch; diesen problematischen Fall können wir dem impliziten Gesetz subsumieren: Wenn eine Zahl a größer ist als eine Zahl b, dann ist a^{10} größer als b^{10} . Aus dieser Subsumtion resultiert **FREGES** Wenn₂-Satz – und *alleine* aus diesem Gesetz folgt, dass es unmöglich ist, dass der Vordersatz wahr und der Nachsatz falsch ist. Wenn ich mich aber mit dem Taschenrechner überzeugt habe, dass $\left(\frac{21}{20}\right)^{100}$ tatsächlich größer ist als $\sqrt[10]{10^{21}}$, muss ich den entsprechenden Weil-Satz formulieren.
- 12 Truth-Tables and Implication, in: **IRVING M. COPI/ JAMES A GOULD** (Eds.): Readings on Logic, Second Edition, The Macmillan Company, New York, Collier-Macmillan Limited, London, S. 223-228; Auszug aus: **FARIS, J.A.**: Truth-Functional Logic. New York 1962 (Dover Publications Inc.); hier S. 224
- 13 ebd.
- 14 Ist dem Sprecher auch nicht bekannt, ob Robinson den Posten bekommt, dann kann er auf der Basis des bedingungslogischen Zusammenhangs das Konditional formulieren „Wenn Robinson den Posten bekommt (bekommen sollte), dann ist er graduiert, wenn er über 21 Jahre alt ist (sein sollte)“.
- 15 Siehe unten S. **Fehler! Textmarke nicht definiert.**
- 16 Auch **H.P.GRICE** hat versucht, mit Hilfe unzutreffender Beispiele einen angeblichen wahrheitsfunktionalen Charakter von Wenn₂- und Oder₂-Sätzen zu belegen; vgl. unten Abschnitt „2.2.5. **DAS** gricesche Argument“, S. 118ff — Ebenso falsch sind **U.WOLFS** Beispiele für die Wahrheitsfunktion **▲**: Den Satz „Es regnet oder es schneit“ behauptet man, wenn man Anlass hat, von diesen beiden Alternativen auszugehen (es besteht also ein Zusammenhang) und man nicht weiß, welche der beiden Alternativen zutrifft (schon deshalb ist das Beispiel kein „wahrheitsfunktionales“ Gedankengefüge **▲**). Auch für das falsche Beispiel „Wir machen heute einen Ausflug oder wir gehen ins Theater“ besteht ein – in einem Entschluss gegründeter – Zusammenhang, und es ist noch nicht bekannt, welche Alternative tatsächlich gewählt; wäre dies bekannt (und nur dann ist eine „Wahrheitsfunktion“ möglich), dann sagt auch der Logistiker, wenn er nicht gerade „Logik“ treibt: „Wir machen eine Ausflug und gehen nicht ins Theater“.
- 17 **N.RESCHER**, Introduction to Logic, 176
- 18 Logik, S. 74
- 19 **WAISMANN**: Logik, Sprache, Philosophie, S.531; ebenso **BORKOWSKI**, Formale Logik, S.16, **QUINE**, Grundzüge der Logik, S.38f; **QUINE** ahnt die Willkür dieser Übertragung, sieht in ihr aber kein ernstes Problem. **U.WOLF** schreibt: „Wahrheitsfunktional sind alle zusammengesetzten Sätze, die mit den Wörtern ‚nicht‘, ‚und‘, ‚oder‘ gebildet sind.“ (**TUGENDHAT/WOLF**, Logisch-semantische Propädeutik, S. 105) Die Behauptung ist nur für *Und* und *Nicht* richtig.

Tabelle: Die logischen Beziehungen zwischen den Gedankengefügen

	V	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	X	O
V	K	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	L
A	H	E	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	J	G
B	H	A	E	A	A	B	A	B	A	B	A	B	B	J	B	G
C	H	A	A	E	A	B	B	A	B	A	A	B	J	B	B	G
D	H	A	A	A	E	A	B	B	B	A	B	J	B	B	B	G
E	H	A	C	C	A	E	A	V	V	V	J	B	D	D	B	G
F	H	A	A	C	C	V	E	V	V	J	V	D	D	D	B	G
G	H	A	C	A	C	V	V	E	J	V	V	D	B	D	B	G
H	H	C	A	C	A	V	V	J	E	V	V	B	D	B	D	G
I	H	C	C	A	A	V	J	V	V	E	V	B	B	D	D	G
J	H	C	A	A	C	J	V	V	V	V	E	D	B	B	D	G
K	H	C	C	C	J	C	D	D	C	C	D	E	D	D	D	G
L	H	C	C	J	C	D	D	C	D	C	C	D	E	D	D	G
M	H	C	J	C	C	D	C	D	C	D	C	D	D	E	D	G
X	H	J	C	C	C	C	C	C	D	D	D	D	D	D	E	G
O	M	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	X

- 21 $A \vee \sim A$ $\{= \neg(A \& \neg A)\}$ sind der "Prototyp der aussagenlogischen Wahrheit". (HOYNINGEN-HUENE, S. 82) Es ist die *einzige* Wahrheit dieser „Aussagenlogik“ – eine Wahrheit die zu den konstitutiven *Voraussetzungen* dieses Systems gehört (Prinzip der Wahrheitswertdefintheit).
- 22 HOYNINGEN-HUENE sagt richtig, „dass logische Wahrheiten *nichtssagend* sind, oder genauer, dass man mit ihnen *nichts behaupten* kann.“ (S. 83f) Auch dieses durchaus verbreitete Einsicht, dass die Gesetze dieser „Aussagenlogik“ nur nichtssagende Belanglosigkeiten sind, kann den bedingungslosen Glauben an die „moderne Logik“ nicht erschüttern und eine kritische Einstellung anstoßen.
- 23 Die einfachste Version der Fregegesetze ist die Aussage, dass eine Aussage nicht zugleich wahr und falsch sein kann, z.B.:
 „ $A \Rightarrow A$ “ bedeutet $\neg(A \& \neg A)$
 „ $A \vee \neg A$ “ bedeutet $\neg(\neg A \& \neg \neg A) \equiv \neg(A \& \neg A)$
 „ $A \Rightarrow \neg \neg A$ “ bedeutet $\neg(A \& \neg \neg \neg A) \equiv \neg(A \& \neg A)$
 „ $(A \vee A) \Rightarrow A$ “ bedeutet $\neg[\neg(\neg A \& \neg A) \& \neg nA] \equiv \neg(A \& \neg A)$
 „ $(A \Rightarrow \neg A) \Rightarrow A$ “ bedeutet $\neg[\neg(A \& \neg \neg A) \& \neg nA] \equiv \neg(A \& \neg A)$, usw.
- Dann gibt es etwas kompliziertere Versionen, die alle zum Ausdruck bringen, dass eine Aussage nicht zugleich wahr und falsch sein kann, ob nun eine andere Aussage wahr ist (oder ob sie falsch ist), z.B.:
 „ $(A \Rightarrow \neg A \Rightarrow B)$ “ bedeutet $\neg[A \& \neg \neg(\neg A \& \neg B)] \equiv \neg(A \& \neg A \& \neg B)$
 „ $(A \& B) \Rightarrow A$ “ bedeutet $\neg(A \& B \& \neg A)$
 „ $A \Rightarrow (A \vee B)$ “ bedeutet $\neg[A \& \neg \neg(\neg A \& \neg B)] = \neg(A \& \neg A \& \neg B)$,
 „ $(A \& B) \Rightarrow (A \vee B)$ “ bedeutet $\neg[A \& B \& \neg \neg(\neg A \& \neg B)] = \neg(A \& B \& \neg A \& \neg B)$
- Weiterhin gibt es eine Reihe von Fregegesetzen, die besagen, dass ein bestimmtes Gedankengefüge nicht zugleich wahr und falsch sein kann, z.B.:
 „ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “ bedeutet $\neg[\neg(A \& \neg B) \& \neg \neg(\neg B \& \neg \neg A)] = \neg[(A \& \neg B) \& \neg(A \& \neg B)]$
- Komplexere Fregegesetze drücken die Unmöglichkeit, dass eine Aussage nicht zugleich wahr und falsch sein kann, indirekt aus, z.B. das Fregegesetz (ein „Kernsatz“ der „Begriffsschrift“) „ $[C \Rightarrow (B \Rightarrow A)] \Rightarrow [(C \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow A)]$ “;
 das Fregegesetz bedeutet: $\neg[\neg(C \& \neg \neg(B \& \neg A)) \& \neg \neg(\neg(C \& \neg B) \& \neg \neg(C \& \neg A))] \equiv \neg[\neg(C \& B \& \neg A) \& \neg(C \& \neg B) \& C \& \neg A]$.
 Bei diesen Fregegesetzen kann gezeigt werden, dass ihre Nicht-Geltung implizieren würde, dass zumindest eine der Aussagen zugleich wahr und falsch wäre; auch Fregegesetze dieser Art drücken deshalb nur aus, dass Aussagen nicht zugleich wahr und falsch sein können. Die Indirektheit dieser Aussage kann beliebig verkompliziert werden.
- 24 „In der Aussagenlogik ergibt sich das Zwingende korrekter Folgerungen vor allem durch die Wiederholung bestimmter extensional verknüpfter Aussagen.“ Es lasse sich „beweisen, dass eine aussagenlogische Formel nur dann logisch wahr sein kann, wenn mindestens ein Satzbuchstabe in ihr mehr als einmal vorkommt.“ (HOYNINGEN-HUENE, Formale Logik, S. 153) Der Grund dafür liegt darin, dass alle solcherart „logisch wahren“ Aussagen von zumindest einer Aussage aussagen, dass sie nicht zugleich wahr und falsch ist.
- 25 Tatsächlich verleitet FREGE gerade diese Tatsache, die Unterscheidung der logischen Formen als „logisch“ irrelevant zu verwerfen; in Wirklichkeit beginnt die theoretische Logik erst mit der Bewusstwerdung der logischen Formen als solcher.
- 26 Z.B. ist „ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$ “ ein gültiges logisches Gesetz, „ $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “ ist ein gültiges Fregegesetz.

- 27 Z.B. ist „ $(p \vee q) \mid (p \rightarrow q)$ “ ein gültiges logisches Gesetz, „ $(A \vee B) \uparrow (A \Rightarrow B)$ “ hingegen kein gültiges Fregegesetz.
- 28 Z.B. ist „ $A \bowtie \neg A$ “ ein gültiges Fregegesetz und „ $p \succ \sim p$ “ ein gültiges logisches Gesetz.
- 29 Z.B. ist „ $A \nabla \neg A$ “ ein gültiges Fregegesetz und „ $p \vee \sim p$ “ ein ungültiges logisches Gesetz („ $p \vee \sim p$ “ behauptet ja u.a., dass es realmöglich ist, dass p und $\sim p$ zusammen vorliegen).
- 30 Ich bezeichne die fregeschen „Schlusschemata“ analog den echten Schlusschemata: wenn Γ_1 ein zweistelliges Gedankengefüge $A \oplus B$ ist, dann bezeichnet „ Γ_1/α “ den Pseudoschluss von Γ_1 und A , „ Γ_1/β “ bezeichnet den „Schluss“ von Γ_1 und $\neg A$, „ Γ_1/γ “ den „Schluss“ von Γ_1 und B , „ Γ_1/δ “ schließlich den „Schluss“ von Γ_1 und $\neg B$.
- 31 Hier wird das Gedankengefüge \blacktriangle schon einer unzulässigen Umdeutung unterzogen; das Gedankengefüge $A \nabla B$ darf umgangssprachlich nur durch „es ist falsch, dass A und B beide falsch sind“ ausgedrückt werden – so wie Frege es definiert hat.
- 32 Auch hier gibt er dem Gedankengefüge ohne Begründung eine falsche logische Deutung; wir dürfen $A \Rightarrow B$ aber nur in der *definierten* Bedeutung „es ist falsch, dass A wahr und B falsch ist“ auffassen.
- 33 **WESSEL**, Logik, S. 142. – Bei allen etwaigen Unterschieden zwischen der Bedeutung des umgangssprachlichen *Wenn-dann* und der „materialen Implikation“ \blacklozenge besitze letztere „at least the most important feature of ordinary ‚if-then‘ statements: a true material implication rules out completely the possibility of the antecedent’s being true but the consequent false.“ (**RESCHER, N.**: Introduction to Logic, 180; siehe auch **EVERETT J. NELSON**, Intensional Relations, Mind, 1930, S.449f). **SANFORD**: Ein wahres Gedankengefüge \blacklozenge („Philonian conditional“) „never has a true if-clause and a false main clause, and a valid argument never has true premises and a false conclusion.“ (If P then Q, S. 20)
- 34 **RUSSELL/WHITEHEAD**, PM, Vorwort und Einleitung, S. 15. **RUSSELL/WHITEHEAD** verwenden statt \neg , ∇ , \Rightarrow und A, B, C die Zeichen \sim , \vee , \supset und p, q, r .
- 35 **B. RUSSELL**, Einführung in die mathematische Philosophie, S. 166
- 36 Einführung in die mathematische Philosophie, S. 169. – „Nicht- A oder B “ müsste korrekt durch „nicht(A und nicht B)“ ersetzt werden, um eine Verwechslung des „wahrheitsfunktionalen“ Gedankengefüges \blacktriangle der Logistiker mit dem nicht-„wahrheitsfunktionalen“ Oder-Enthymem $A \vee B$ auszuschließen.
- 37 Einführung in die mathematische Philosophie, S. 172
- 38 Logical Studies, 1957, S. 187
- 39 Auch die angeblichen Schlusschemata **FREGES**, bei welchen von wahrheitswertdefiniten Aussagen auf die Wahrheit eines Gedankengefüges „geschlossen“ wird, haben diesen Trugschlusscharakter: von der vorgegebenen Wahrheit der beiden Aussagen A und B , wird auf ein Gedankengefüge $A \oplus B$ „geschlossen“, etwa „ A ist wahr; B ist wahr; also ist (A und B) wahr“ (Gef 76 [39]) oder „ A ist falsch; B ist falsch; also ist (weder A noch B) wahr“ (Gef 78 [41]); die „Konklusion“ wiederholt hier nur tautologisch, was in den Prämissen schon gesagt wird (die Tautologie im Sinne der traditionellen Logik ist ein Sonderfall der *Petitio Principii*). – Wäre **FREGES** Argumentation richtig, dann würde es sich auch bei „ A ist falsch, also ist $A \Rightarrow B$ wahr“, bei „ B ist wahr, also ist $A \Rightarrow B$ wahr“ und bei „ A ist wahr, also ist $A \nabla B$ wahr“ um Schlusschemata handeln; hier wiederholt die „Konklusion“, das, was in der „Prämisse“ schon vorausgesetzt und behauptet wird, mit Informationsverschleierung.
- 40 **B. RUSSELL**, Einführung in die mathematische Philosophie, S. 169f
- 41 Das ist natürlich nicht nur kein umständliches, sondern überhaupt kein Erschließen!
- 42 Sprache und Logik, S. 24, Fn.10; vgl. **WESSEL**, Logik, 146f. Es darf nicht übersehen werden, dass auch dann, wenn $A \Rightarrow B$ mit A behauptet wird, das B schon zirkulär vorausgesetzt wird – das Schema \blacklozenge/α also überhaupt nicht angewendet werden kann.
- Sehr klar hat **W.E. JOHNSON** (Logic, Part I, zit. **V. WRIGHT**, Logical Studies, S. 171) den Trugschlusscharakter des Schemas „Wenn $A \Rightarrow B$ und A , dann B “ erkannt: „From the affirmation of A in combination with the material implication of B by A we may validly infer B . But if the material implication of B by A has been inferred from the denial of A , then we can not use this material implication for drawing inferences in conjunction with the affirmation of A without committing a contradiction. Thus the denial of A cannot be legitimately used for inferring any arbitrary proposition from A . From the affirmation of B again we may also validly infer that A materially implies B . But if the material implication of B by A has been inferred from the affirmation of B , then we cannot use this material implication in conjunction with the affirmation of A to infer B without circularity. Thus the affirmation of B cannot be legitimately used for inferring B from any arbitrary proposition. „The solution of the paradox, **JOHNSON** says, „is therefore found in the consideration that though we may correctly infer an implicative from the denial of its implicans, or from the affirmation of its implicate ..., yet the implicative ... so reached cannot be applied for purposes of further inference without committing the logical fallacy either of contradiction or of circularity.“ So und nicht anders ist es; dieses angeblichen Schluss-schemata sind Schemata des widersprüchlichen oder zirkulären Schein-Schließens.
- 43 Einführung in die mathematische Philosophie, S. 169f
- 44 Vgl den Abschnitt „2.2.8. Die relevanzlogistischen Versuche, die Paradoxa der Missdeutung der Gedankengefüge durch die Erweiterung des SFG zu beseitigen, S.131

- 45 **G.PATZIG** schreibt, das „Schlusschema“ „Wenn $A \Rightarrow B$ und A , dann B “ könne nur dann angewendet werden, wenn „ $A \Rightarrow B$ “ „logisch wahr“, d.h. ein Fregegesetz sei (Sprache und Logik, S. 24, Fn.10); die „Wahrheitsfunktion“ **C** wird durch diesen Vorschlag durch die „strikte Implikation“ ersetzt.
- 46 Vgl. Abschnitt 2.2.8.1. Die „strikte Implikation“, S.132
- 47 Die Geltung dieser *bedingungslogischen* Beziehung – tatsächlich handelt es sich nicht um eine Implikation **C**, sondern um eine \mathbb{E} -Beziehung – kann nicht, wie **RUSSEL** willkürlich unterstellt, schon dadurch begründet werden, dass $(C \Rightarrow \neg D) \Rightarrow (D \Rightarrow \neg C)$ ein Fregegesetz (eine „Tautologie“) ist.
- 48 Das Bezugsgesetz dieses Schlusses ist nicht das Gedankengefüge **B**, sondern ein \mathbb{E} -Gesetz des SFG: diesem Gesetz kann dann eine konkrete (informationsverschleiende) Gedankengefüge-Aussage über zwei konkreten Aussagen wie z.B. „Frege ist in Wismar geboren“ (abgekürzt **F**) und „Russell ist in London geboren“ (abgekürzt **R**) subsumiert werden.
- SFG-Gesetz als Bezugsgesetz: $(C \Rightarrow \sim D) \leftrightarrow (D \Rightarrow \sim C)$
- Gedankengefügeaussage als Subsumtionsprämisse: **F** \Rightarrow \neg **R**: Es ist falsch, dass **F** wahr ist und \neg **R** falsch ist
- Konklusion: nach dem Schlusschema \mathbb{E}/α gilt notwendig: **R** \Rightarrow \neg **F** – es ist falsch, dass **R** wahr und \neg **F** falsch ist.
- In *diesem* Falle eines echten Schlusses müssen wir, um das *Bezugsgesetz* behaupten zu können, nicht schon wissen, wo **FREGE** und **RUSSELL** geboren sind. Die Richtigkeit der *Subsumtionsprämisse* – eine Gedankengefügeaussage – ist hingegen „wahrheitsfunktional“.
- Alle Gesetze des SFG, wie sie in der Tabelle in Anmerkung 20, S. 148 können Bezugsgesetz eines Schlusses sein; die Erkenntnis der Richtigkeit all dieser Gesetze des SFG setzt nicht die Kenntnis der Wahrheitswerte von Aussagen voraus; diese Gesetze des SFG sind keine „Wahrheitsfunktionen“, sondern *spezielle* bedingungslogische Gesetze, die Bezugsgesetze echter, nicht-zirkulärer Schlüsse sein können.
- 49 The Runabout Inference-Ticket, in: **IRVING M. COPI/ JAMES A. GOULD** (Eds.): Readings on Logic, Second Edition, The Macmillan Company, New York, Collier-Macmillan Limited, London, S.217-218; zuerst in Analysis, Vol.21, No.2 (December, 1960, pp. 39-39
- 50 Nur für $A \supset B$, für $A \& B$ und für $A \neq B$ gilt die Regel 2; es sind durchweg zirkuläre Tautologien: Wenn von den Aussagen A und B jedenfalls B wahr ist, dann ist B wahr; Wenn A und B wahr sind, ist B wahr; Wenn A falsch und B wahr ist, dann ist B wahr.
- 51 **STEVENSON, JOHN T.** hat die Unzulässigkeit des „tonk“-Gedankengefüges erkannt; die Regel (1) müsse als „ A ist wahr, also ist $A \not\perp B$ wahr“, die Regel (2) als „ $(A \supset B)$ ist wahr, also ist B wahr“ formuliert werden; es sei widersprüchlich, wenn **PRIOR** beide Regeln kombiniere. Dass aber beide „Schlusschemata“ für sich jeweils zirkulär und damit unzulässig sind (wie das „Schlusschema“ „aus $A \& B$ folgt B “) übersieht auch **STEVENSON**; die Unzulänglichkeit der priorschen Kritik spricht seiner Meinung nach für die fregesche Auffassung (Roundabout the Runabout Inference-Ticket, in: **IRVING M. COPI/ JAMES A. GOULD** (Eds.): Readings on Logic, Second Edition, The Macmillan Company, New York, Collier-Macmillan Limited, London, S.219-222; zuerst in Analysis, Vol.21, 1961, pp.124-128).
- 52 **G.PATZIG**: Sprache und Logik, S. 24
- 53 **BOCHEŃSKI/MENNE**: Grundriss der Logistik, S. 27
- 54 **GEORG HENRIK VON WRIGHT**, Truth, Knowledge and Modalities, Philosophical Papers, Vol.III; Oxford 1984. S. 27
- 55 **CARNAP**, Symbolische Logik, S. 7
- 56 **STRAWSON**, Introduction to Logical theory, S. 78
- 57 **HILBERT/ACKERMANN**, S.3
- 58 **FREGES** Argumentation folgt hier dem Trugschlussschema der Ignoratio elenchi: die zu beweisende Behauptung wird unter der Hand durch eine andere, irrelevante ersetzt.
- 59 **FREGE** argumentiert nach dem Schema der Petitio principii: der Beweis setzt als gültig voraus, was erst bewiesen werden muss.
- 60 Dasselbe Argument bemüht **THOMAS, JAMES** (In Defense of ‚ \supset ‘. The Journal of Philosophy, 87, 1990, S. 57-70): man müsse scharf unterscheiden zwischen what one asserts in asserting a conditional and the reasons one might have for asserting it. (S. 55, Fn.3).
- 61 Vgl. unten Abschnitt „2.2.5. Das gricesche Argument“, S. 118
- 62 **K. DÖHMANN**, Die sprachliche Darstellung logischer Funktoren, in: **A.MENNE/ G.FREY** (Hg.): Logik und Sprache, Bern 1974. S. 28-56; statt $A, B, \&$ und \neg verwendet **DÖHMANN** die Zeichen p, q, \cdot und \sim .
- 63 ebd. S. 52

- 64 ebd. S. 32
- 65 ebd. S. 39
- 66 ebd. S. 52
- 67 If P then Q, S. 55f
- 68 **S.HAACKS**, *Philosophy of Logics*, S. 35 (s. **STRAWSON**, *Introduction to Logical Theory*, S. 78). Statt der Zeichen \sim , $\&$, ∇ und \Rightarrow verwendet **HAACK** die Zeichen \neg , $\&$, \vee und \rightarrow . – In gleicher Weise äußern sich **HILBERT/BERNAYS**: *Grundlagen der Mathematik I*. S. 47, Fn. 1; **H. LENK**, *Kritik der logischen Konstanten*, S. 510.
- 69 Die sprachliche Darstellung logischer Funktoren, S. 56
- 70 Pathetisch spricht **FREGE** von den „Fesseln der Sprache“ (Log II 61) und den „Fallstricken ...“, die von der Sprache dem Denken gelegt werden.“ (Vern 62 [150]) „Die logischen Verhältnisse werden durch die Sprachen fast immer nur angedeutet, dem Raten überlassen, nicht eigentliche ausgedrückt.“ (WBB 109 [51]); das Folgern werde umgangssprachlich in mehrdeutigen, vielfältigen, losen und dehnbaren Formen ausgedrückt (WBB 108 [50]). Diese Herabsetzungen sind durchweg pauschale, nur versichernde und sachlich unbegründete Bewertungen, die sich auf keinerlei qualifizierte Analysen der umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel stützen.
- 71 Diese undurchdachte, vordergründige, auf jede Begründung verzichtende pauschale Diffamierung des logischen Werts der Umgangssprache ist zu einem zentralen Dogma der „modernen Logik“ geworden.
- 72 „Es kann nicht Aufgabe des Logikers sein, der Sprache nachzugehen und zu ermitteln, was in den sprachlichen Ausdrücken liege. Jemand, der aus der Sprache Logik lernen will, ist wie ein Erwachsener, der von einem Kinde denken lernen will. Als die Menschen die Sprache bildeten, befanden sie sich in einem Zustande des kindlichen, bildhaften Denkens.“ (BFH 41) Es müsse „der Wissenschaft erlaubt sein, ihren eigenen Sprachgebrauch zu haben“, und sie könne „sich der Sprache des Lebens nicht immer unterwerfen.“ (Gef 83 [45]) Der Logiker dürfe seine „Kunstausrücke ... prägen, unbekümmert darum, ob in der Sprache des Lebens die Wörter immer genau so gebraucht werden.“ (Log II 51) „Keinen Vorwurf braucht der Logiker weniger zu scheuen, als dass seine Aufstellungen dem natürlichen Denken nicht angemessen seien.“ (Log II 65) Angesichts der Tatsache, dass alle theoretischen, wissenschaftlichen Leistungen bis heute unabhängig von jeder theoretischen Logik mit Hilfe der umgangssprachlichen logischen Ausdrucksmittel erbracht werden, sind diese Behauptungen nicht nachvollziehbar.
- 73 Es ist dann konsequent, wenn **R.CARNAP** behauptet, was Logik sei, sei Angelegenheit einer willkürlichen und beliebigen Festsetzung: „Jeder mag seine Logik, d.h. seine Sprachform aufbauen, wie er will.“ **R.CARNAP**: *Die logische Syntax der Sprache*, Wien 1934, S. 45
- Auch wenn man, wie **PIRMIN STEKELER-WEITHOFER**, in den fregeschen Neuerungen nur ein begrenzt relevantes, perspektivisch einseitiges, austauschbares und „frei wählbares“ „Modell“, ein „Logik-Bild“ neben anderen sehen will, das nicht dogmatisch „als allgemeines ‚Kriterium‘ zur Unterscheidung ‚richtiger‘ von ‚falschen‘ oder ‚genauer‘ von ‚ungenauen‘ Ausdrucksweisen dienen“ kann (Grundprobleme der Logik. Elemente einer Kritik der formalen Vernunft. Berlin/New York: de Gruyter, 1986, S. 141f), wird der Gegenstand der Logik der Beliebigkeit anheim gestellt, bevor nicht im Einzelnen dargelegt wird, in welcher Weise der Gehalt umgangssprachlicher logischer Ausdrucksmittel in das „Modell“ eingefügt wird. Kann „die neue ‚Sichtweise‘ der fregeschen Logik“ tatsächlich „den internen Sinn vieler mathematischer Beweise und die Funktionsweise logischer Abstraktionen und Gegenstandskonstitutionen“ erhellen, wie **STEKELER-WEITHOFER** mutmaßt (S.159)? Mit den Gedankengefügen lassen sich auch in der Mathematik nur schon vorausgesetzte Wahrheitswerte von Aussagen bestenfalls tautologisch wiederkäuen – die Gedankengefüge sind in der Mathematik nicht weniger nutzlos wie allen anderen Bereichen des Erkennens. **STEKELER-WEITHOFER** zufolge lässt sich „die ‚Angemessenheit‘ eines Logikbildes gewissermaßen nur indirekt beurteilen...: Wir müssen ‚sehen‘, was uns ein Vergleich zwischen Logik-Bild und faktischem Sprachgebrauch ‚zeigt‘, bzw. wozu eine Orientierung an dem Bild, etwa bei ‚Sprachnormierungen‘, dienlich sein kann.“ (ebd.183) Auf eben diesen Vergleich wird im Rahmen der modernen Logik verzichtet; dieser Vergleich wird dadurch verunmöglicht, dass die tatsächlichen Bedeutungen der Gedankengefüge, wie sie aus den Definitionen **FREGES** resultieren, stets *von vorneherein* mit ihrer nachträglichen logischen Missdeutung konfundiert werden. Orientieren wir uns an der tatsächlichen Bedeutung der Gedankengefüge, dann „sehen“ wir, dass diese allenfalls zu einer tautologischen oder informationsverschleiernenden Mystifikation vorausgesetzten Fürwahrhaltens „dienlich“ sind.
- 74 „Das ‚wenn-so‘ der gewöhnlichen Sprache hat einen schwierig zu erfassenden und kaum eindeutigen Sinn.“ (**HILBERT/ACKERMANN**, *Grundzüge der theoretischen Logik*, S.5). Es sei zu „vermuten, dass man die Hoffnung fahren lassen muss, die logischen Formen seien unschwer von der Verkehrssprache ausgehend in den Griff zu bekommen. Die logischen Strukturen der Verkehrssprache können wohl nur von einem logischen System aus erkannt werden, das nicht aus der Verkehrssprache entwickelt ist, sondern an die Verkehrssprache gleichsam von außen herangetragen wird.“ (**G.PATZIG**, *Sprache und Logik*, S.36) „Es verdient bemerkt zu werden, dass die Wenn-so-Aussagen im natürlichen Sprachgebrauch ungemein empfindlich sind. Sie sind so empfindlich, dass es aussichtslos ist, diese Empfindlichkeit nachkonstruieren zu wollen.“ (**HEINRICH SCHOLZ**, *Logik, Grammatik, Metaphysik*, in: **A.MENNE/G.FREY** (Hg.): *Logik und Sprache*, Bern 1974. S.208)
- 75 Dies gilt natürlich nicht für die logische Missdeutung der **●**- und **▲**-Äußerungen! Der Ausdruck „Es ist falsch, dass es wahr ist, dass Güterzüge langsamer fahren als Personenzüge und es falsch ist, dass Panther schneller laufen als Dackel“ ist trotz seiner Al-

- berheit sinnvoll und richtig, während der Ausdruck „Wenn Güterzüge langsamer fahren als Personenzüge, dann laufen Panther schneller als Dackel“ absurd ist.
- 76 Der entscheidende Fehler dieses Argument ist wie schon bei **FREGE**, dass mit der trotz Informationsverschleierung logischen Korrektheit der nicht-missdeuteten Gedankengefüge die Zulässigkeit der nachträglichen logischen Missdeutung der Gedankengefüge gerechtfertigt wird.
- 77 *Studies in the Way of Words*, S. 22. – **GRICE** erörtert nur den Zusammenhang des problematischen Konditionals und des Oder-Enthymems mit Gedankengefügen; die wichtige Tatsache, dass die Partikeln *Wenn* und *Oder* neben den Enthymemen ($Wenn_2$ und $Oder_2$) auch bedingungslogische Gesetzeszusammenhänge ($Wenn_1$ und $Oder_1$, also die bedingungslogischen Formen \mathbb{C} und \mathbb{A}) ausdrücken, findet in seinem Rechtfertigungsversuch keine Berücksichtigung: dadurch ist dieser Versuch von vorneherein ein aussichtsloses Unterfangen, setzen diese Enthymeme doch diese logischen Relationen \mathbb{C} und \mathbb{A} voraus.
- 78 *Studies in the Way of Words*, S. 45
- 79 *Studies in the Way of Words*, S. 59
- 80 Vgl. **SANFORD**, *If P, then Q*, S. 60
- 81 *Studies in the Way of Words*, S. 8
- 82 Vgl. **HANSON, WILLIAM H.**, Indicative conditionals are Truth-Functional, in: *Mind*, 100, 1991, 53-72, S. 55; **S.HAACK**, S. 36; **EDGINGTON DOROTHY**, Do Conditionals Have Truth-Conditions? in: *Conditionals*, Editor: **F. JACKSON**, S. 180
- 83 **S.HAACK**, *Philosophy of Logics*, S. 36
- 84 *Studies in the Way of Words*, S. 58, 61f, 77f, 84.
- 85 „Conversational principles would not allow the word *or* to be used in normal circumstances without at least an implicature of the existence of non-truth-functional grounds...“ (*Studies in the Way of Words*, S. 47)
- 86 *Studies in the Way of Words*, S. 76f
- 87 *Studies in the Way of Words*, S. 78, 49.
- 88 Dass Konditionale im Gegensatz zum Gedankengefüge \mathbb{C} sich auf implizite Gesetzmäßigkeiten stützen, wird in der logistischen Literatur öfters angesprochen; es gebe einen Bezug auf „some set of laws and true statements“, der aber schwierig zu bestimmen sei, konstatiert **NUTE** i.A.a. **CHISHOLM, GOODMAN, SELLARS, RESCHER** u.a. Einen Bezug auf „the set of *all* physical laws and the set of *all* true propositions contenable with“ **A**, fordert **GOODMAN**; **NUTE** selbst spricht von einer nicht näher bestimmten „physical or causal connection“ (*Conditional Logic*, S.392ff) Es wird auf notwendige „background assumptions“, die „various conditions“ genügen müssten, verwiesen; es würden gewöhnlich some scientific laws dazugezählt; aber es bestünden große Schwierigkeiten in specifying other conditions (**SANFORD**, S.80). **B** folge aus **A** „together with certain facts and laws.“ (ebd. 81) **QUINE** verweist auf „kausale Verknüpfungen oder ähnliche Beziehungen zwischen den Sachverhalten..., von denen Vorder- und Hinterglied des Konditionals handeln“; er verneint die Möglichkeit, dass diese Voraussetzungen je präzise rekonstruiert werden könnten (*Grundzüge der Logik*, S.41). Die Anwendung des so genannten Ramsey-Tests erfordert, dass man das problematische antecedent mit seinem ganzen Wissensbestand (stock of beliefs) verbinde, dann erforderliche „Anpassungen“ vollziehe, damit auch weiterhin die Kohärenz des Wissens gesichert sei; unter diesen Bedingungen könne geprüft werden, ob das consequent wahr sei (**PENDLEBURY**, S.60, **SANFORD**, S.88). In einem Überblick über die Versuch, im Rahmen des fregeschen Logikentwurfs den Konditionalen gerecht zu werden, schreibt **MATES**, vielen Autoren zufolge müsste, damit entsprechend eines Konditionals $A \Rightarrow B$ die Aussage **B** als logische Folge von **A** angesehen werden könne, die Aussage **A** durch „background assumptions“, gewöhnlich „some scientific laws“, die „various conditions“ genügen, ergänzt werden; es bestünden aber große Schwierigkeiten in specifying other conditions (**MATES, B.**: Review of Walters, 1967, *Journal of Symbolic Logic*, vol. 35, S. 303f, zit. **SANFORD**, S.79f). All dies ist richtig, aber noch viel zu global, zu vage und zu ungenau: um ein Enthymem $A \Rightarrow B$, $A \Rightarrow B$ oder $A \Rightarrow B$ zu behaupten, ist nicht der Bezug auf *irgendwelche*, oder gar auf *alle* Gesetze und Aussagen usw., auf irgendwelche nicht genau bestimmbar Ahnungen notwendig, sondern auf ein *wohlbestimmtes* Gesetz, dass einen notwendigen Zusammenhang zwischen den wohlbestimmten Ereignisklassen E_A und E_B aufzeigt. Nur wenn sich dieses bestimmte Gesetz eindeutig rekonstruieren lässt, ist das entsprechende Enthymem korrekt.
- 89 Das Gedankengefüge \mathbb{C} ist eindeutig allerdings nur, wenn es nicht der logischen Missdeutung unterzogen wird, wenn es also *nicht* als Präzisierung von Implikation oder Konditional ausgegeben wird.
- 90 Bei **DAVID LEWIS** „Wenn Cäsar im Koreakrieg Befehlshaber gewesen wäre, hätte er Atomwaffen/Wurfmaschinen eingesetzt“ (*Counterfactual Dependence and Time’s Arrow*, S.48)
- 91 Wort und Gegenstand, S.383. **QUINE** versetzt Cäsar in die heutige Zeit.
- 92 **SANFORD**, S.82
- 93 **SANFORD**, S.82f; **WALETZKI**, S.37; **QUINE**, *Grundzüge der Logik*, S.41

- 94 Auch die von **WALETZKI** vorgeschlagene Abwandlung des Konditionals ist richtig: „Wenn Verdi ein Landsmann Bizets gewesen wäre {der ein Franzose war}, wäre er Franzose gewesen“ — „Wenn Bizet ein Landsmann Verdis gewesen wäre {der ein Italiener war}, wäre er Italiener gewesen“. (Vgl. S.65f)
- 95 The Contrary-to-Fact Conditional, *Mind*, 55, 1946, S. 289-307, hier S. 298
- 96 Fact, Fiction and Forecast, S.18
- 97 Ein anderes gleichermaßen irreführendes Beispiel stammt von **O'CONNOR** (The Analysis of Conditional Sentences, S. 348): Hans hat mehrere Hunde, die zufällig alle schwarz sind; wenn ich nun kontrafaktisch unterstelle, dass der weiße Spitz Senta dem Hans gehören würde, dann folgt nicht, dass Senta schwarz wäre, sondern dass Hans nicht nur schwarze Hunde besäße; wenn ich aber kontrafaktisch unterstelle, dass Senta einer der schwarzen Hunde (und nicht der weiße Spitz) wäre, muss ich dies ausdrücklich sagen: „Wenn Senta einer der Hunde von Hans wäre, wäre sie ein schwarzer Hund (und nicht der weiße Spitz, der sie ist)“. — **CHISHOLM** (S.304) meint zu Unrecht, dem feststellenden Allsatz „Alle Männer, die heute Vormittag auf dieser Bank gesessen haben, sind Iren“ müsse das Konditional „Wenn der deutsche Michel auf der Bank gesessen hätte. wäre er ein Ire“ entsprechen. Richtig sind jedoch nur die Konditionale „Wenn der deutsche Michel (als derjenige, der er ist) auf der Bank gesessen hätte, wären nicht nur Iren auf der Bank gesessen“ oder auch „Wenn der deutsche Michel einer der Männer auf der Bank gewesen wäre (und nicht derjenige, der er tatsächlich ist), dann wäre er ein Ire (und nicht der deutsche Michel)“. — Ebenso falsch ist es zu glauben, dem Feststellungsallsatz „Alle Bücher auf diesem Schreibtisch sind deutsch“ entspreche das Konditional „Läge das Buch ‚Principia Mathematica‘ auf dem Schreibtisch, wäre es deutsch“ (**BURKS**, S.374). Richtig ist im Hinblick auf den Allsatz „Läge das Buch ‚Principia Mathematica‘ auf dem Schreibtisch, lägen dort nicht nur deutsche Bücher“ und „Wäre das Buch ‚Principia Mathematica‘ eines der Bücher auf dem Schreibtisch (und nicht das Buch, das es ist), dann wäre es deutsch (und nicht das englische Buch, das es ist)“.
- 98 **O'CONNOR**, S. 355, 361
- 99 **VON WRIGHT**, On Conditionals, S.161
- 100 **NUTE**, Conditional Logic, S. 394
- 101 Hier ist auch einzuwenden, dass man normalerweise von einer toten Person, die an einer Wahl gar nicht teilnehmen kann, nicht sagen kann, sie habe die Wahl verloren.
- 102 **NUTE**, Topics in Conditional Logic, S. 17; vgl. **H.WESSEL**, Logik, S.295; **WESSEL** hat den Fehler in diesem Argument richtig gesehen.
- 103 Kausalität, S.113f; auch **POSCH**, Zur Problemlage beim Kausalitätsproblem, S. 20
- 104 **BURKS, ARTHUR W.** The Logic of Causal Propositions, in: *Mind* 60, 1951, S.363–382, S.370. Die Beziehung $(A \supset B \ \& \ B \supset C) \rightarrow (A \supset C)$ wird bei **BURKS** durch den Ausdruck „ $p \ s \ q \cdot q \ c \ r : \Rightarrow \cdot p \ s \ r$ “ dargestellt.
- 105 Die Autoren halten das problematische Konditional für eine defekte, unvollständige „Wahrheitsfunktion“, die bei $w(A) \sim w(B)$ wahr, bei $w(A) \sim f(B)$ falsch, bei $f(A) \sim w(B)$ und bei $f(A) \sim f(B)$ aber unbestimmt sei (The Development of Logic, S.136).
- 106 Conditionals, Impossibilities and Material Implications. S.90
- 107 The Logic of Causal Propositions, S.369.
- 108 The Development of Logic. S.136
- 109 Introduction, S.3
- 110 Conditionals, Impossibilities and Material Implications, S.92; vgl. auch **FRANK JACKSON**, Introduction, S.3.
- 111 **CLARK MICHAEL** (Ifs and Hooks, in: *Analysis*, 32.2, 1971, S.33-39, hier 34f; vgl auch **BAKER**, ‚If‘ and ‚ \supset ‘, in: *Mind* 76, S.437-438) stellt den „Conditional Proof“ wie folgt dar: Man könne generell sagen „if p , q entail r , then p entails, that if q then r “. Da es unstrittig sei, dass bei $A \supset B$ gelte: A entails B , gelte, wegen des Prinzips „if p , q entails r , then p entails, that if q then r “, auch: $A \supset B$ entails if A then B (35). — Bei **CLARK** statt der Zeichen \Rightarrow , A , B die Zeichen \supset , p , q .
- In der Darstellung **LEO SIMONS'** (Intuition and Implication, *Mind*, 74, 1965, S. 79-83, hier S. 80) lautet der „Conditional Proof“: aus „ p , q , therefore r “ folge „ p , therefore, if q , then r “. Als Sonderfall gelte dann, dass aus „not both p and not q , but p , therefore q “ folge „not both p and not q , therefore if p then q “.
- J.A. FARIS** (Truth-Tables and Implication, in: **IRVING M. COPI/ JAMES A GOULD** (Eds.): *Readings on Logic*, Second Edition, The Macmillan Company, New York, Collier-Macmillan Limited, London, S.223-228; Auszug aus: **FARIS, J.A.**: *Truth-Functional Logic*. New York 1962 (Dover Publications Inc.)) argumentiert folgendermaßen: Falls *Wenn A, dann B* gelte, genau dann müsse es irgendeine Menge von Sätzen geben, mit denen zusammen aus A die Aussage B ableitbar sei; diese Bedingung würde von $A \supset B$ erfüllt: denn B sei aus A zusammen mit $A \supset B$ herleitbar; wenn $A \supset B$ wahr sei, dann sei auch (Wenn A , dann B) wahr, denn dann könne aus A zusammen mit anderen Aussagen (nämlich gerade $A \supset B$), die Aussage B gefolgert werden. — Bei **FARIS** statt \Rightarrow das Zeichen \supset .

Der „Conditional Proof“ bei **HANSON WILLIAM H.** (Indicative conditionals are Truth-Functional, Mind, 100, 1991, S. 53-72, S. 53f): Da bei $\neg(A \& \neg B) \equiv A \Rightarrow B$ und A die zusätzliche Annahme $\neg B$ zum Widerspruch $\neg(A \& \neg B) \& (A \& \neg B)$ führe, gelte bei $\neg(A \& \neg B)$ und A notwendig B; dann aber könne bei $\neg(A \& \neg B)$ aus A das B „gefolgert“ werden, es gelte demnach *Wenn A, dann B*. Wer die Äquivalenz von $A \Rightarrow B$ und *Wenn A, dann B* leugne, müsse erst einmal diese „Ableitung“, den „Conditional Proof“ widerlegen.

PAUL GRICE (Studies in the Way of Words, S. 84f) stellt den „Conditional Proof“ folgendermaßen dar:

$\neg(A \& \neg B)$ ist wahr;
dann ist wenigstens eines von $\neg A$ und B wahr; daraus folgt:
wenn nicht-A falsch ist, dann ist B wahr; wegen der Äquivalenz von *Falsch(nicht-A)* und *Wahr(A)* folgt
Wenn A wahr ist, dann ist B wahr; das führe notwendig auf das Konditional
„Wenn A, B“. – Bei **GRICE** statt \Rightarrow das Zeichen \supset .

- 112 Dies wird in den Darstellungen des „Conditional Proof“ stets sorgfältig beachtet.
- 113 **HOYNINGEN-HUENE** nennt das logisch irrelevante Fregegesetz $[(A \& B) \Rightarrow C] \Leftrightarrow [A \Rightarrow (B \Rightarrow C)]$, das doch nur besagt, dass es falsch ist, dass es zugleich wahr und falsch ist, dass A und B wahr und C falsch ist, „Deduktionsäquivalenz“ oder „Deduktionstheorem“; er verwechselt dieses Fregegesetz mit dem (ungültigen!) logischen Gesetz: $[(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ (Formale Logik, S. 140f)
- 114 Es lässt sich jetzt rekonstruieren, welche mannigfachen bedingungslogischen Totalrelationen durch den Ausdruck „ $(p \wedge q) \rightarrow r$ “ dargestellt werden:
1. $R1 = [p, q, r \in \mathbb{V}]$: bei p impliziert q das r, d.h. p und q implizieren zusammen r; alleine impliziert weder p noch q das r (ob p bzw. q auch mit anderen Ereignissen das r impliziert, ist ungewiss); es gibt noch andere hinreichende Bedingungen für r (bei denen p und q nicht vorliegen müssen).
 2. $R2 = [p, q, r \in \mathbb{B}]$: p und q zusammen implizieren r; es gibt noch andere hinreichende Bedingungen für r; wenn p ohne q vorliegt, kann r vorliegen; wenn jedoch p nicht vorliegt, dann ist q notwendig, damit r vorliegt. — p und q sind zusammen nicht-einzige hinreichende Bedingung für r; liegt p nicht vor, dann ist q notwendige Bedingung für r.
 3. $R3 = [p, q, r \in \mathbb{C}]$: bei p wie bei $\sim p$ impliziert q das r; q impliziert r also unabhängig davon ob p vorliegt oder nicht (ohne Berücksichtigung von p gilt $q \rightarrow r$). q ist nicht die einzige hinreichende Bedingung von r.
 4. $R4 = [p, q, r \in \mathbb{E}]$: p und q zusammen sind nicht-einzige hinreichende Bedingung von r; bei p ohne q kann r vorliegen (Möglichkeit \mathcal{K}); ohne p ist q notwendige und hinreichende Bedingung von r.
 5. $R5 = [p, q, r \in \mathbb{D}]$: p und q zusammen sind nicht-einzige hinreichende Bedingung von r; bei p ohne q ist r möglich (\mathcal{K}); bei $\sim p$ sind q und r unverträglich (q ohne p verhindert das Vorliegen von r).
 6. $R6 = [p, q, r \in \mathbb{F}]$: p und q zusammen sind nicht-einzige hinreichende Bedingung von r; bei p ohne q ist r möglich (\mathcal{K}); q kommt nur mit p zusammen vor (p ist notwendige Bedingung von q — ohne Berücksichtigung von r gilt $p \leftarrow q$).
 7. $R7 = [p, q, r \in \mathbb{E}]$: p und q zusammen sind nicht-einzige hinreichende Bedingung von r; bei p ohne q ist r möglich (\mathcal{K}), aber ohne p ist r nicht möglich, d.h. p ist notwendige Bedingung von r (ohne Berücksichtigung von q gilt $p \leftarrow r$). p ist auch notwendige Bedingung von r (ohne Berücksichtigung von q gilt $p \leftarrow r$).
 8. $R8 = [p, q, r \in \mathbb{X}]$: p ist notwendige Bedingung von q und notwendige Bedingung von r (ohne Berücksichtigung von q gilt $p \leftarrow r$, und ohne Berücksichtigung von r gilt $p \leftarrow q$; q ist hinreichende Bedingung von r (ohne Berücksichtigung von p gilt $q \rightarrow r$).
 9. $R9 = [p, q, r \in \mathbb{V}]$: bei p liegt r nur vor, wenn zugleich q vorliegt – nur mit q zusammen ist p hinreichende Bedingung von r; p kommt mit und ohne q vor, aber mit q ist p hinreichende Bedingung von r; bei q ohne p und ebenso bei q ohne p kann r vorliegen oder nicht vorliegen.
 10. $R10 = [p, q, r \in \mathbb{B}]$: p ist mit q hinreichende, q ist notwendige Bedingung für r.
 11. $R11 = [p, q, r \in \mathbb{C}]$: p ist nur mit q zusammen hinreichende Bedingung von r; q ist auch ohne p hinreichende Bedingung von r.
 12. $R12 = [p, q, r \in \mathbb{D}]$: nur mit q zusammen ist p hinreichende Bedingung von r; ohne p sind q und r unverträglich.
 13. $R13 = [p, q, r \in \mathbb{F}]$: p ist notwendige Bedingung von q (ohne Berücksichtigung von r gilt $p \leftarrow q$) und q ist hinreichende Bedingung von r (ohne Berücksichtigung von p gilt $q \rightarrow r$).
 14. $R14 = [p, q, r \in \mathbb{H}\mathbb{V}]$: bei p jedenfalls r, ob nun q oder $\sim q$, d.h. p ist unabhängig von q hinreichende Bedingung von r (ohne Berücksichtigung von q gilt $p \rightarrow r$).
 15. $R15 = [p, q, r \in \mathbb{H}\mathbb{B}]$: p ist unabhängig von q hinreichende Bedingung von r; ohne p ist q notwendige Bedingung von r.
 16. $R16 = [p, q, r \in \mathbb{H}\mathbb{C}]$: p ist unabhängig von q nicht-einzige hinreichende Bedingung von r; ohne p ist q hinreichende Bedingung von r.

17. $R17 = [p, q, r \text{ H}\mathbb{D}]$: p ist ohne und mit q hinreichende Bedingung von r; ohne p sind q und r unverträglich.
18. $R18 = [p, q, r \text{ H}\mathbb{F}]$: ohne Berücksichtigung von r gilt $p \leftarrow q$; ohne Berücksichtigung von p gilt $q \rightarrow r$; ohne Berücksichtigung von q gilt $p \rightarrow r$. D.h. p ist notwendige Bedingung von q und hinreichende Bedingung von r; q ist hinreichende Bedingung von r.
19. $R19 = [p, q, r \text{ K}\mathbb{V}]$: p ist hinreichende Bedingung für die nichtäquivalenten q und r.
20. $R20 = [p, q, r \text{ K}\mathbb{B}]$: p ist hinreichende Bedingung für die nichtäquivalenten q und r; q ist notwendige Bedingung für r.
21. $R21 = [p, q, r \text{ K}\mathbb{C}]$: p ist hinreichende Bedingung für die nicht-äquivalenten q und r; q ist hinreichende Bedingung für r.
22. $R22 = [p, q, r \text{ K}\mathbb{D}]$: p ist hinreichende Bedingung für die nicht-äquivalenten q und r; ohne p sind q und r unverträglich.
23. $R23 = [p, q, r \text{ K}\mathbb{F}]$: ohne Berücksichtigung von r gilt $p \leftrightarrow q$; ohne Berücksichtigung von p gilt $q \rightarrow r$; ohne Berücksichtigung von q gilt $p \rightarrow r$. D.h. p und q sind äquivalent und hinreichende Bedingung von r.

Der begriffsschriftliche Ausdruck „ $[(A \& B) \Rightarrow C]$ “, der doch nur besagt, dass es falsch ist, dass A und B wahr sind, C aber falsch ist, bringt diese logischen Zusammenhänge gewiss nicht zum Ausdruck!

- 115 Der ganze Zusammenhang lässt sich präziser fassen, wenn mehr als die drei Sachverhalts-/Ereignisklassen p, q, r berücksichtigt werden. Es müssen drei realemögliche Konstellationen unterschieden werden: (1) bei p gilt $q \rightarrow r$; (2) bei $\sim p$ gilt $q \rightarrow r$; in diesem Falle liegen Umstände bestimmter Art vor, die in ihrer Gesamtheit durch s bezeichnet werden sollen; (3) bei $\sim p$ gilt nicht $q \rightarrow r$. Die Sachverhalts-/Ereignisklasse q impliziert das r nur, wenn es entweder mit p oder mit s vorliegt; aber ob q ohne s und p möglich ist (ohne r zu implizieren), geht aus den Bestimmungen ebenso wenig hervor, wie der Umstand, ob es für r andere hinreichende Bedingungen gibt außer q mit p oder q mit s. Für $\sim s \sim \sim p$ gilt die zusätzliche Restriktion: $\sim(q \rightarrow r)$. Wir erhalten die folgende vierstellige logische Totalform:

Vorkommenskombination		
I	$s \sim p \sim q \sim r$	0
II	$s \sim p \sim q \sim \sim r$	0
III	$s \sim p \sim \sim q \sim r$	0
IV	$s \sim p \sim \sim q \sim \sim r$	0
V	$s \sim \sim p \sim q \sim r$	1
VI	$s \sim \sim p \sim q \sim \sim r$	0
VII	$s \sim \sim p \sim \sim q \sim r$	1
VIII	$s \sim \sim p \sim \sim q \sim \sim r$	1
IX	$\sim s \sim p \sim q \sim r$	1
X	$\sim s \sim p \sim q \sim \sim r$	0
XI	$\sim s \sim p \sim \sim q \sim r$	1
XII	$\sim s \sim p \sim \sim q \sim \sim r$	1
XIII	$\sim s \sim \sim p \sim q \sim r$	•
XIV	$\sim s \sim \sim p \sim q \sim \sim r$	•
XV	$\sim s \sim \sim p \sim \sim q \sim r$	•
XVI	$\sim s \sim \sim p \sim \sim q \sim \sim r$	1

- 116 Es gilt also nicht $[(A \Rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)] \equiv [(A \Rightarrow B), A, B \text{ CV}]$, wie im „Conditional Proof“ fälschlich unterstellt wird.

- 117 Diese Möglichkeit umfasst die Fälle, dass A falsch und B wahr ist, und dass beide Aussagen falsch sind.

- 118 Die Aussage „A impliziert B“ soll besagen, dass der Sachverhalt/das Ereignis e_A , dessen Vorliegen von A konstatiert wird, das Vorliegen des Sachverhalts/Ereignisses e_B , von dem die Aussage B spricht, impliziert.

- 119 Vgl. etwa **H.WEIDEMANN**, Modallogik II, Historisches Wörterbuch der Philosophie, Bd.6, Sp.23; **H.WESSEL**, Logik, S.142f; **CHARLES F. KIELKOPF**, The binary operation called ‚material implication‘ soberly understood, in: *Mind*, ..., S.338-347; **W.C.SALMON**, Logik, 80; **S.HAACK**, S.37; **BERKA/KREISER**, 154; **G.PATZIG**, Logistik, Fischer-Lexikon Philosophie, S.152; **HOYNINGEN-HUENE**, S. 117ff

- 120 Nach der Definition von \bullet sind für zwei Aussagen A und B die Gedankengefüge-Beauptungen $(A \Rightarrow B)$ und $(B \Rightarrow A)$ genau dann wahr, wenn A und B beide wahr oder beide falsch sind – Vorkommenskombination I ist realemöglich; es ist genau dann $(A \Rightarrow B)$ wahr und $(B \Rightarrow A)$ falsch, wenn A falsch und B wahr ist – Vorkommenskombination II ist realemöglich; es ist genau dann $(A \Rightarrow B)$

- falsch und $(B \Rightarrow A)$ wahr, wenn A falsch und B wahr ist (Vorkommenskombination III ist reallm\u00f6glich); $(A \Rightarrow B)$ und $(B \Rightarrow A)$ k\u00f6nnen beide nicht falsch sein, denn gilt $\neg(A \Rightarrow B) \equiv A \& \neg B$ ist $(B \Rightarrow A)$ wahr, und gilt $\neg(B \Rightarrow A) \equiv \neg A \& B$, ist $(A \Rightarrow B)$ wahr (Vorkommenskombination IV ist nicht-reallm\u00f6glich).
- 121 Schon dass das Gedankengef\u00fcge **C**, „materiale Implikation“ genannt wird, stellt eine logische Missdeutung, die falsche Vorspiegelung einer logischen Beziehung dar.
- 122 Nur die Gedankengef\u00fcge **K**, **M**, **L** und **X**, die die vorgegebenen Wahrheitswerte der Aussagen ohne Informationsverschleierung ausdr\u00fccken und die Gedankengef\u00fcge **F**, **G**, **H** und **I**, welche besagen, dass von zwei Aussagen jedenfalls eine wahr bzw. falsch ist, werden keiner logischen Missdeutung unterzogen.
- 123 **S.HAACK**, S. 198ff; **H.WESSEL**, S. 140ff; **JOHN P. CLEAVE**, An Account of Entailment Based on Classical Semantics, Analysis 34 (1974/75), S. 118-122; **GEORGE HENRIK VON WRIGHT**: The Concept of Entailment, in: Logical Studies, S. 166-191
- 124 **ANDERSON** und **BELNAP** schreiben \u00fcber die Zielsetzung der „Relevanzlogik“: „The fancy that relevance is irrelevant to validity strikes us as ludicrous, and we therefore make an attempt to explicate the notion of relevance of A to B .“ (Entailment: The Logic of Relevance and Necessity, Vol.1, Princeton U.P. 1975, S.17f) Erstrebt wird ein Begriff der Folgerung, „which requires relevance of premises to conclusion“ (**S.HAACK**, Philosophy of Logics, 16)
- 125 Implikation/Entailment und Folgerungsbeziehung werden in der „modernen Logik“ generell nicht klar unterschieden, sehr oft sogar identifiziert. Die Beziehung des *Entailment* soll die Konverse der Relation „... folgt aus ...“ sein (vgl. **GEORGE HENRIK VON WRIGHT**: The Concept of Entailment, in: Logical Studies, S. 166f); **RUSSELL** und **LEWIS** bezeichnen die Folgerungsrelation als *Implikation* (166). **RUSSELL**: „When a proposition q follows from a proposition p , so that if p is true, q must also be true, we say that p implies q “ (PM, Bd. I, S. 94) Die Theorie der Implikation sei „the theory of how one proposition can be inferred from another.“ Auch **WESSEL** identifiziert logische Folgerungsbeziehung, Implikation und Entailment (Logik, S. 140ff). – Hinzu kommt, dass hinsichtlich der Folgerungsbeziehung nicht zwischen *vollst\u00e4ndigen* Schl\u00fcssen der Form „Aus A und B folgt C “ und den problematischen Konditionalen, d.h. *enthymematischen* Schl\u00fcssen der Form „Wenn A , dann B “ ($A \Rightarrow B$) unterschieden wird.
- 126 Wie schon erw\u00e4hnt kann jeder Schluss (als Beziehung von Aussagen) nur im Rahmen eines Schlussschemas, d.h. eines speziellen Implikationsgesetzes vorgenommen werden.
- 127 **BORKOWSKI**, Formale Logik, S. 35, S.96f; **HORST WESSEL**, Logik, 145;
- 128 **P.LORENZEN** will den Ausdruck „Implikation“ nur noch f\u00fcr das Entailment (die „logische Folgerung“) verwenden, das Gedankengef\u00fcge **C** wird als „Subjunktion“ bezeichnet (Formale Logik, S. 32); nur diese „Implikation“ stelle einen logischer Zusammenhang dar (**MENNE**, HWP 4, Sp. 264; vgl. auch **WILLARD V.O.QUINE**, Grundz\u00fcge der Logik, S. 22, 63ff; **SANFORD**, If P, then Q, S. 52; **WESSEL**, S.142). **RUDOLF CARNAP** spricht im Falle eines Fregegesetzes der Form „ $\Gamma_1 \Rightarrow \Gamma_2$ “ von einer „L-Implikation“; dieser sei das Explikat f\u00fcr den traditionellen Begriff der Implikation oder logischen Implikation (Symbolische Logik, S. 20)
- 129 Die „Auffassung der logischen Folgebeziehung, nach der in den Tautologien (Theoremen) der klassischen Aussagenlogik die „Subjunktion“ nur dann als Folgebeziehung gedeutet werden darf, wenn sie als Hauptoperator auftritt, wurde zu den am st\u00e4rksten verbreiteten.“ (**H.WESSEL**, Logik, S. 145)
- 130 **LEWIS/LANGFORD**, S. 244f
- 131 Weil $(A \& B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ ein Fregegesetz (eine „Tautologie“) ist, ist $(A \& B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ eine strikte Implikation und umgekehrt.
- 132 Im Falle der „strikten Implikation“ $(A \& B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ ist es die logische Relation zwischen der Klasse der Sachverhalte, dass von zwei beliebigen Aussagen beide wahr sind, und der Klasse der Sachverhalte, dass von diesen beiden Aussagen jedenfalls nicht die erste wahr und die zweite falsch ist.
- 133 Gilt die „Tautologie“ $(A \& B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$, haben wir das **C**-Gesetz: $(A \& B) \rightarrow (A \Rightarrow B)$
 Gilt die „Tautologie“ $[(A \nabla B) \Leftarrow (A \uparrow B)] \Rightarrow (A \nabla B)$, haben wir das **E**-Gesetz $[(A \nabla B) \Leftarrow (A \uparrow B)] \leftrightarrow (A \nabla B)$
 Gilt die „Tautologie“ $(A \& \neg A) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$, haben wir das **F**-Gesetz $(A \& \neg A) \Leftarrow (A \Rightarrow B)$
 Gilt die „Tautologie“ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \nabla \neg A)$, haben wir das **H**-Gesetz $(A \Rightarrow B) \Leftarrow (A \nabla \neg A)$
 Gilt die „Tautologie“ $(A \nabla \neg A) \Rightarrow [(A \Rightarrow (B \Rightarrow A))]$, haben wir das **K**-Gesetz $(A \Rightarrow B) \wedge (A \nabla \neg A)$
 Gilt die „Tautologie“ $(A \& \neg A) \Rightarrow [(A \Rightarrow (B \Rightarrow A))]$, haben wir das Pr\u00e4sektionsgesetz $(A \Rightarrow B) \Leftarrow (A \nabla \neg A)$
 Gilt die „Tautologie“ $\neg(A \nabla \neg A) \Rightarrow \neg[(A \Rightarrow (B \Rightarrow A))]$, haben wir das Rejektionsgesetz $(A \Rightarrow B) \Downarrow (A \nabla \neg A)$.
- Nicht in allen diesen F\u00e4llen entspricht der „Tautologie“ ein Entailment!
- 134 Es gilt dann entweder $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ (Γ_1 ist eine „Antilogie“, Γ_2 ist eine „Tautologie“), oder $\Gamma_1 \uparrow \Gamma_2$ (Γ_1 und Γ_2 sind „Antilogien“), oder $\Gamma_1 \nabla \Gamma_2$ (Γ_1 ist eine „Antilogie“, Γ_2 weder eine „Antilogie“ noch eine „Tautologie“).
- 135 Es gilt dann entweder $\Gamma_1 \Leftarrow \Gamma_2$ (Γ_1 ist eine „Antilogie“, Γ_2 ist eine „Tautologie“), oder $\Gamma_1 \& \Gamma_2$ (Γ_1 und Γ_2 sind „Tautologien“), oder $\Gamma_1 \perp \Gamma_2$ (Γ_1 ist weder eine „Antilogie“ noch eine „Tautologie“, Γ_2 ist eine „Tautologie“).
- 136 Gem\u00e4\u00df der fregeschen Definition von **C** bezeichnet der Ausdruck „ $(A \& \neg A) \Rightarrow B$ “ ein richtiges Fregegesetz, n\u00e4mlich „es ist falsch, das A wahr und zugleich falsch und B falsch ist“; die Behauptung „ $(A \& \neg A) \Rightarrow B$ “ ist also richtig – wir haben eine g\u00fcltige

„strikte Implikation“; falsch ist nur die Deutung dieses Gesetzes als Entailment-Gesetz, d.h. die Behauptung, dass die Wahrheit von $A \& \neg A$ die Wahrheit einer Aussage B bedinge (impliziere). Wenn der „strikten Implikation“ $\Gamma_1 \blacktriangleright \Gamma_2$ keine andere Bedeutung gegeben wird, als „ $(\circ 0 \circ \circ)(\Gamma_1, \Gamma_2)$ “, wodurch sie ja definiert wird, treten keine Paradoxien auf. Wie die „Paradoxien der ›materialen Implikation‹“ resultieren die „Paradoxien der ›strikten Implikation‹“ aus falschen, im Widerspruch zur jeweiligen Definition stehenden Deutungen.

- 137 Vgl. **AUSTIN E. DUNCAN-JONES**, Is Strict Implication the Same as Entailment, in: *Analysis*, 2, 1934, 35, S. 70-78, S. 75;
H. WESSEL, S. 1457ff; **S. HAACK**, S. 197f

STRAWSON gibt als Bedingung dafür, dass eine Formel Γ_1 zu einer Formel Γ_2 in der *logischen Relation* des Entailment steht, an, dass für keine Belegung der Aussagevariablen in beiden Formeln die Formel Γ_1 wahr und die Formel Γ_2 falsch ist. Dies entspricht genau der lewisschen Bestimmung und teilt deren Unzulänglichkeit. Ebenso unzulänglich sind die anderen logischen Beziehungen, die **STRAWSON** für SFG-Formeln festlegt. Erhalten bei keiner Belegung der Aussagevariablen die Formeln Γ_1 und Γ_2 verschiedene Wahrheitswerte, bestünde die Beziehung der *logischen Äquivalenz*; in Wirklichkeit besteht nicht die Äquivalenz-Beziehung $(\Gamma_1 \leftrightarrow \Gamma_2) \equiv (1001)(\Gamma_1, \Gamma_2)$, sondern die Beziehung $(\circ 00 \circ)(\Gamma_1, \Gamma_2)$. Zwei SFG-Formeln Γ_1 und Γ_2 stünden in der Beziehung der Kontradiktion, wenn sie bei jeder Belegung der Aussagevariablen unterschiedliche Wahrheitswerte erhielten; tatsächlich besteht dann jedoch nicht die Beziehung $(0110)(\Gamma_1, \Gamma_2)$, sondern die Beziehung $(0 \circ \circ 0)(\Gamma_1, \Gamma_2)$. Ebenso verwechselt **STRAWSON** die Beziehung der Kontrarietät von SFG-Formeln $(0111)(\Gamma_1, \Gamma_2)$ mit der Beziehung $(0 \circ \circ \circ)(\Gamma_1, \Gamma_2)$, und die Beziehung der Subkontrarietät $(1110)(\Gamma_1, \Gamma_2)$ mit der Beziehung $(\circ \circ \circ 0)(\Gamma_1, \Gamma_2)$ (Introduction to Logical Theory, S. 72).

- 138 **WESSEL**, Logik, 153; **KONINGSVELD** formuliert das WGS-Kriteriumso: „*p* entails *c*‘ means that *c* cannot be false if *p* is true, while *p* and *c* themselves are contingent. (What does ‘*p* Entails *c*‘ Mean? *Mind*, 82, 1973, S. 118-122, hier S. 120) „Contingent“ bedeutet: *p* kann bald wahr, bald falsch sein; es ist klar, dass „*p*“ dann keine Aussage bezeichnen kann, denn eine Aussage ist entweder wahr oder falsch (Prinzip der Wahrheitswertdefintheit); *p* und *c* bezeichnen Gedankengefüge-Prädikate, die jeweils den einen Aussagen zukommen, anderen Aussagen nicht zukommen.

- 139 Wäre $\Gamma_1 \neg \Gamma_2$ wie $\Gamma_1 \neg \neg \Gamma_2$ nicht-realmöglich, dann wäre Γ_1 eine „Antilogie“.

- 140 **H. WESSEL** bestreitet dies: auch durch das WGS-Kriterium sei das SFG-Entailment nicht korrekt bestimmt; denn während vom echten Entailment Transitivität zu fordern sei, könne auf folgende Weise die Nicht-Transitivität des WGS-Entailment nachgewiesen werden: Nach dem WGS-Kriterium seien folgende Entailmentbeziehungen gültig:

- (1) $A \rightsquigarrow A \& (B \nabla \neg B)$ Da die Äquivalenzbeziehung $A \leftrightarrow A \& (B \nabla \neg B)$ gilt, ist die Behauptung (1) richtig
- (2) $A \& (B \nabla \neg B) \rightsquigarrow (B \nabla \neg B)$

Wäre die \rightsquigarrow -Beziehung transitiv, müsse gelten:

- (3) $A \rightsquigarrow (B \nabla \neg B)$;

diese Formel dürfe als eine „Paradoxie der ›strikten Implikation‹“ aber nicht gültig sein (Logik, S. 153). In Wirklichkeit ist **WESSEL**s Argumentation falsch, denn schon die Formel (2) behauptet zu Unrecht ein Entailment – sie wird deshalb dem WGS-Kriterium nicht gerecht, da „ $B \nabla \neg B$ “ eine „Tautologie“ ist; zwischen den Relata von (2) besteht keine Entailment-, sondern eine Postpendenzbeziehung vor. Aus (1) und der berichtigten Formel (2) $A \& (B \nabla \neg B) \llcorner (B \nabla \neg B)$ folgt dann nach dem Schlusschema $\mathbb{C} \cup \mathbb{E} / \mathbb{H} / \mathbb{H}$ das Postpendenzgesetz $A \llcorner (B \nabla \neg B)$ – ob eine Aussage A wahr oder falsch ist, jedenfalls ist $B \nabla \neg B$ wahr. **WESSEL** begeht denselben Fehler wie **LEWIS**: er hält die Relation \mathbb{H} für die Entailment-Beziehung. – Statt $A, B, \rightsquigarrow, \nabla, \&, \neg$ der Reihe nach bei **WESSEL**: $p, q, \rightarrow, \vee, \wedge, \sim$.

- 141 Wie sollte es denn möglich sein, *zuerst* eine wissenschaftliche Theorie aufzustellen, *danach* ihre Widerspruchsfreiheit nachzuweisen, und *erst dann* die Logik ins Spiel zu bringen? Eine solche Nachhinein-Logik wäre so überflüssig, wie es diejenige von **FREGE** tatsächlich ist.

- 142 **H. WESSEL**, Logik, S. 175 – **WESSEL** übersieht, dass die verschiedenen relevantlogistischen Entailment-Konzepte nur auf Gedankengefüge anwendbar sind, damit auf mathematische, naturwissenschaftliche, wissenschaftlich relevante Sachverhalte überhaupt nicht anwendbar sind.

- 143 *SFG-Entailment* nenne ich die Entailmentbeziehung $\mathbb{C} \cup \mathbb{E}$, sofern sie zwischen Gedankengefügen besteht.

- 144 Diese Deutung wird jedoch bereits durch das WGS-Kriterium ausgeschlossen.

- 145 **H. WESSEL**, Logik, S. 161 – die erste Möglichkeit fehlt bei **WESSEL**.

- 146 **H. WESSEL**, Logik, S. 170f. Wenn weder die „materiale Implikation“ noch die „strikte Implikation“ $\Gamma_1 \blacktriangleright \Gamma_2$ mit dem Entailment $\Gamma_1 \rightsquigarrow \Gamma_2$ verwechselt wird, ist keine dieser Formeln paradox; nicht die Formeln sind paradox, nur ihre den festgelegten Bedeutungen von „ \Rightarrow “ und „ \blacktriangleright “ widersprechende Missdeutung als Implikationsbeziehungen.

- 147 Logik, S. 161f
- 148 Sowohl bei $A \leftrightarrow B$ wie bei $\sim(A \leftrightarrow B)$ kann jeweils sowohl $A \equiv B$ wie $\sim(A \equiv B)$ gelten.
- 149 Wenn ich im Ausdruck des Fregegesetzes „ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “ die Beliebig-Element-Zeichen für Aussagen durch Beliebig-Element-Zeichen für Sachverhalts-/Ereignisklassen, das Zeichen \Rightarrow durch das Implikationszeichen \rightarrow und das Bestreitenzeichen \neg durch das Negationszeichen \sim , erhalte ich den Ausdruck des gültigen logischen Kontrapositionsgesetzes „ $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$ “. Diese Tatsache, dass aus einer Vielzahl von Fregegesetzen durch solche Ersetzungen Ausdrücke gültiger logischer Gesetze werden – wobei die Gültigkeit durch die im ersten Teil dargelegten nicht-intuitiven Methoden gesichert ist – ist aber ohne Belang; denn was diese und andere SFG-Ausdrücke bedeuten, hängt ja nicht davon ab, welcher Ausdruck sich ergibt, wenn begriffsschriftliche Zeichen durch andere Zeichen ersetzt werden, sondern alleine von der festgelegten Bedeutung der begriffsschriftlichen Zeichen.
- 150 **H. WESSEL**, Logik, S. 157; **ALAN ROSS ANDERSON** (An Intensional Interpretation of Truth-Values, in: *Mind*, 83, 1972, S.348-371) fordert „an alternative system which saved the many important parts of the calculus“ (d.h. des SFG), und einen „attempt to reconstruct a theory, so as to save the good bits and discard the bad.“ (364)
- 151 Wenn ich z.B. die als nichtparadoxe logische Gesetze missverstandenen Fregegesetze „ $[(A \Rightarrow B) \& A] \Rightarrow B$ “ und „ $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ “ nach ihrer tatsächlich definierten Bedeutung fasse, verbietet es sich, sie, wie in der Logistik üblich, mit dem logischen Gesetz des Modus Ponens oder mit dem Kontrapositionsgesetz zu identifizieren. *Beide* Fregegesetze besagen dasselbe, dass es nicht zugleich wahr und falsch ist, dass A wahr und B falsch ist. Das logische Kontrapositionsgesetz und der „Modus ponens“ haben erstens nicht dieselbe Bedeutung, und zweitens sicherlich nicht die triviale Bedeutung dieser Fregegesetze; ihr Beweis ist auch nicht so simpel wie der der Fregegesetze.
- 152 Das WGS-Kriterium ist z.B. nicht auf die beiden arithmetischen Sachverhalte „eine Zahl a ist größer als 1“ und „das Quadrat einer Zahl a ist größer als 1“ anwendbar, obwohl diese Sachverhalte in der Beziehung des Entailment stehen, da die Relata hier keine Gedankengefüge-Schemata sind.
- 153 Die Bestimmung, die ich oben für das SFG-Entailment angegeben habe – ein Gedankengefüge Γ_1 steht zu einem Gedankengefüge Γ_2 genau dann im Entailment-Verhältnis, wenn die Menge der von Γ_1 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate echt oder unecht in der Menge der von Γ_2 nicht ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate enthalten ist –, ist direkt; nur eine solche direkte Bestimmung des SFG-Entailment ermöglicht den Beweis von Gesetzen des SFG-Entailment selbst.
- 154 So führt **H. WESSEL** zu Gunsten einer sog. „strikten logischen Folgebeziehung“ (es handelt sich um das WGS-Kriterium mit der zu starken Restriktion, dass bei $\Gamma_1 \sqsubset \Gamma_2$ alle „Aussagevariablen“ von Γ_2 auch „Aussagevariablen“ von Γ_1 sein sollen) an, dass die Formeln „ $A \sqsubset (B \Rightarrow A)$ “, „ $A \sqsubset (\neg A \Rightarrow B)$ “, „ $A \sqsubset (B \vee A)$ “, „nicht beweisbar“ seien ((Logik, S. 170; bei **WESSEL** statt der Zeichen \sqsubset und \Rightarrow die Zeichen \rightarrow und \supset): tatsächlich aber sind diese Formeln allesamt gültige Entailment-Gesetze des SFG.
- 155 **C.I.LEWIS/C.H.LANGFORD**, Symbolic Logic (1932), S.250f; vgl. **JONATHAN BENNET**: Meaning and Implication, in: *Mind*, 63, 1954, S.451-463; **PETER M. SIMONS**: Lewy on C.I.Lewis and Entailment, in: *Analysis*, 38, 1978, S.126-129; **ISEMINGER, GARY**: Is Relevance Necessary for Validity? in: *Mind*, 89, 1980, S.196-213; **KIELKOPF, CHARLES F.**: Adjunction and Paradoxical Derivations Analysis, 35, 1974/75, S.127-129
- 156 Dass ein Widerspruch wie die „Konjunktion“ ($A \& \neg A$) explizit und völlig arglos zur Voraussetzung einer Beweisführung gemacht wird, ist erst im Rahmen der „modernen Logik“ hoffähig geworden. – **HOYNINGEN-HUENE** schreibt, „das Folgern von A aus $A \& \neg A$ “ sei „ein spezieller Fall des Folgerns von A aus $A \& B$ “, und „die Gültigkeit dieses Schlusses“ sei „noch nie bezweifelt worden“ (Formale Logik, S. 124) – ein vernichtendes, wenn auch indirektes und ungewolltes Urteil über die „modernen Logik“.
- 157 Die Ausdrücke „ $A \& B$ “ und „ $A \& (B \vee \neg B)$ “ sind grundlegend verschieden; der erste Ausdruck bezeichnet den allgemeinen Sachverhalt, dass zwei Aussagen A und B das Gedankengefüge **K** zukommt; dieser Sachverhalt liegt nicht vor, wenn entweder A oder wenn B oder wenn beide Aussagen falsch sind; der durch „ $A \& (B \vee \neg B)$ “ Sachverhalt liegt hingegen nur dann nicht vor, wenn A falsch ist; es genügt also, im Gegensatz zum Ausdruck „ $A \& B$ “, dass A wahr ist, damit „ $A \& (B \vee \neg B)$ “ wahr ist; der Wahrheitswert von B ist ohne Belang.
- 158 Vgl. **S.HAACK**, Philosophy of Logics, S. 200
- 159 „Es ist falsch, dass $\forall 1 + 1 = 1$ wahr und \forall der Schnee ist schwarz“ falsch ist“
- 160 „Es ist falsch, dass es falsch ist, dass der Schnee schwarz ist und es zugleich falsch ist, dass es falsch ist, dass $1 + 1$ gleich 1“
- 161 Ich kann nicht prüfen, ob der Ausdruck „ $[(A \& B \sqsubset A) \Rightarrow (\neg A \sqsubset \neg(A \& B))]$ “ eine WGS-Tautologie ist, denn die Relata von \Rightarrow sind jetzt ja keine Gedankengefüge, sondern Aussagen über die Entailment-Beziehung zwischen Gedankengefügen; ja, die gültige Entailmentrelation $[(A \& B \sqsubset A) \sqsubset (\neg A \sqsubset \neg(A \& B))]$ müsste nach dem WGS-Kriteriumsogar verneint werden, denn $[(A \& B \sqsubset A) \Rightarrow (\neg A \sqsubset \neg(A \& B))]$ ist kein Fregegesetz.
- Wenn ich im Ausdruck „ $[(A \& B \sqsubset A) \Rightarrow (\neg A \sqsubset \neg(A \& B))]$ “ das Entailment-Zeichen „ \sqsubset “ durch das Gedankengefüge-Zeichen „ \Rightarrow “ ersetze, erhalte ich den Ausdruck „ $[(A \& B \Rightarrow A) \Rightarrow (\neg A \Rightarrow \neg(A \& B))]$ “; auch dieser Ausdruck kann die WGS-Kriterien nicht erfüllen, denn der Teilausdruck „ $(\neg A \Rightarrow \neg(A \& B))$ “ ist eine „Tautologie“!

- 162 Jedes Gedankengefüge beliebiger Stelligkeit ist durch die Menge der nicht ausdrücklich ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate definiert; dass n gegebenen wahrheitswertdefiniten Aussagen eines der nicht ausdrücklich ausgeschlossenen Wahrheitswertprädikate zukommt, ist eine der hinreichenden, paarweise unverträglichen Bedingungen für die Wahrheit des betreffenden n -stelligen Gedankengefüges. Ein Gedankengefüge Γ_1 steht zu einem Gedankengefüge Γ_2 genau dann in der Entailmentbeziehung, wenn die Menge der hinreichenden Bedingungen für Γ_1 eine echte oder unechte Teilmenge der Menge der hinreichenden Bedingungen für die Wahrheit von Γ_2 sind.
- 163 Diese schließende Subsumtion nach dem Schlusschema $C \cup E / \alpha$ wird durch das Schema dargestellt:
- | | |
|----------------------|--|
| Bezugsgesetz: | $(\Gamma_1 \supset \Gamma_2) \supset (\neg \Gamma_2 \supset \neg \Gamma_1)$ |
| Subsumtionsprämisse: | Die Beziehung $(A \& B) \supset A$ ist ein Entailment der Form $(\Gamma_1 \supset \Gamma_2)$ |
| Konklusion: | |
| | Notwendig gilt unter diesen Bedingungen mit $\neg A \supset \neg(A \& B)$ ein Entailment der entsprechenden Form $(\neg \Gamma_2 \supset \neg \Gamma_1)$ |
- 164 Korrekt hingegen ist der Ausdruck „ $[(A \& B) \supset A] \Rightarrow [\neg A \supset \neg(A \& B)]$ “; er drückt als konkrete **C**-Behauptung mit Informationsverschleierung die Voraussetzung aus, dass beide Entailmentbehauptungen richtig sind; „ $[(A \& B) \supset A] \Rightarrow [\neg A \supset \neg(A \& B)]$ “ ist die Aussage, dass **C** den beiden wahren Aussagen „ $[(A \& B) \supset A]$ “ und „ $[\neg A \supset \neg(A \& B)]$ “ zukommt.
- 165 Diese Bestimmung ist bei **H.WESSEL** eine „axiomatisch“ festgelegte Eigenschaft der „strengen Implikation“ (Logik, S. 150).
- 166 Bei **WESSEL** ist dies eine „axiomatisch“ festgelegte Eigenschaft der Entailmentbestimmung von **ANDERSON** und **BELNAP** (Logik, S. 152); es gibt freilich viele unterschiedliche Relationen zwischen den Gedankengefügen $A \& B$ und A – das „Axiom“ sagt uns nicht, welche gemeint ist.
- 167 Ein „Axiom“ der „analytischen Implikation“ (**WESSEL**, Logik, S. 157)
- 168 Eine solche Kenntnis ist die Fähigkeit, einen Gegenstand gedanklich-sprachlich eindeutig von allen anderen Gegenständen im Rahmen eines Systems hierarchisch geordneter Begriffe abzusondern; den intuitiven Kenntnissen fehlt gerade diese klare und sprachlich explizierbare Abgegrenztheit.
- 169 Wenn (A, B) ein Aussagenpaar ist, genau dann auch (B, A) ; wenn (A, B) und (B, C) Aussagenpaare sind, dann ist auch (A, C) ein Aussagenpaar; Wenn (A, B) ein Aussagenpaar ist, genau dann auch $(\neg B, \neg A)$.
- Wenn p zu q in einer logischen Relation steht, genau dann auch q zu p ; wenn p zu q , und q zu r in einer logischen Relation steht, dann auch p zu r ; wenn p zu q in einer logischen Relation steht, genau dann auch $\sim q$ zu $\sim p$.
- 170 Symmetrisch sind die Gedankengefüge **V, A, D, E, J, K** und **X**; transitiv die Gedankengefüge **B, C, E, K** und **X**, für die Gedankengefüge **V, B, C, E, J, L** und **M** gilt die Kontraposition. Nur das Gedankengefüge **E** genügt allen drei Bedingungen.
- 171 Die Kontraposition bedeutet, dass eine logische Relation $(p \boxplus q)$ äquivalent ist mit der logischen Relation $(\sim q \boxplus \sim p)$. Für welche logischen Formen die Kontraposition gilt, lässt sich mithilfe der in den Tabellen der äquivalenten Negationen und Inversionen zweistelliger logischer Relationen (Kapitel 3.3.1.) feststellen; die normale Anordnung der Totalform von (p, q) (I II III IV) verändert sich bei der Inversionstransformation (q, p) zu (I III II IV), bei der Negationstransformation von (p, q) zu $(\sim p, \sim q)$ verändert sich die normale Anordnung zu (IV III II I); beim Übergang von (p, q) zu $(\sim q, \sim p)$ muss ich beide Transformationen hintereinander ausführen, dabei wird die normale Anordnung zu (IV II III I) verändert; dies bedeutet, dass für diejenigen logische Formen die Kontraposition gilt, die die Vorkommenskombinationen I und IV gleich bestimmen.
- Aus der Tatsache, dass einerseits die Gedankengefüge **V, A, D, E, J, K** und **X**, andererseits die logischen Totalformen $\vee, \wedge, \text{D}, \text{E}, \text{J}, \text{K}$ und X symmetrisch, dass einerseits die Gedankengefüge **B, C, E, K** und **X**, andererseits die Totalformen $\text{B}, \text{C}, \text{E}, \text{K}$ und X transitiv sind, dass für die Gedankengefüge **V, B, C, E, J, L** und **M** einerseits, für die logischen Beziehungen $\vee, \text{B}, \text{C}, \text{E}, \text{J}, \text{L}, \text{M}$ die Kontraposition gilt, darf auf keine Isomorphie oder gar Strukturgleichheit der logischen Formen und Gedankengefüge \vee und **V**, \wedge und **A**, D und **D**, usw. geschlossen werden.
- 172 Die „Axiome“
- Wenn $p \leftrightarrow q$, genau dann $q \leftrightarrow p$
 Wenn $p \leftrightarrow q$ und $q \leftrightarrow r$, dann $p \leftrightarrow r$
 Wenn $p \leftrightarrow q$, genau dann $\sim q \leftrightarrow \sim p$
- können nicht die Totalform E definieren, denn auch eine unbestimmbare Anzahl anderer Relationen (etwa das Gedankengefüge **B**) genügt den drei Bedingungen. Die Form E muss bereits definiert sein, wenn erkannt werden soll, ob sie den „Axiomen“ genügt.
- 173 Vorgeschlagen von **ANDERSON/BELNAP**, vgl. **HAACK**, S. 200, **MICHAEL DUNN**, Relevance Logic and Entailment, S.125.
- 174 Wäre $[\neg(A \& \neg B) \& \neg(C \& \neg A) \& (C \& \neg B)]$ nicht falsch, käme es zum Widerspruch, dass einerseits A, C und $\neg B$ wahr sind, aber andererseits zugleich C und $\neg B$ ausgeschlossen werden; das Fregegesetz verneint diesen Widerspruch.

- 175 Das Gedankengefüge \mathbf{C} wird freilich durch diese „Axiome“ nicht definiert und eindeutig von allen anderen Relationen abgegrenzt: die einzige Bestimmung („Axiom“, wenn man will), die das Gedankengefüge \mathbf{C} eindeutig festlegt, besagt nichts anderes als: für zwei Aussagen A und B wird nur die Wahrheitswertkombination $\mathcal{W}(A)$ und $\mathcal{F}(B)$ definitiv ausgeschlossen.
- 176 Für das Verhältnis von s, p, q und r gilt (unter der Voraussetzung der Unverträglichkeit von s und p) die vierstellige logische Relation $[s, p, q, r \in \mathbb{C}\mathbb{C}(\bullet\bullet\bullet 1)]$, wobei bei $\sim s \sim \sim p$ nicht $q \rightarrow r$ gelten darf.
- 177 Vgl. die Tabellen der äquivalenten Inversionen der dreistelligen logischen Relationen, Abschnitt I, 3.3.2.
- 178 Der Ausdruck „ $p \rightarrow (p \rightarrow q)$ “ bezeichnet einen Widerspruch; es müsste ja, falls p nicht vorliegt, möglich (\mathcal{K}) sein, dass bei p q notwendig vorliegt, p und $\sim p$ also zugleich vorliegen können. Es kann nur $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$ gelten, also $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$. Diese vierte Axiom scheint in Analogie zum SFG-Gesetz $[A \Rightarrow (A \Rightarrow B)] \leftrightarrow (A \Rightarrow B)$ gebildet zu sein; „ $A \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ “ und „ $A \Rightarrow B$ “ haben ja dieselbe Bedeutung, nämlich „ $\neg(A \& \neg B)$ “
- 179 Da gilt $(10 \bullet 1)(p, q) \rightarrow (\circ 0 \circ \circ)(p, q)$ – wenn zwei Sachverhalts-/Ereignisklassen p und q im Verhältnis des WGS-Entailments stehen, dann stehen sie auch im Verhältnis der „strikten Implikation“ –, erhält man aus einem gültigen logischen Gesetz der Form $F_1 \rightarrow F_2$ (wobei F_1 und F_2 irgendwelche logischen Formen bezeichnen) ein anderes gültiges logisches Gesetz, wenn man im Ausdruck des ersten das Zeichen des WGS-Entailments „ \rightarrow “ oder „ $(10 \bullet 1)$ “ durch das Zeichen der „strikten Implikation“ „ \rightarrow “ oder „ $(\circ 0 \circ \circ)$ “ ersetzt.
- 180 „Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation)“, S. 163f.
- 181 Statt der Zeichen $\rightarrow, \&, \nabla, \Rightarrow, \neg, A, B, C, D$ bei PARRY die Zeichen \rightarrow, \cdot, \vee und $\supset, \sim, p, q, r, s$.
- 182 Es wird also auch das System der fregeschen Gedankengefüge unausgesprochen vorausgesetzt.
- 183 Wird zugelassen, dass „ \rightarrow “ auch das Gedankengefüge \mathbf{C} bezeichnen darf (es gibt dann für \mathbf{C} zwei verschiedene Bezeichnungen), ergeben sich bei Ersetzung von „ \rightarrow “ durch „ \Rightarrow “ gültige Fregegesetze; d.h. auch die parryschen „Axiome“ gestatten es nicht, das Entailment von derjenigen Relation abzugrenzen, deren Alternative es darstellen und die es ersetzen soll.
- 184 Es gelten ja die Äquivalenzgesetze des SFG
- $$(A \& B) \leftrightarrow (B \& A)$$
- $$A \leftrightarrow (A \& A)$$
- $$A \leftrightarrow \neg \neg A$$
- $$\neg \neg A \leftrightarrow A$$
- $$A \& (B \vee C) \leftrightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$$
- $$[A \vee (B \& \neg B)] \leftrightarrow A$$
- Da beispielsweise $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (1 \bullet \bullet \bullet)(p, q)$ gilt, gilt mit „Axiom“ (1) auch $(1 \bullet \bullet \bullet)[(A \& B), (B \& A)]$; entsprechend für die anderen Gesetze des SFG.
- 185 Eine zwischen Gedankengefügen bestehende logische Relation $(\Gamma_1 \boxplus \Gamma_2)$ ist genau dann transitiv, wenn gilt:
 $[(\Gamma_1 \boxplus \Gamma_2) \wedge (\Gamma_2 \boxplus \Gamma_3)] \rightarrow (\Gamma_1 \boxplus \Gamma_3)$.
- 186 Dieses Gesetz des SFG-Entailment ist schon durch die Gültigkeit des logischen Verkettungsgesetzes $[(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ bewiesen.
- 187 Die Gültigkeit ergibt sich aus der Gültigkeit des logischen Gesetzes $(p \rightarrow q \wedge r) \rightarrow (p \rightarrow q)$.
- 188 Auch das logische Gesetz $[(p \rightarrow q) \& (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \& r) \rightarrow (q \& s)]$ ist ungültig; denn wenn $(p \rightarrow q) \& (r \rightarrow s)$ gelten, dann kann es möglich sein, dass sowohl p und r wie q und s unverträglich sind; in diesem Falle ist es möglich, dass $(p \rightarrow q) \& (r \rightarrow s)$ gilt, ohne dass auch $(p \& r) \rightarrow (q \& s)$ gilt.
- 189 Seine Richtigkeit ergibt sich aus der Gültigkeit des logischen Gesetzes $[(p \rightarrow q) \& (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$; dabei bedeutet „ $p \vee q$ “ dasselbe wie „ $p \sim q$ “, nämlich dass von p und q zumindest eines vorliegt, also $(\circ \circ \circ 0)(p, q)$.
- 190 Logik, S. 165f. Statt der Zeichen $\rightarrow, \neg, \&, \nabla$ benutzt WESSEL die Zeichen \vdash, \sim, \wedge und \vee .
- 191 Die theoretische Logik selber kann mit ihren reflexiven und konstruktiven Methoden nicht erklären und rechtfertigen, warum die logischen Formen gerade diejenige Struktur aufweisen, die die kategoriale, verallgemeinernde logische Reflexion in unserem begrifflichen Wissen entdeckt. Bezüglich ihrer fundamentalen Begriffe ist die Logik, wie jede andere Wissenschaft, auf die Erträge anderer Wissenschaften verwiesen.
- 192 FREGES Versuch einer „axiomatischen Darstellung“ des SFG beruht nicht auf der Darlegung der elementaren, konstitutiven Konstruktionsprinzipien der Gedankengefüge, er stellt vielmehr eine für die gesamte „moderne Logik“ charakteristische Verballhornung der axiomatischen Methode dar; vgl. Abschnitt 3.4.1.
- 193 Die dogmatischen Vertreter des fregeschen Logikentwurfs und Gegner der Kritik und der Reparaturversuche der Relevanzlogiker verweisen stets auf das Unvermögen der Relevanzlogik, klar anzugeben, worin die für \mathbf{C} und die anderen Gedankengefüge vermisste Relevanz („meaning-connection“, Sinnzusammenhang) des relevanzlogistischen Entailment eigentlich besteht; sie verweisen auf das Vorherrschen intuitiver Auffassungen, auf das Fehlen eines klaren Entscheidungsverfahrens für die Gültigkeit von Gesetzen, ganz im Gegensatz zum SFG. Während unter den Relevanzlogikern ein unentschiedener Streit etwa

Gesetzen, ganz im Gegensatz zum SFG. Während unter den Relevanzlogikern ein unentschiedener Streit etwa um die Transitivität des Entailment, auch um die Gültigkeit vieler anderer Gesetze des SFG ausgetragen werde, würde der Streit gegenstandslos, wenn man das SFG, seine Entscheidungsverfahren und die logische Deutung der Gedankengefüge akzeptiere; das Scheitern der relevanzlogistischen Bemühungen gilt als Bestätigung der logischen Missdeutung des SFG; vgl. etwa **J.DALE**, A Defence of Material Implication, *Analysis*, 34, 1973/74, S.91-95; **LEO SIMONS**, Intuition and Implication, in: *Mind*, 74, 1965, S.79-83

Dieser Mangel an begrifflicher Klarheit, das Fehlen an eindeutiger Entscheidbarkeit der Behauptungen, die Befangenheit in nicht-begründbaren Intuitionen, usw. wird zu Recht bloßgestellt; in der Tat bleibt die Aufstellung des WGS-Kriteriums die einzig positive Leistung der Relevanzlogistik: das Kriterium setzt uns in Lage, für beliebige vorgegebene Gedankengefüge Γ_1 und Γ_2 festzustellen, ob zwischen ihnen die Entailmentrelation $C \supseteq E$ besteht oder nicht; warum dies möglich ist, kann allerdings schon nicht mehr begründet werden, so wenig wie Gesetze des Entailment selbst. Dies Scheitern der Relevanzlogistik bedeutet jedoch nicht, dass sich auch die kritische Haltung dieser Richtung gegenüber der logischen Missdeutung der Gedankengefüge als unrichtig erwiesen hätte, und dass gar die logische Deutung des SFG durch dieses Scheitern gerechtfertigt wäre. Alle Einwände der Relevanzlogistiker gegen die logische Deutung der Gedankengefüge bleiben berechtigt – die Kritik bleibt aber halbherzig und inkonsequent.